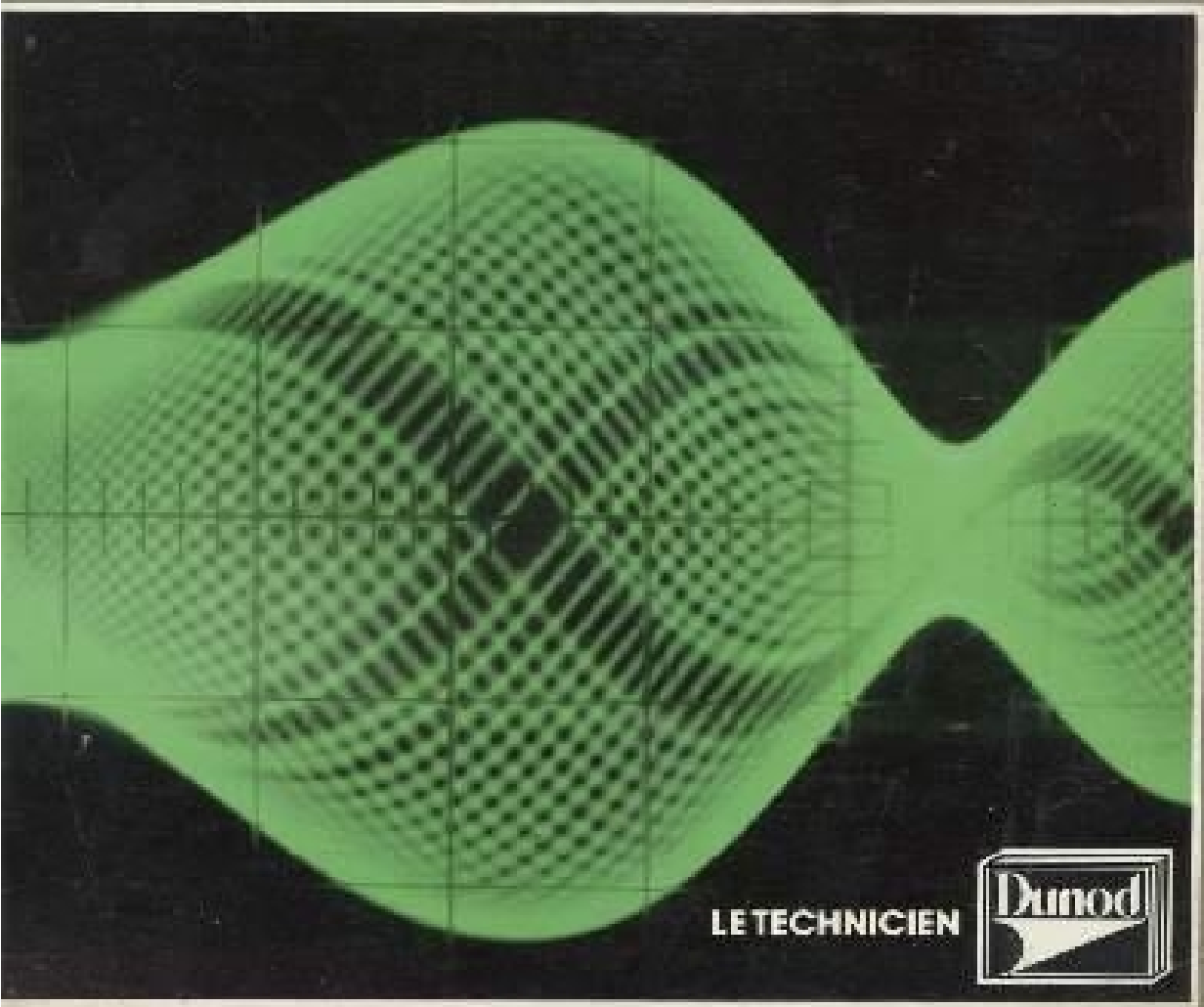
COLLECTION HEBERT

ELECTRONIQUE

THEORIE. APPLICATIONS

LABORATOIRE



LE TECHNICIEN

Dunod

COLLECTION HEBERT

ELECTRONIQUE

THEORIE. APPLICATIONS. LABORATOIRE

ALAIN HEBERT
I.P.R.

PIERRE BEAUFILS
Professeur agrégé de physique appliquée
au L.T. Jean-Perrin de Marseille

MICHEL LAMARCHE
Professeur de physique appliquée
au L.T. Jean-Perrin de Marseille

BACCALAURÉAT DE TECHNICIEN F2
FORMATION CONTINUE

LE TECHNICIEN / Dunod

Dans la même collection :

Lamarche-Hébert – Nouvelle édition 89
Électricité Électronique (1ère F, formation continue)

Pinard-Naudet
Machines électriques – Électronique de puissance (terminales F1 et F3)

© BORDAS, Paris 1985
ISBN : 2-04-015920-7

" Toute représentation ou reproduction, intégrale ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur, ou de ses ayants-droit, ou ayants-cause, est illicite (loi du 11 mars 1957, alinéa 1er de l'article 40). Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait une contrefaçon sanctionnée par les articles 425 et suivants du Code pénal. La loi du 11 mars 1957 n'autorise, aux termes des alinéas 2 et 3 de l'article 41, que les copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective d'une part, et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration "

AVANT-PROPOS

Cet ouvrage a été écrit pour les élèves de Terminales F2. Il traite des *circuits électriques* étudiés en notation complexe et des *systèmes électroniques logiques et analogiques*. Deux chapitres *d'électrotechnique* achèvent de couvrir le programme. Nous avons voulu préparer efficacement les élèves au baccalauréat, mais aussi les intéresser et les motiver, enfin leur proposer un ouvrage qu'ils pourront relire avec intérêt et plaisir après avoir réussi leur examen.

Associé à un cours correspondant au programme de Première F, il permet à toute personne d'acquérir de solides connaissances en électronique, conformes à l'évolution des techniques en 1985 et ceci au prix d'un niveau mathématique modéré (connaissance des nombres complexes, des dérivées et intégrales des fonctions courantes).

Comme dans l'ouvrage Electricité-Electronique de Première F, auquel nous renvoyons parfois le lecteur, nous avons tenu à maintenir un lien entre l'étude théorique des circuits et leur réalité technologique, voire leur rôle dans des appareils d'usage quotidien; ceci tout au long du texte, mais surtout dans des *pages documentaires*.

Nous avons présenté dans chaque chapitre des *exercices* dont certains sont issus de sujets de baccalauréat, ou pourraient en faire l'objet. Les exercices les plus typiques sont *corrigés*.

Nous proposons une rubrique *laboratoire,* vous y trouverez des descriptions d'appareils de mesure et des expériences réalisables avec le matériel d'un *lycée technique*.

Enfin tout au long du cours et des exercices, nous nous sommes efforcés de donner des *conseils* simples afin de mieux guider l'élève vers le succès.

Nous espérons que l'*index* figurant en fin d'ouvrage aidera le lecteur à retrouver, avec quelques mots-clés, les chapitres qui l'intéressent.

En ce qui concerne les *symboles* des opérateurs logiques, nous employons dans le cours les symboles américains. Cependant un électronicien doit connaître les symboles français moins répandus dans la littérature spécialisée, nous les avons donc utilisés dans les exercices.

Nous vous donnons ci-dessous des équivalences :

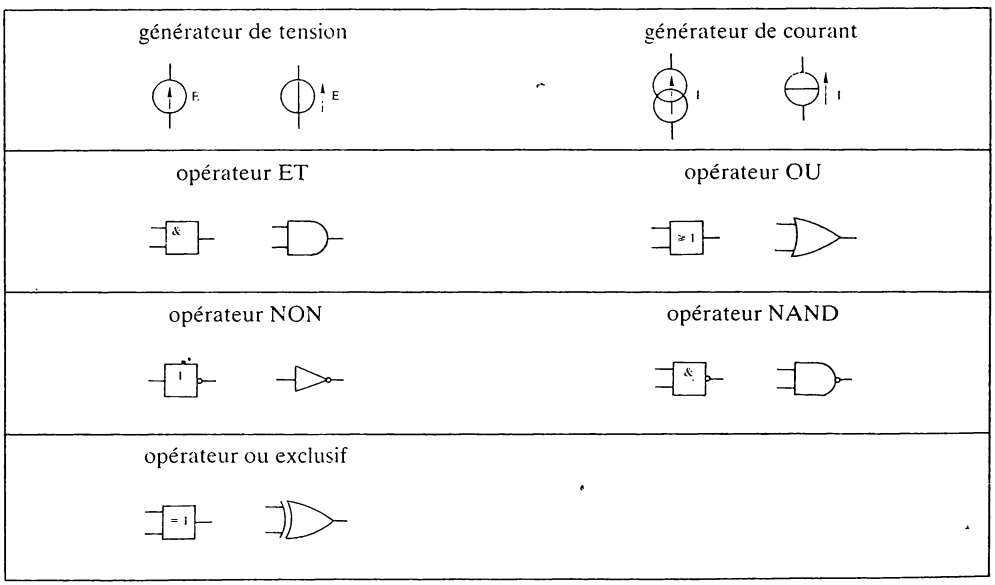


TABLE DES MATIÈRES

page

1 Dipôles linéaires en régime sinusoïdal ... 1
Théorèmes de Fourier, Thévenin. Impédance - puissance
Gamme musicale

2 Facteur de qualité - Ponts d'impédance .. 10
Transformation série-parallèle
Potentiels évoqués

3 Quadripôles linéaires en régime sinusoïdal 20
Amplification - Décibel - Matrice
Satellites de communication

4 Etudes de quadripôles 31
Bande passante - Diagramme logarithmique
Evolution des télécommunications

5 Associations de quadripôles 43
Adapation d'impédance - Impédance caractéristique

6 Amplification - Filtrage - Retard 51
Filtre en peigne

7 Réaction 61
Système bouclé - Application à l'ampli-opérationnel
Le jeu de la vie

8 Amplificateur opérationnel en contre-réaction 73
Inverseur et non - Déphaseur - Simulateur d'impédance
Electronique et avion de combat

9 Amplificateur sélectif 85
RLC - Filtres actifs et passifs
Distorsiomètre

10 Oscillateurs sinusoïdaux 95
Détecteurs de métaux - Badge anti-vol

11 D'autres fonctions analogiques 105
Addition - Soustraction - Multiplication - Intégration - Dérivation
Signal TV de luminance

page

12 Amplification de puissance 119

13 Langage des systèmes logiques 130
Variables - Fonctions - Opérateurs - Codage
MC 14500 - Code à barres

14 Caractéristiques d'une famille logique ... 141
TTL - CMOS - Autres familles
Intégration des circuits

15 Dispositifs à seuils 154
Comparateur - Trigger - Astable - Monostable - Bistable
555 - Compte tours

16 Bascules - Registres - Compteurs 167
Montre à cristaux liquides

17 Applications logiques 181
Addition - Comparaison - Microprocesseur
Robots

18 Acquisition et conversion d'une grandeur physique 193
Conversion N/A et A/N
Appareil photographique

19 Systèmes 205
Phasemètre - Afficheur - Ordinateur - Disque numérique
Synthèse de la parole

20 Les moteurs électriques 212
Introduction au moteur pas à pas

21 Les convertisseurs statiques 222
Hacheur à transistors
Le transformateur d'impulsion
Le hocheur et la traction électrique

Index alphabétique 233

CHAPITRE 1

DIPÔLES LINÉAIRES EN RÉGIME SINUSOÏDAL

Nous allons rappeler et préciser quelques points concernant le comportement des dipôles en régime sinusoïdal. Mais tout d'abord justifions le choix qui est fait d'étudier en premier lieu, et principalement, le régime sinusoïdal.

1 THÉORÈME DE FOURIER

1.1 Analyse harmonique

Toute fonction périodique du temps de fréquence f est décomposable en un terme constant et une somme de fonctions sinusoïdales du temps de fréquence f, $2f$, $3f$, ... (*fig.* 1.1) :

$$u(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(2\pi \cdot nft + \varphi_n), \quad n : \text{entier.}$$

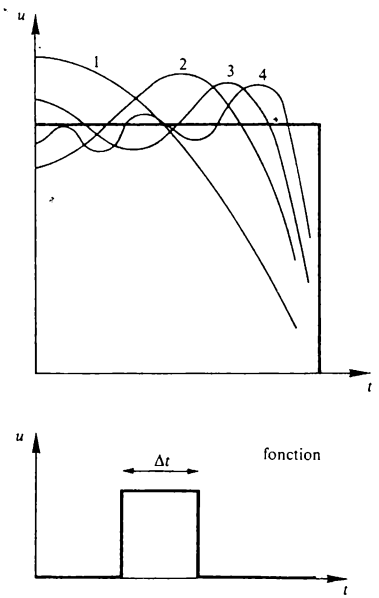
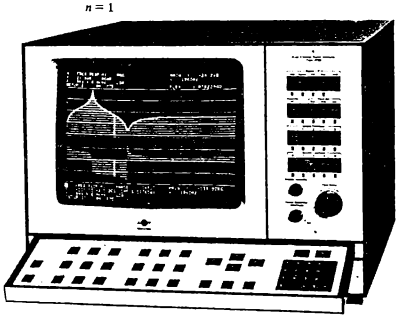


Fig. 1.1. **Décomposition en série de Fourier.**



Analyseur de spectres (*doc.* Brüel et Kjuer)

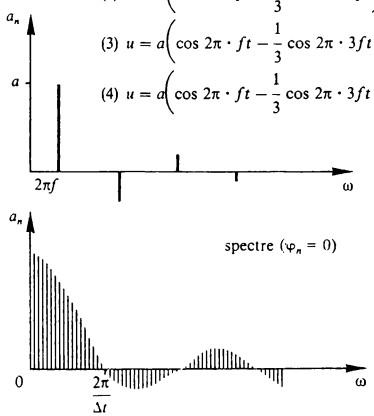
Approche de la tension périodique en créneaux par décomposition de Fourier et spectre de (4) :

(1) $u = a \cos 2\pi \cdot ft.$

(2) $u = a\left(\cos 2\pi \cdot ft - \frac{1}{3}\cos 2\pi \cdot 3ft\right).$

(3) $u = a\left(\cos 2\pi \cdot ft - \frac{1}{3}\cos 2\pi \cdot 3ft + \frac{1}{5}\cos 2\pi \cdot 5ft\right).$

(4) $u = a\left(\cos 2\pi \cdot ft - \frac{1}{3}\cos 2\pi \cdot 3ft + \frac{1}{5}\cos 2\pi \cdot 5ft - \frac{1}{7}\cos 2\pi \cdot 7ft\right).$



a_0 est la valeur moyenne de $u(t)$, le terme de fréquence f est appelé **le fondamental, $2f$, $3f$,... les harmoniques.**

Ce théorème s'applique également à des fonctions non périodiques, mais n prend alors toutes les valeurs, entières ou non, de 0 à l'infini.

Le **spectre de fréquences** de la fonction $u(t)$ est un graphique donnant les valeurs de a_n et φ_n, ou de $|a_n|$ seulement.

L'**analyse harmonique** consiste, connaissant $u(t)$, à calculer les termes a_n et φ_n. On la réalise, soit par le calcul, soit au moyen d'un **analyseur** qui trace le spectre de $u(t)$ (*fig.* 1.1).

Nous en détaillerons le fonctionnement au chapitre 7.

1.2 Intérêt du régime sinusoïdal

Grâce au théorème de Fourier, il suffit de connaître le comportement d'un système vis-à-vis des tensions sinusoïdales pour en déduire son comportement vis-à-vis d'une tension quelconque, non sinusoïdale (ex. ch. 3). Pour cela on étudie comment le système transforme chaque composante de la tension d'entrée, puis on fait la somme de toutes les composantes transformées, ce qui fournit la tension de sortie.

Le fait que le théorème de Fourier donne la décomposition en fonctions sinusoïdales est particulièrement intéressant, car les réseaux électriques linéaires conservent le caractère sinusoïdal; en particulier, les fonctions primitive et dérivée, d'une fonction sinusoïdale, sont sinusoïdales.

Enfin, en ce qui concerne les systèmes électriques de grande puissance, ce sont les tensions sinusoïdales qui sont les plus faciles à obtenir dans les centrales de production, puis à transporter grâce aux transformateurs, enfin à utiliser dans les moteurs.

2 LE RÉGIME SINUSOÏDAL

Ce paragraphe résume les chapitres 23 et 24 de l'ouvrage de Première F. La tension sinusoïdale considérée est soit la tension réellement appliquée, soit la partie variable de la tension appliquée (voir le livre de Première F, ch. 15 § 2 et 3).

2.1 Régime sinusoïdal

On impose au circuit une tension variant sinusoïdalement au cours du temps, telle que

$$u(t) = U\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi_u).$$

$U\sqrt{2}$ est la valeur maximale (ou de crête) de $u(t)$, on la lit sur l'écran de l'oscillographe.

U est la valeur efficace de $u(t)$, mesurée avec le voltmètre.

ω est la pulsation; $\omega = 2\pi f$, f étant la fréquence qui est l'inverse de la période T : $f = \frac{1}{T}$.

On lit la période sur l'écran de l'oscillographe; on mesure la fréquence f avec un fréquencemètre.

On a souvent affaire à des circuits formés de **dipôles linéaires,** c'est-à-dire de dipôles pour lesquels la tension $u(t)$ à leurs bornes est une fonction linéaire de l'intensité $i(t)$ du courant qui les traverse.

Dans ce cas, toutes les tensions et toutes les intensités dans le circuit sont des fonctions sinusoïdales du temps, de même fréquence que la tension appliquée au circuit.

La pulsation ω étant fixée, seules les valeurs de U et de φ_u pour déterminer $u(t)$ à chaque instant. Il en est de même pour toutes les tensions et intensités d'un circuit. La tension $u(t)$ se représente par un être mathématique à deux dimensions :

- un vecteur dans le plan (représentation vectorielle),
- un nombre complexe $\underline{U}$, de module U, d'argument φ_u (représentation complexe).

Pratiquement, pour choisir la représentation complexe, il faut que la fréquence soit fixée et que le circuit soit constitué uniquement d'éléments linéaires

$\underline{U}$ représente la tension instantanée u (deux renseignements : U et φ_u),

U représente la tension efficace de u (un seul renseignement).

Confondre $\underline{U}$ et U serait aussi naïf que de confondre la photographie d'un paysage et sa description par un texte.

2.2 Impédance, admittance

Soumis à la tension $u = U\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi_u)$, le dipôle est traversé par le courant d'intensité $i = I\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi_i)$.

Pouvoir déterminer i à partir de u, c'est décrire le comportement du dipôle.

Il y a une relation entre les valeurs efficaces de i et de u qui définit l'impédance Z du dipôle électrique, c'est $Z = U/I$; et une relation entre les phases qui définit le déphasage φ caractérisant le comportement du dipôle : $\varphi = \varphi_u - \varphi_i$.

Ces deux éléments caractéristiques d'un dipôle se résument en un être mathématique à deux dimensions

appelé impédance complexe $\underline{Z}$ du dipôle (ou son inverse l'admittance $\underline{Y}$).

$$\underline{Z}\begin{cases}\text{de module } Z = U/I\\ \text{d'argument } \varphi = \varphi_u - \varphi_i\end{cases}$$
$$\underline{Y} = 1/\underline{Z}$$

2.3 Lois des circuits électriques

Toutes les relations établies dans le cours de Première F en courant continu sont applicables aux valeurs instantanées $u(t)$ et $i(t)$ **et aux valeurs complexes** $\underline{U}$ **et** $\underline{I}$, à savoir :

- loi des nœuds, loi des mailles,
- théorème de Thévenin, théorème de Norton,
- impédances et admittances de deux dipôles en série ou en parallèle,
- diviseur de tension, diviseur de courant.

Rappelons l'énoncé du **théorème de Thévenin :**

Un dipôle formé d'éléments linéaires peut être considéré comme le modèle de Thévenin d'un générateur (*fig.* 1.2).

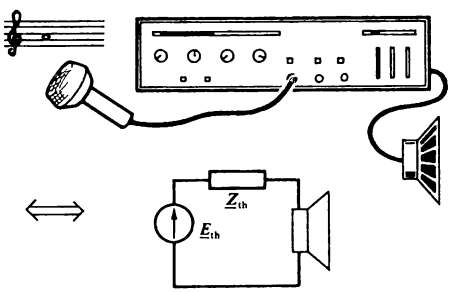


Fig. 1.2. **Intérêt du théorème de Thévenin.** — Le système dessiné est équivalent pour le haut-parleur au générateur E_{Th}, Z_{Th}. Quelle est la fréquence du fondamental de E_{Th}?

Ce théorème explique, en outre, comment calculer les caractéristiques du modèle de Thévenin :

- La f.é.m. du générateur de Thévenin, qui est la tension aux bornes du dipôle à vide (quand rien n'est branché entre les bornes de sortie).
- L'impédance du générateur, qui est l'impédance du dipôle rendu passif, quand on annule les f.é.m. **autonomes,** ou bien, si on connaît l'intensité du courant de court-circuit, l'impédance s'obtient en divisant la valeur de la f.é.m. par l'intensité du courant de court-circuit.

Le modèle de Thévenin se transforme aisément **en modèle de Norton.**

2.4 Dipôles passifs usuels

Avec une bonne approximation, nous les considérons comme linéaires, étant bien entendu, que les contraintes technologiques font qu'ils ne sont linéaires que dans un domaine limité de tension.

Nous utilisons toujours la **convention récepteur.**

Pour les **résistors linéaires** (nous dirons plus simplement, de manière usuelle, *résistance*), l'équation caractéristique est

$$u = Ri, \quad \text{ou} \quad \underline{U} = R\underline{I},$$

d'où

$$\underline{Z} = R \quad \text{et} \quad \underline{Y} = \frac{1}{R} = G.$$

Pour les **bobines parfaites,** c'est-à-dire de résistance nulle (nous dirons plus simplement *inductance*), l'équation caractéristique est

$$u = L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}, \quad \text{ou} \quad \underline{U} = \mathrm{j}L\omega\underline{I},$$

d'où

$$\underline{Z} = \mathrm{j}L\omega \quad \text{et} \quad \underline{Y} = \frac{1}{\mathrm{j}L\omega} = -\mathrm{j}\frac{1}{L\omega}.$$

Pour les **condensateurs parfaits,** l'équation caractéristique est

$$i = C\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}, \quad \text{ou} \quad \underline{I} = \mathrm{j}C\omega\underline{U},$$

d'où

$$\underline{Z} = \frac{1}{\mathrm{j}C\omega} \quad \text{et} \quad \underline{Y} = \mathrm{j}C\omega.$$

2.5 Associations série et parallèle

En série, les impédances complexes s'ajoutent.

Soit une inductance L en série avec une résistance R, l'expression de l'impédance complexe de l'ensemble est donnée par $\underline{Z} = R + \mathrm{j}L\omega$.

Le module vaut $\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}$, et le déphasage,

$$\varphi_u - \varphi_i = \arg(R + \mathrm{j}L\omega),$$

calculé par $\tan(\varphi_u - \varphi_i) = L\omega/R$.

De façon générale, l'expression d'une impédance complexe est de la forme :

$$\underline{Z} = R + \mathrm{j}X,$$
R est la résistance et X la réactance.

En associant les dipôles cités au § 2.4, on obtient toujours $R > 0$.

De même l'admittance est de la forme :

$$\underline{Y} = G + jB,$$

G est la conductance et B la susceptance.

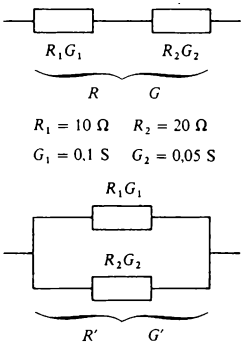
Pour alléger l'écriture, nous utiliserons les symboles

$$\oplus \quad \text{et} \quad //$$

qui représentent des opérations entre composants physiques et non entre nombres (*fig.* 1.3) :

$\oplus$ pour mis en série et // pour mis en parallèle.

Éviter toutefois de se servir de ces symboles dans l'expression finale des calculs littéraux.



$R = R_1 \oplus R_2$
$R = R_1 + R_2 = 30\ \Omega$
$G = G_1 \oplus G_2$
$G = \dfrac{G_1G_2}{G_1 + G_2} = 0{,}033$ S

$R' = R_1 // R_2$
$R' = \dfrac{R_1R_2}{R_1 + R_2} = 6.66\ \Omega$
$G' = G_1 // G_2$
$G' = G_1 + G_2 = 0{,}15$ S

Fig. 1.3. **Utilisation des symboles $\oplus$ et //.**

3 EXEMPLES DE CALCULS

3.1 Calcul d'une impédance

Déterminons l'impédance complexe du dipôle de la figure 1.4 :

$$\underline{Z} = Z_C \oplus (\underline{Z}_R // \underline{Z}_C) = \underline{Z}_C + \frac{\underline{Z}_R\underline{Z}_C}{\underline{Z}_R + \underline{Z}_C}$$

$$\underline{Z} = \frac{2\underline{Z}_C\underline{Z}_R + \underline{Z}_C^2}{\underline{Z}_R + \underline{Z}_C} = \frac{2(R/jC\omega) + 1/(Cj\omega)^2}{R + (1/jC\omega)}$$

$$\underline{Z} = \frac{2jRC\omega + 1}{-RC^2\omega^2 + jC\omega} = \frac{\underline{Z}_N}{\underline{Z}_D}.$$

En multipliant numérateur et dénominateur par la quantité conjuguée du dénominateur, $\underline{Z}$ se met sous la forme $a + jb$. Toutefois l'expression obtenue étant compliquée, on préfère souvent déterminer directement le **module** et l'**argument** de l'impédance complexe :

$$\underline{Z} = \frac{\underline{Z}_N}{\underline{Z}_D} = \frac{\sqrt{1 + 4R^2C^2\omega^2}}{\sqrt{R^2C^4\omega^4 + C^2\omega^2}},$$

$$\varphi = \varphi_N - \varphi_D,$$

avec $\tan \varphi_N = 2RC\omega$ et $\tan \varphi_D = -\dfrac{C\omega}{RC^2\omega^2} = -\dfrac{1}{RC\omega}$.

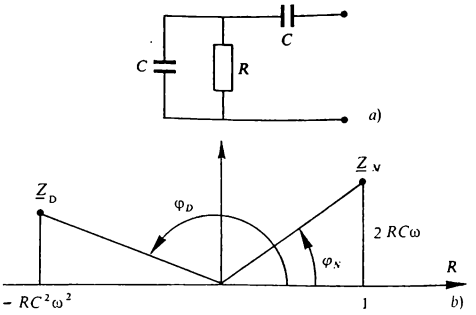


Fig. 1.4. **Recherche d'une impédance.**

La valeur de la tangente laisse planer un doute sur la valeur de l'angle, aussi nous avons représenté $\underline{Z}_N$ et $\underline{Z}_D$ dans le plan complexe. On voit que

$$\varphi_N \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \quad \text{et} \quad \varphi_D \in \left[\frac{\pi}{2}, \pi\right].$$ *La représentation géométrique des nombres complexes est une méthode rapide et sûre pour déterminer leur argument.*

3.2 Application du théorème de Thévenin

Pour les petits signaux (signaux de faible amplitude), le montage de la figure 1.5 *a* se ramène à celui de la figure 1.5 *b* (voir cours de Première F pages 188 et 190).

On y trouve un dipôle D alimentant un haut-parleur. Cherchons le modèle de Thévenin équivalent au dipôle D (1.5 *c*).

On se place dans le cas où l'impédance des condensateurs C est considérée comme nulle.

Détermination de la f.é.m. $\underline{E}_{th}$:

Débranchons le haut-parleur (*fig.* 1.5 *d*).

Le dipôle D étant à vide, il débite un courant nul, donc la tension aux bornes de C' est nulle, par suite la tension aux bornes du dipôle est égale à celle aux bornes de R_C; de plus, elle est égale à $\underline{E}_{th}$, d'où

$$\underline{E}_{th} = -R\beta\underline{I}_B, \qquad \underline{I}_B = \frac{\underline{E}}{r}, \qquad \underline{E}_{th} = -R\beta\frac{\underline{E}}{r}.$$

Détermination de $\underline{Z}_{th}$:

Rendons le dipôle passif (1.5 *e*) en court-circuitant E, alors r est court-circuitée, donc $I_B = 0$ et $\beta I_B = 0$. Le dipôle rendu passif se ramène à la résistance R en série avec C', d'où

$$\underline{Z}_{th} = R - j\frac{1}{C'\omega}.$$

N'hésitez pas à faire un nouveau schéma chaque fois que vous modifiez le circuit.

Dans l'exemple précédent, on aurait pu regrouper βI_B et R en un générateur de Thévenin de f.é.m. $\beta I_B R$. Pour rendre le dipôle passif, on aurait pu songer à court-circuiter ce générateur d'emblée. Le résultat obtenu aurait été correct, mais il n'en est pas toujours ainsi, car ce générateur n'est pas autonome (il dépend de I_B) (voir exercice 17).

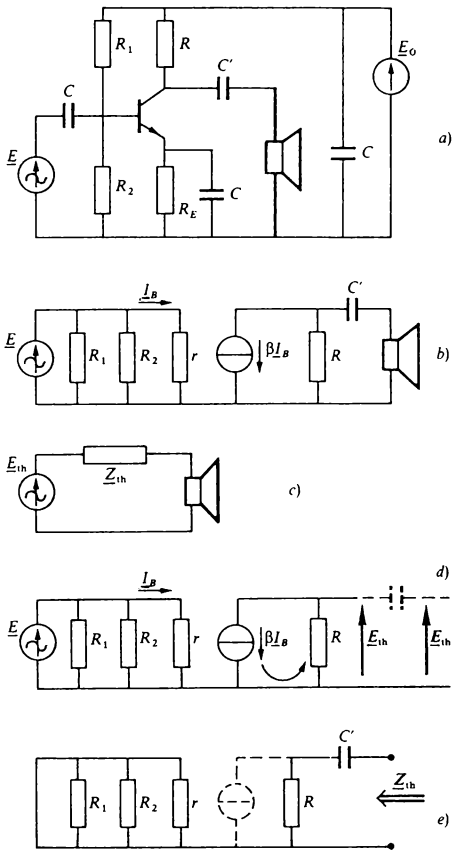


Fig. 1.5. **Modèle d'un amplificateur.**

4 PUISSANCE CONSOMMÉE

Soit un dipôle soumis à une tension u et parcouru par un courant d'intensité i.

La puissance *instantanée* consommée par ce dipôle est égale à $p = ui$; la valeur moyenne de cette puissance est appelée *puissance active*, elle est égale à $P = UI \cos \varphi$.

La *puissance réactive* consommée par le dipôle est égale à $P = UI \sin \varphi$.

- *Un résistor linéaire* ($\cos \varphi = 1$) consomme une puissance active d'expression $P = UI = U^2/R = RI^2$.
- *Une inductance pure* et un *condensateur parfait*

$$(\cos \varphi = 0)$$

ne consomment pas de puissance active.

- *Une inductance pure* pour laquelle $\sin \varphi = 1$, dont l'impédance est égale à la réactance ($X = L\omega > 0$) consomme une puissance réactive

$$UI \cdot 1 = XI^2 = U^2/X.$$

- *Un condensateur parfait* pour lequel $\sin \varphi = -1$, dont l'impédance est égale à la réactance

$$(X = -1/C\omega < 0)$$

consomme une puissance réactive

$$UI \cdot (-1) = XI^2 = U^2/X.$$

On peut également faire intervenir la conductance ($G = 1/R$) et la susceptance ($B = 1/X$).

U tension aux bornes de la	Puissances consommées	
	active	réactive
résistance R	$RI^2 = GU^2$	0
réactance X	0	$XI^2 = BU^2$

La puissance active totale consommée dans un circuit est égale à la somme des puissances actives (conservation de l'énergie).

Il en est de même pour les puissances réactives. (Voir cours de Première F, page 313.)

LABORATOIRE

1. Théorème et expérience

Il s'agit de confronter les résultats des calculs théoriques et les faits expérimentaux. On souhaite qu'ils concordent exactement, mais il y a de nombreuses raisons pour qu'il n'en soit pas rigoureusement ainsi.

Théorie

Le comportement des éléments est connu avec une certaine imprécision (valeur de la résistance) ; il est mal défini (on a mesuré la résistance à froid, mais que devient sa valeur à chaud?).

On a simplifié le comportement des éléments pour alléger les calculs. Les résultats sont obtenus avec l'approximation des petits signaux, et des portions de caractéristiques rectilignes, ce n'est pas justifié à 100 %.

Du côté de l'expérimentation :

Ce point a été développé dans le premier chapitre de l'ouvrage de 1re F : outre les erreurs aléatoires qui entraînent une incertitude dans les résultats, il y a des erreurs systématiques, dues en particulier aux perturbations apportées par la présence d'appareils de mesure. Les calculs nécessaires pour encadrer ou supprimer ces erreurs sont parfois trop fastidieux pour être entrepris.

Sur les **graphes,** on placera de façon bien visible mais précise les points correspondants aux résultats obtenus; on tracera la courbe de façon régulière par ces points ou en leur voisinage. On pourra parfois tracer sur le même graphe la courbe correspondant aux résultats théoriques, afin de faciliter comparaison et critique des méthodes employées.

Un point essentiel de la conclusion est l'appréciation de l'écart entre la théorie et l'expérience, puis la justification de cet écart. Pour cela, il importe de préciser clairement les **hypothèses simplificatrices** à la base du calcul théorique, et d'indiquer **le type de matériel de mesure employé,** ainsi que sa classe.

Il ne faut pas oublier de rédiger, d'expliquer la succession des manipulations et mesures, de signaler les anomalies dans les résultats.

La conclusion doit être compréhensible pour le lecteur non spécialiste qui vous aurait confié le travail.

L'ensemble du compte rendu doit permettre à tout technicien spécialiste de refaire dans le détail le travail que vous avez accompli, de retrouver les mêmes résultats.

2. Expérimentation

Dans les deux manipulations proposées, déterminer l'impédance complexe $\underline{Z}$ d'un dipôle par la méthode des « trois voltmètres » (cours Première F, p. 290). Ce montage nécessite au moins un voltmètre électronique à entrées flottantes.

Premier sujet

On se propose de vérifier l'utilisation du théorème de Thévenin sur le dipôle de la figure 1.6 *a*) : *e* a une valeur efficace de 2 V et une fréquence égale à 1 kHz.

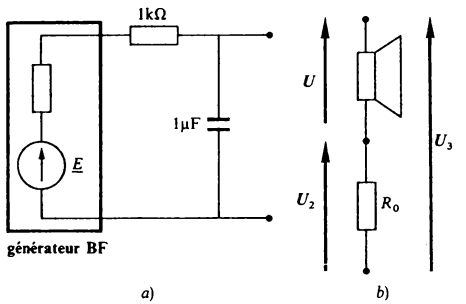


Fig. 1.6. **Montages pour les mesures.**

On suppose que l'impédance interne du générateur BF est purement résistive.

Mesurer cette résistance interne par une méthode de comparaison (cours de Première F, p. 64).

Étude théorique

Calculer la f.é.m. et l'impédance complexe interne du générateur de Thévenin équivalent au dipôle. Déterminer la tension efficace à ses bornes quand on le charge par une résistance de 200 Ω.

Étude expérimentale

Mesurer la tension efficace aux bornes du dipôle à vide. Rendre passif le dipôle. Mesurer l'impédance interne (module et argument) du dipôle rendu passif. Mesurer la tension efficace à ses bornes quand on le charge par une résistance de 200 Ω.

Questions

Les résultats théoriques et expérimentaux concordent-ils? Pratiquement, suffit-il de court-circuiter le générateur B.F. pour rendre le dipôle passif? Pour mesurer l'impédance du dipôle passif, faut-il prendre un ohmètre? Une méthode de comparaison avec une résistance variable étalonnée est-elle préférable?

Deuxième sujet (*fig. 1.6 b*)

Étude de l'impédance d'un haut-parleur (nu, de qualité courante) en fonction de la fréquence.

On prend $U_3 \approx 1$ V. Mesurer la résistance en continu, choisir R voisine de cette valeur.

Rechercher pour quelle fréquence f_0, U_2 prend une valeur maximale.

Faire varier les fréquences de 40 Hz à 10 kHz en effectuant davantage de mesures entre $f_0/2$ et $2f_0$.

Placer les points entre les valeurs de $\underline{Z}$ dans le plan complexe en indiquant en regard la fréquence correspondante, les joindre par une courbe.

Le constructeur indique l'impédance du haut-parleur à 1 kHz, cette valeur correspond-elle aux résultats obtenus?

DOCUMENTAIRE

Gammes et échelles de fréquences

Quand un instrument de musique émet un son de fondamental f, il donne en même temps avec plus ou moins d'intensité les harmoniques : $2f$, $3f$, $4f$, $5f$, $6f$, $7f$, $8f$, ... Quand l'instrument joue le son de fondamental $2f$, il donne également les harmoniques $4f$, $8f$, ... On retrouve là des fréquences obtenues avec le premier son.

Les sons de fondamental f et $2f$ présentent pour l'oreille une grande analogie. On dit qu'**ils sont à l'octave** l'un de l'autre. On les représentera par la même **note.**

Les gammes comportent traditionnellement 7 intervalles soit 8 notes dans l'intervalle $[f, 2f]$, d'où le nom d'octave. On peut justifier leur choix par le fait que l'oreille apprécie particulièrement les associations de fréquences dans des rapports simples (2/1, 3/2, 4/3, ...) et par l'existence des harmoniques des sons correspondants.

En raison de sa structure l'**oreille perçoit le rapport des fréquences de deux notes,** c'est-à-dire leur intervalle i.

Soient trois sons de fréquences fondamentales f_1, f_2, f_3, les musiciens ont coutume de dire que l'intervalle i''' du premier au troisième est la somme de i' (du premier au deuxième) et de i'' (du troisième au deuxième).

Mais en réalité :

$$i''' = f_3/f_1 = f_3/f_2 \times f_2/f_1 = i'' \cdot i',$$

ou $\log i''' = \log i'' + \log i'$.

On mesure donc un intervalle par son **logarithme** décimal et l'on multiplie par 1 000 pour éviter les chiffres décimaux, le résultat est exprimé en savarts.

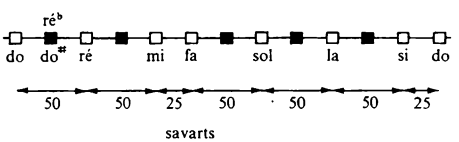
Ainsi si deux notes sont à l'octave, elles sont séparées par $1\,000 \log (2f/f) \approx 300$ savarts.

Une oreille exercée apprécie un intervalle de 2 savarts.

La gamme tempérée de Bach est employée actuellement par presque tous les compositeurs européens.

L'octave (intervalle égal à 2) est divisé en 12 demi-tons égaux d'intervalle i :

$i^{12} = 2$, $i = \sqrt[12]{2} \approx 1{,}06$, soit 25 savarts.



do central : 261,63 Hz

ENTRAINEMENT ET RECHERCHE

QUESTIONS RAPIDES

1

Citer des dipôles non linéaires. Quels sont les théorèmes et les lois citées dans ce chapitre qui s'appliquent à ces dipôles?

2

Si la susceptance d'un dipôle est négative, qu'en est-il de sa réactance?

3

Quelles sont les unités d'admittance, de réactance, de susceptance?

4

Soient deux dipôles quelconques en série :

la résistance totale est-elle égale à la somme des résistances?

Mêmes questions en remplaçant résistance par réactance, impédance, impédance complexe, déphasage.

5

Vous avez rejeté certaines affirmations de la question précédente, citez toutefois des cas particuliers où elles sont vérifiées.

6

Dans quel domaine de fréquence un condensateur de 10 µF a-t-il une impédance inférieure à 10 Ω?

7

Si l'on place un condensateur parfait dans un circuit alimenté par un générateur de tension, la puissance active consommée par le circuit est-elle modifiée (attention!)?

EXERCICES

8

Soient deux dipôles d'impédance

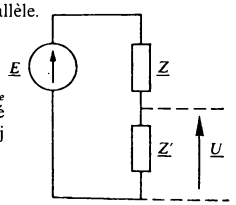
$$\underline{Z}_1 = 3 + 4\text{j} \quad \text{et} \quad \underline{Z}_2 = 4 - 5\text{j}.$$

Calculer le module et l'argument de $\underline{Z}_1$ et $\underline{Z}_2$. Déterminer au choix (sous la forme $a + jb$ ou en module et argument), l'impédance complexe de l'ensemble de ces deux dipôles.

a) en série; *b*) en parallèle.

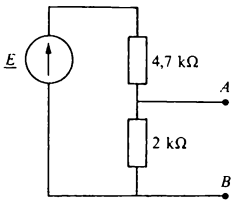
9

Calculer U/E et $\varphi_u - \varphi_e$ dans le montage représenté ci-contre avec $\underline{Z} = 2 + 3\text{j}$ et $\underline{Z}' = 2 - 5\text{j}$.



10

On considère ce diviseur de tension ($E = 1$ V, $f = 1$ kHz) (voir figure). Calculer U_{AB} et son déphasage par rapport à E dans les trois cas suivants :



- sortie à vide,
- chargé par une résistance $R = 1{,}8$ kΩ
- chargé par un condensateur $C = 0.1$ µF.

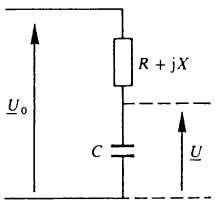
11

On pose $\underline{T} = \underline{U}/\underline{U}_0$. Calculer R et X en fonction de C et de la pulsation ω pour que :

a) arg $\underline{T} = 0$;

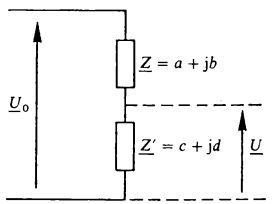
b) arg $\underline{T} = \pi$;

c) $\underline{T}$ soit réel;



12

Donner une condition liant a, b, c, d pour que U/U_0 soit réel.

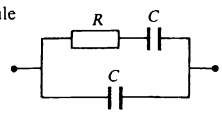


Données communes aux exercices 13, 14, 15, 16 :

$C = 1$ µF $\quad R = 1$ kΩ, $\quad E = 1$ V, $\quad f = 1$ kHz.

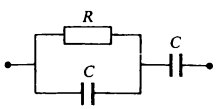
13

Calculer l'impédance complexe, puis son module pour le dipôle ci-contre :



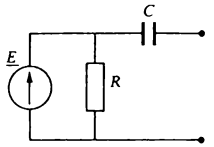
14

Même exercice pour le dipôle ci-contre :



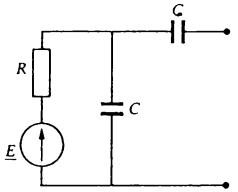
15

Déterminer les modèles de Thévenin et de Norton équivalents au dipôle suivant :



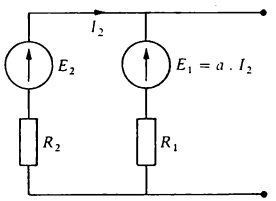
16

Même exercice pour le dipôle suivant :



17

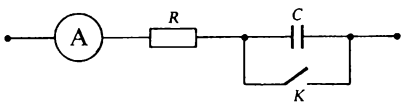
Chercher la résistance interne du générateur de Thévenin équivalent à ce dipôle.



Réponse : $R_1R_2/(R_2 + R_1 + a)$.

18

Le dipôle suivant est alimenté sous une tension de pulsation ω. L'interrupteur K étant ouvert, on lit I_0 sur l'ampèremètre, et K fermé. On lit I.



Exprimer C en fonction de R, ω, I_0 et I.

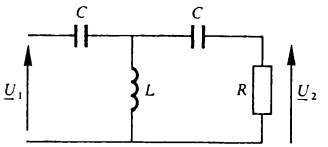
19

Déterminer la réactance X à ajouter en série à une résistance de 100 Ω pour que l'ensemble alimenté sous 10 V, 50 Hz, consomme une puissance de 0,5 W.

PROBLÈMES

20

On considère le dipôle suivant, avec $R = 1\,000\ \Omega$, $L = 64$ mH, $C = 64$ nF, $U = 20$ V à la fréquence de 2 500 Hz.

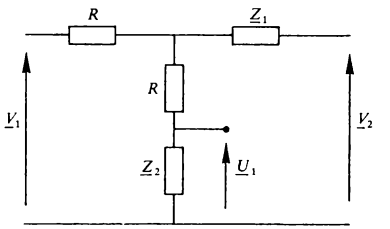


Déterminer le déphasage $\varphi(u_2) - \varphi(u_1)$.

(*Extrait du bac* F_2.)

21

Montrer que dans le circuit schématisé suivant :



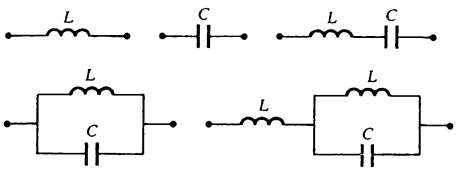
on a

$$\underline{U}_1 = \frac{\underline{Z}_2(\underline{Z}_1\underline{V}_1 + R\underline{V}_2)}{(\underline{Z}_2 + R)(\underline{Z}_1 + R) + R\underline{Z}_1}.$$

(*Extrait du bac* F_2.)

22

On considère les dipôles suivants :



Donner l'expression de leur impédance complexe à la fréquence nulle (correspondant au courant continu), puis lorsque la fréquence devient infiniment grande.

Pour chacun de ces dipôles, tracer l'allure des courbes représentant les variations de leur réactance et de leur susceptance en fonction de la fréquence. Rechercher, en particulier, les asymptotes verticales, horizontales, obliques et les abscisses des points d'intersection avec l'axe des fréquences.

23

Suggestion de programme sur ordinateur

Réaliser le programme donnant R, X, G, B à partir des indications des trois voltmètres lors de la détermination expérimentale d'une impédance.

CHAPITRE 2

FACTEUR DE QUALITÉ PONTS D'IMPÉDANCE

Nous allons chercher à *modéliser* un dipôle passif réel comme nous l'avons fait pour un générateur dans le chapitre précédent.

L'expérience de la figure 2.1 montre qu'une résistance de valeur 1 kΩ en série avec un condensateur de 0,1 μF constitue un dipôle de même comportement à 350 Hz que celui formé d'une résistance de 22 kΩ *en parallèle* avec le même condensateur. Le modèle d'un dipôle se présente donc aussi bien sous forme série que parallèle.

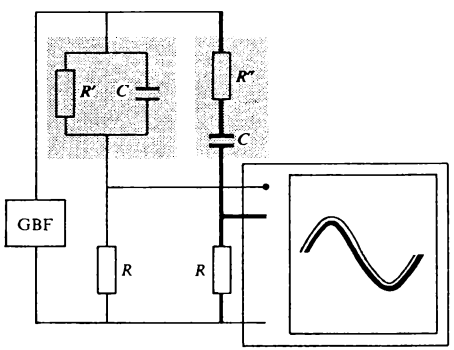


Fig. 2.1. **Équivalence de dipôles :** $R' = 22$ kΩ, $R'' = 1$ kΩ, $C = 0{,}1$ μF. A 350 Hz, les tensions aux bornes des résistances R(10 Ω) sont identiques donc les tensions aux bornes des dipôles et les intensités qui les traversent sont identiques. Ils ont même comportement.

1 FACTEUR DE QUALITÉ D'UN DIPÔLE

1.1 Définition

Quand on choisit de placer une bobine dans un circuit, ce n'est pas pour sa résistance, mais pour son inductance. On rêverait d'une bobine parfaite de résistance nulle... De façon générale, la partie imaginaire de l'impédance d'un dipôle présente souvent un grand intérêt, tandis que la partie réelle n'entraîne qu'une perte de puissance par effet Joule.

On caractérise le comportement plus ou moins bon d'un **dipôle passif** par un nombre, son **facteur de qualité** Q défini par le rapport des puissances réactive et active consommées par ce dipôle.

$$Q = \frac{|\text{Puissance réactive}|}{\text{Puissance active}}.$$

Ne pas confondre Q, facteur de qualité avec la puissance réactive notée traditionnellement Q dans le cours de Première F.

1.2 Expressions du facteur de qualité

Soit un dipôle d'impédance $\underline{Z} = R + jX$. Il est équivalent à la résistance $R_\oplus$ consommant une puissance active $R_\oplus I^2$ et une puissance réactive nulle, mise en série avec la réactance $X_\oplus$ consommant une puissance active nulle et la puissance réactive $X_\oplus I^2$.

Par conséquent, $Q = \dfrac{|X_\oplus I^2|}{R_\oplus I^2} = \dfrac{|X_\oplus|}{R_\oplus}$.

Mais le dipôle se définit également par sa réactance $\underline{Y} = G + jB$. Il est équivalent à la conductance G consommant la puissance active GU^2 en parallèle avec la susceptance B consommant la puissance réactive BU^2. On a donc $Q = \dfrac{|BU^2|}{GU^2} = \dfrac{|B|}{G}$ (*fig.* 2.2 *b*).

2 TRANSFORMATION SÉRIE-PARALLÈLE

2.1 Relations entre $R_\oplus$, $X_\oplus$, G, B et Q

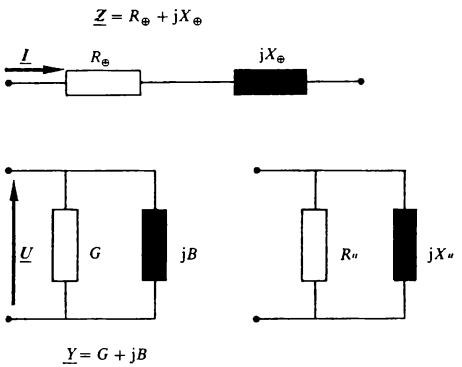


Fig. 2.2. **Trois façons différentes de voir le même dipôle.**

$$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{R_\oplus + jX_\oplus} = \frac{R_\oplus - jX_\oplus}{(R_\oplus + jX_\oplus)(R_\oplus - jX_\oplus)}$$
$$= \frac{R_\oplus - jX_\oplus}{R_\oplus^2 + X_\oplus^2} = G + jB.$$

On en déduit $G = \dfrac{R_\oplus}{R_\oplus^2 + X_\oplus^2}$ et $B = \dfrac{-X_\oplus}{R_\oplus^2 + X_\oplus^2}$.

Ces relations s'écrivent, en faisant intervenir le facteur de qualité :

$$G = \frac{R_\oplus}{R_\oplus^2 + X_\oplus^2} = \frac{R_\oplus}{R_\oplus^2 + Q^2 R_\oplus^2} = \frac{1}{R_\oplus(1 + Q^2)},$$

de même $B = \dfrac{-1}{X_\oplus\left(1 + \dfrac{1}{Q^2}\right)}$.

Ces relations se simplifient dans le cas où $Q \geqslant 10$, alors $Q^2 \gg 1$ et $1/Q^2 \ll 1$, d'où $G \approx 1/R_\oplus Q^2$ et $B \approx -Q^2/X_\oplus$.

2.2 Impédances dans le schéma parallèle

L'expression de l'admittance fait tout naturellement penser à une structure parallèle du dipôle. Mais l'habitude porte plus souvent à citer des impédances. Aussi recherchons les impédances $R_{//}$ et $jX_{//}$ de la structure parallèle (*fig.* 2.2) :

$$R_{//} = 1/G, \qquad jX_{//} = 1/jB = -j/B, \qquad X_{//} = -1/B.$$
$$R_{//} = R_\oplus(1 + Q^2) \approx R_\oplus Q^2$$
$$X_{//} = X_\oplus(1 + 1/Q^2) \approx X_\oplus$$

(les approximations étant valables pour $Q \geqslant 10$)

$$Q = \frac{|X_\oplus|}{R_\oplus} = \frac{|B|}{G} = \frac{R_{//}}{|X_{//}|}.$$

On remarque que $X_\oplus$ et $X_{//}$ sont de même signe, c'est-à-dire que si la structure série a un caractère inductif, la structure parallèle l'a également.

2.3 Exemple numérique

Reprenons l'exemple cité dans l'introduction du chapitre :

Le dipôle est formé d'une résistance $R_\oplus$ de 1 kΩ en série avec un condensateur $C_\oplus$ de 0,1 µF à 350 Hz :

$\underline{Z} = R_\oplus + j(-1/C_\oplus\omega)$,
$R_\oplus = 1\,000\ \Omega$

$$X_\oplus = -\frac{1}{C_\oplus\omega} = -\frac{1}{10^{-7} \times 2\pi \times 350} = -4\,547\ \Omega,$$
$$Q = 4\,547/1\,000 \approx 4{,}55.$$

Ces valeurs conduisent à $R_{//} = 21{,}7$ kΩ (20,7 kΩ avec l'approximation), et à $X_{//} = -4\,764\ \Omega$ ($-4\,547\ \Omega$ avec l'approximation),

$$X_{//} = -1/C_{//}\omega \Rightarrow C_{//} = 0{,}095\ \mu\text{F}.$$

Le dipôle étudié a le même comportement à 350 Hz qu'une résistance de 21,7 kΩ en parallèle avec un condensateur de 0,095 µF.

Calculons les valeurs de $R_{//}$ et $C_{//}$ à 1 000 Hz :

$X_\oplus = -1\,591\ \Omega$, $Q = 1{,}59$,
$R_{//} = 3{,}53$ kΩ, $C_{//} = 0{,}072$ µF.

Les éléments du schéma équivalent parallèle sont différents.
En effet leur calcul fait intervenir le facteur de qualité or celui-ci dépend de la fréquence.

Quel modèle pour une bobine?

L'étude de la bobine « 5 000 spires » de la figure *a*) conduit aux résultats suivants :

fréquence	*modèle série b)*	*modèle parallèle c)*

50 Hz	$R_\oplus = 230\ \Omega$
	$X_\oplus = 372\ \Omega$
	$L_\oplus = 1{,}18$ H
		$R_{//} = 827\ \Omega$
		$X_{//} = 515\ \Omega$
		$L_{//} = 1{,}64$ H

100 Hz	$R_\oplus = 230\ \Omega$
	$X_\oplus = 743\ \Omega$
	$L_\oplus = 1{,}18$ H
		$R_{//} = 2\,614\ \Omega$
		$X_{//} = 814\ \Omega$
		$L_{//} = 1{,}29$ H

On constate que les valeurs de $R_\ominus$ et $L_\ominus$ sont indépendantes de la fréquence, c'est pourquoi on préfère représenter la bobine par son schéma série.

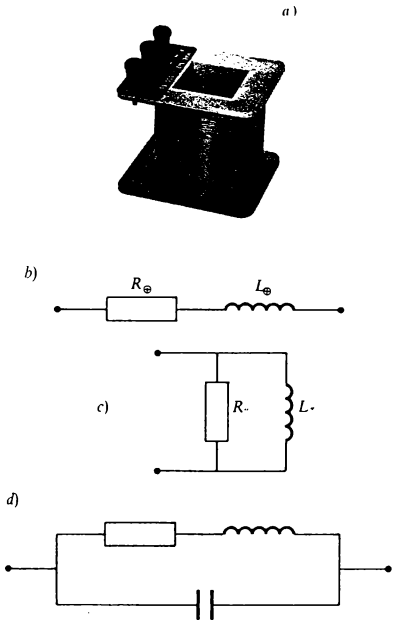
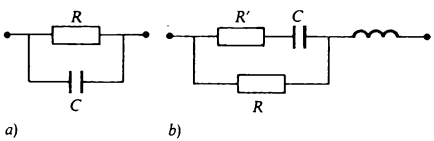


Fig. 2.3.

L'observation de u et i à l'oscillographe montre qu'à la fréquence de 11 kHz, $\varphi_u - \varphi_i = 0$ et que l'impédance de la bobine présente un maximum. Ceci s'explique par l'existence d'un circuit bouchon (cours de Première F, *p.* 303), la capacité étant justifiée par la proximité des spires de la bobine. En haute fréquence, on utilisera donc le schéma *d*). Mais à 50 Hz, l'impédance de cette capacité, de 1,8 nF environ, vaut 1,8 MΩ, c'est-à-dire bien plus que l'impédance de la bobine, il n'y a donc pas lieu d'en tenir compte.

Quel modèle pour un condensateur?

Le diélectrique a une résistance R non infinie (résistance de fuite), ce qui conduit au modèle basse fréquence de la figure.



Le changement continuel de polarisation des molécules du diélectrique, sous l'action du champ électrique alternatif (cours de Première F, *p.* 259) entraîne une dissipation de chaleur que l'on interprète comme un effet Joule dans une résistance R'. La géométrie du condensateur impose par ailleurs un effet inductif, d'où le schéma « haute-fréquence ».

Les constructeurs indiquent souvent **l'angle de perte** δ du condensateur; tel que

$$\delta = \frac{\pi}{2} - (\varphi_i - \varphi_u),$$

ou le **coefficient de perte** tan δ défini par

$$\tan \delta = \frac{1}{\tan (\varphi_i - \varphi_u)} = \frac{R_{//}}{|X_{//}|} = \frac{1}{Q}.$$

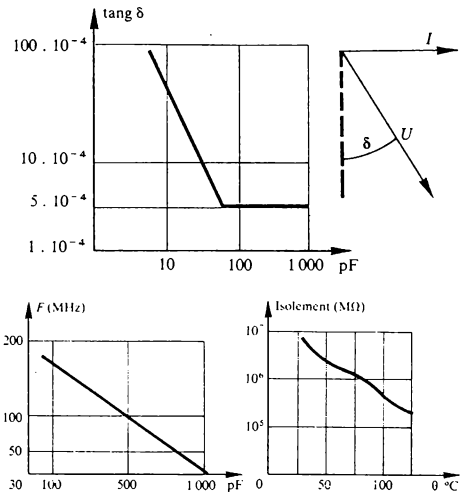


Fig. 2.4.

3 PONTS D'IMPÉDANCE

3.1 Principe

Le principe de réalisation en est le même que celui du pont de Wheatstone étudié en classe de Première. On relira avec attention le cours de 1re F à ce sujet (*p.* 62, 66).

L'équilibre du pont a lieu lorsque la tension V aux bornes du détecteur est nulle (*fig.* 2.5), soit $\underline{U'} = \underline{U''}$. Alors $\underline{I} = 0$ dans le détecteur, la relation du diviseur de tension s'applique :

$$\underline{U'} = \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}\,\underline{U} = \frac{\underline{Z}_3}{\underline{Z}_3 + \underline{Z}_4}\,\underline{U} = \underline{U''}$$

d'où $$\frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} = \frac{\underline{Z}_3}{\underline{Z}_3 + \underline{Z}_4},$$

soit $$\underline{Z}_2(\underline{Z}_3 + \underline{Z}_4) = \underline{Z}_3(\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2)$$

$$\boxed{\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_3 = \underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_4}$$

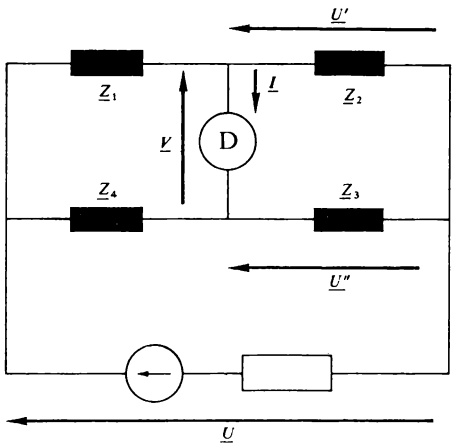


Fig. 2.5. **Pont d'impédance.**

3.2 Différents types de ponts

Soit à déterminer $\underline{Z}_1$ par $\underline{Z}_1 = \dfrac{\underline{Z}_2\underline{Z}_4}{\underline{Z}_3}$, en ajustant $\underline{Z}_2$, $\underline{Z}_3$ et $\underline{Z}_4$ de façon à équilibrer le pont.

Il est préférable de choisir des impédances $\underline{Z}_2$, $\underline{Z}_3$ et $\underline{Z}_4$ faciles à réaliser avec précision quelle que soit la fréquence d'utilisation. Pratiquement deux d'entre elles sont des résistances et la troisième un condensateur souvent fixe, placé en série ou en parallèle avec une résistance.

• Les deux branches purement résistives peuvent être adjacentes dans le pont (*fig.* 2.7).

Posons

$$\underline{Z}_2 = P, \qquad \underline{Z}_3 = Q,$$
$$\underline{Z}_4 = R_4 + jX_4, \qquad \underline{Z}_1 = R_1 + jX_1.$$

A l'équilibre : $R_1 + jX_1 = \dfrac{P}{Q}(R_4 + jX_4)$.

On dit qu'on est en présence d'**un pont P/Q**; l'égalité des parties réelles donne

$$R_1 = \frac{P}{Q} R_4$$

et celle des parties imaginaires :

$$X_1 = \frac{P}{Q} X_4.$$

P et Q étant positifs, X et X_4 ont même signe : si $\underline{Z}_4$ a un caractère capacitif, $\underline{Z}_1$ doit avoir aussi un caractère capacitif.

On aurait pu également placer P en $\underline{Z}_4$ et Q en $\underline{Z}_3$.

• Les deux branches résistives peuvent être en vis-à-vis (*fig.* 2.5).

Posons

$$\underline{Z}_2 = P, \qquad \underline{Z}_4 = Q, \qquad \underline{Z}_3 = R_3 + jX_3.$$

A l'équilibre : $(R_1 + jX_1) \cdot (R_3 + jX_3) = PQ$. On est en présence d'**un pont en PQ**; l'égalité des parties réelles donne :

$$R_1R_3 - X_1X_3 = PQ,$$

et celle des parties imaginaires :

$$X_1R_3 + X_3R_1 = 0.$$

De ce système de deux équations à deux inconnues, on déduit X_1 et R_1.

R_1 et R_3 étant positives, X_1 et X_3 doivent être de signes opposés : si Z_3 a un caractère capacitif, Z_1 doit avoir un caractère inductif.

3.3 Application des ponts d'impédance

L'équilibre du pont permet de déterminer une impédance complexe inconnue $\underline{Z}_1$. Mais on a souvent besoin de la grande sensibilité du pont pour détecter les variations de $\underline{Z}_1$.

On équilibre le pont pour $\underline{Z}_1 = \underline{Z}_{1_0}$, dès que $\underline{Z}_1$ s'écarte de $\underline{Z}_{1_0}$ le détecteur dévie.

La sensibilité est le rapport de l'indication du détecteur à la variation de $\underline{Z}_1$ à partir de l'équilibre. D'après le résultat vu à propos du pont de Wheatstone, celle-ci est maximale (à tension d'alimentation donnée) lorsque $\underline{Z}_1 = \underline{Z}_2$.

$\underline{Z}_1$ peut varier sous l'influence d'une grandeur physique (*fig.* 2.6).

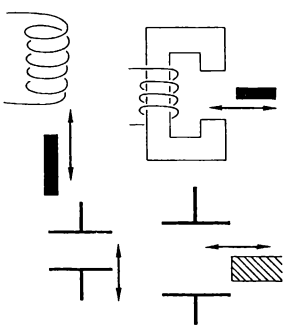


Fig. 2.6. **Comment un déplacement peut commander une impédance.**

Une *résistance* peut dépendre de la température, du débit d'un fluide, de la pression d'un gaz (cours de Première F, *p.* 102), *d'un éclairement* (*photorésistance*), *d'une pression* (*jauge de contrainte*).

L'inductance d'une bobine varie lorsqu'on déplace son noyau ou si l'on fait varier l'entrefer. On réalise ainsi un capteur de proximité ou d'épaisseur de tôle.

Un détecteur de proximité, de niveau d'un fluide pourra utiliser un *condensateur* dont on déplace une armature ou le diélectrique.

LABORATOIRE

Ces sujets d'étude concernent des ponts d'impédance. Le détecteur peut être un ampèremètre, un voltmètre, un oscillographe ou encore un écouteur si l'on travaille dans le domaine des fréquences audibles.

La plupart des générateurs et appareils de mesure en régimes variables ont une borne de l'entrée ou de la sortie à la masse, ils nécessitent alors un **transformateur d'isolement** afin d'éviter de court-circuiter une impédance du pont.

Un transformateur d'isolement supporte rarement le passage d'un courant continu; il ne travaille correctement que dans un domaine de fréquence restreint.

La recherche de l'équilibre est parfois longue. Dans la pratique on emploie des ponts précablés et surtout des **ponts automatiques** (*fig.* 2.7).

Nous vous suggérons comme détecteur, un voltmètre électronique à entrées flottantes. A la différence du pont en continu, on lira une valeur toujours positive que l'on tentera d'annuler pour réaliser l'équilibre. Toutefois il ne faut pas s'attendre à une indication nulle car il subsiste un bruit de fond comme le montre l'observation à l'oscillographe.

Tous les montages utilisent une capacité étalon de 0,10 µF.

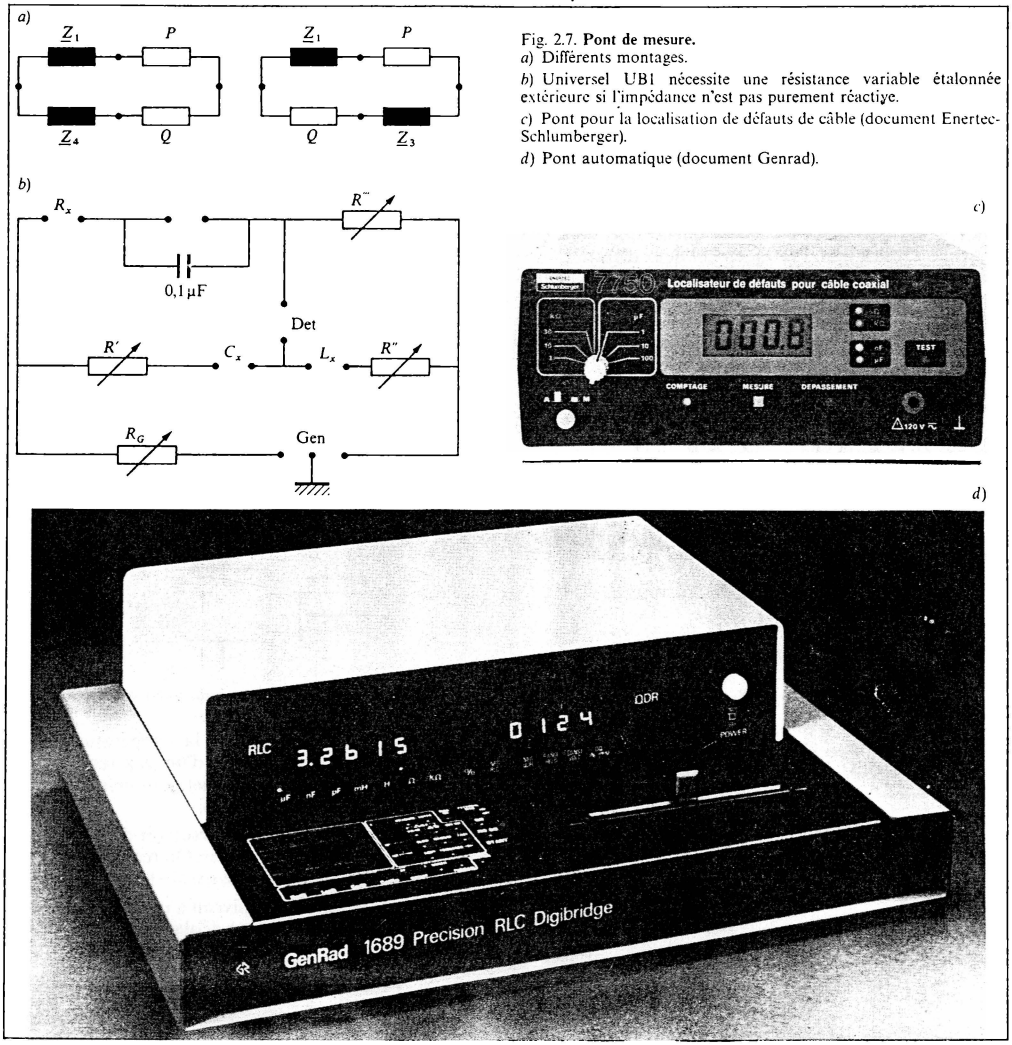


Fig. 2.7. **Pont de mesure.**
a) Différents montages.
b) Universel UB1 nécessite une résistance variable étalonnée extérieure si l'impédance n'est pas purement réactive.
c) Pont pour la localisation de défauts de câble (document Enertec-Schlumberger).
d) Pont automatique (document Genrad).

1. Détermination d'une impédance complexe

Le dipôle $\underline{Z}_1$ se compose d'une résistance marquée 1 kΩ mise en série avec un condensateur marqué 0,22 µF.

Déterminer l'impédance complexe de ce dipôle à 100 Hz, puis à 1 kHz, d'abord par le calcul, puis par une mesure au pont (pont de la figure 8).

L'équilibre ne s'obtient pas immédiatement : on se fixe d'abord une valeur de Q, puis on ajuste P, jusqu'à obtenir un minimum au détecteur, enfin on ajuste R_4 pour obtenir un minimum plus faible, etc.

2. Mesure de la capacité d'un condensateur

Dans le montage de la figure 2.8, $\underline{Z}_1$ est un condensateur supposé parfait, R_4 devient alors inutile.

Mesurer la capacité C du condensateur à 500 Hz, évaluer la précision du résultat, étudier enfin la sensibilité du montage en fonction de Q.

Pour cela, remplacer le condensateur par un autre de capacité variable étalonnée et réglée à la valeur C, équilibrer le pont, chercher de combien il faut faire varier la capacité pour que le voltmètre dévie de 10 digits. Recommencer le processus pour diverses valeurs de Q.

3. Étude d'une bobine

Le dipole $\underline{Z}_1$ se compose d'une bobine de forte inductance. Étudier sa réactance et son facteur de qualité en fonction de la fréquence à partir de mesures au pont.

Rechercher d'abord en observant u et i à l'oscillographe pour quelle fréquence le déphasage, donc la réactance, est nul, et quelle est la valeur approximative de l'inductance en basse fréquence.

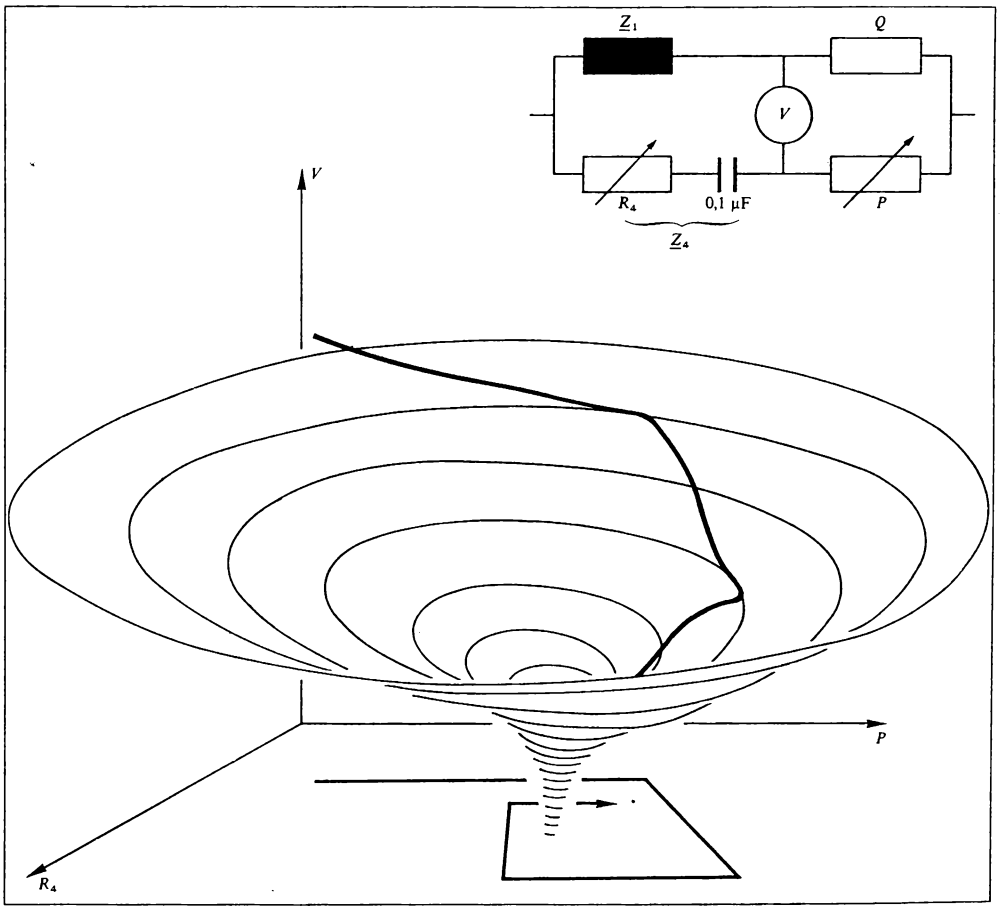


Fig. 2.8. En réglant successivement P et R_4 on se rapproche de l'équilibre du pont.

4. Variation d'inductance

• On équilibre **un pont d'impédance** à 200 Hz comportant :

— une capacité de 0,10 µF, une résistance variable, jusqu'à 100 kΩ, en parallèle,

— une résistance de 10 kΩ,

— une résistance variable jusqu'à 20 kΩ,

— une bobine de 5 000 spires emmanchée sur le noyau en U du transformateur démontable.

• Capteur de proximité

On réalise un circuit magnétique avec le noyau en U et la quatrième branche du transformateur démontable. L'équilibre du pont est réalisé lorsque la quatrième branche se situe à la distance $d = 3$ mm du noyau en U. On fait ensuite varier cette distance ce qui a pour effet de faire varier l'inductance de la bobine, donc de déséquilibrer le pont.

Tracer la courbe donnant l'indication du voltmètre en fonction de d.

L'écart d est réalisé, par exemple, en intercalant des feuilles de papier découpées au format de la quatrième branche, feuilles dont on a mesuré l'épaisseur à partir de celle d'un paquet de 500 feuilles identiques.

• Capteur d'épaisseur de tôle

L'équilibre est recherché lorsque le noyau en U est complété par 2 fers à section droite réalisant un entrefer de 3 mm. On intercale entre ces deux fers une, puis deux, puis trois tôles d'acier de 3/10. On étudie la déviation du voltmètre en fonction de l'épaisseur totale de la tôle.

• Capteur-enregistreur d'éclairement

Il s'agit ici d'un pont en continu (*fig.* 2.9).

R_1 est une photorésistance LDR07, R_2, R_3 et R_4 sont des résistances valant 1 kΩ. Le détecteur est l'entrée Y de la table traçante. La photorésistance est placée derrière un cache comportant une fente très fine, le tout est fixé au curseur d'un potentiomètre. Les mouvements de ce dernier commandent l'entrée X de la table traçante. On enregistre ainsi, en fonction de la position de la photorésistance, une grandeur qui dépend de son éclairement.

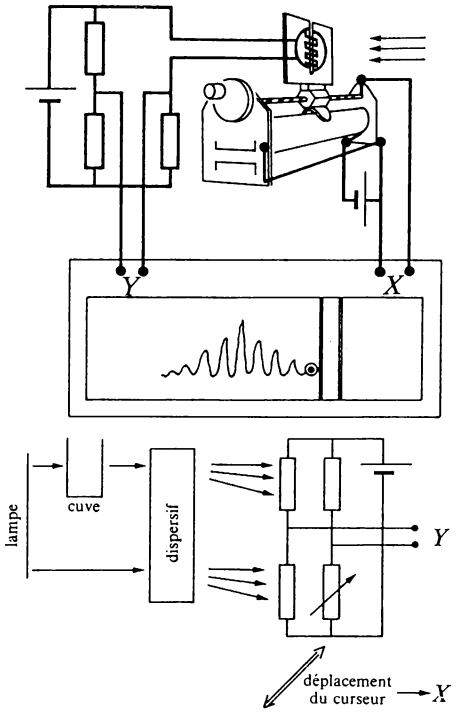


Fig. 2.9. Montages pour enregistrer une figure d'interférences et un spectre d'absorption.

On trace par exemple la courbe d'éclairement d'une figure d'interférence (veiller à ce que la fente soit bien parallèle aux franges).

En remplaçant R_2 par une autre photorésistance mise derrière la même fente du cache, on étudie le spectre d'absorption d'une substance.

On cherche l'équilibre du pont, la cuve étant pleine d'eau. L'éclairement varie avec la couleur suivant le spectre d'émission de la lampe, mais ceci entraîne des variations simultanées de R_1 et R_2 si bien que le pont reste équilibré. Remplir la cuve avec la substance, alors R_1 et R_2 reçoivent des éclairements différents, déplacer le dispositif.

DOCUMENTAIRE

Les potentiels évoqués auditifs

Les possibilités des systèmes électroniques ont contribué au développement des méthodes d'analyse médicale. Cette technique a été mise au point de 1954 à 1971.

On fait entendre au patient un clic sonore (généré au moyen d'un signal sinusoïdal et d'une rampe). Des électrodes placées sur sa tête recueillent des signaux, dont l'amplitude est de l'ordre de 0,10 μV, qui sont étudiés après préamplification et filtrage des fréquences trop élevées ou trop faibles pour être significatives.

On désire observer grâce à ces signaux la réaction du système nerveux auditif dans les 50 ms qui suivent le clic, mais cette réaction est masquée par un bruit de fond important. La solution adoptée est la suivante : on mémorise le signal recueilli à la suite du clic et on recommence l'opération plusieurs milliers de fois, on ajoute les signaux mémorisés : ceux qui n'ont rien à voir avec le clic se détruisent mutuellement et ceux relatifs au clic s'ajoutent. On obtient ainsi une courbe présentant une série de pics. On étudie les intervalles de temps qui séparent les pics. L'examen de ces valeurs permet de détecter le bon fonctionnement de l'oreille, du nerf auditif et des centres nerveux de l'audition de manière **objective** (ce qui est fondamental pour les expertises). On peut en particulier étudier l'audition de l'enfant dès la naissance.

ENTRAINEMENT ET RECHERCHE

QUESTIONS RAPIDES

1

Y a-t-il une unité de facteur de qualité?
Le facteur de qualité peut-il être négatif?

2

Cela a-t-il une signification de graver sur un condensateur la valeur de son angle de perte?

3

Rappeler les formules de transformation nécessaires pour calculer les éléments de la structure parallèle d'un dipôle en fonction de sa structure série? Pourquoi n'a-t-on pas mis d'indice $\oplus$ ou // à Q? Quand est-il justifié d'employer des relations approchées?

4

Une bobine est équivalente à une résistance de 20 Ω mise en série avec une inductance de 0,50 H. Dans quel domaine de fréquences, son facteur de qualité est-il supérieur à 1?

5

Une bobine équivalente à $R \oplus L$ a un facteur de qualité égal à 10 à 1 kHz. Quel est son facteur de qualité à 2 kHz?

6

Un condensateur est équivalent à une capacité de 0,10 μF en parallèle avec une résistance de 100 kΩ. Dans quel domaine de fréquences son facteur de qualité est-il supérieur à 10?

7

Citer trois méthodes pour déterminer l'impédance complexe d'un dipôle.

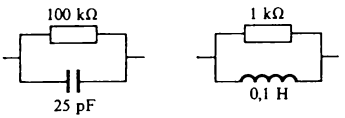
8

Donner un schéma possible pour un pont d'impédances destiné à mesurer l'inductance d'une bobine supposée sans résistance.

EXERCICES

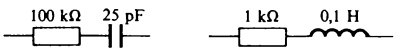
9

Calculer les éléments $R_\oplus$ et $C_\oplus$ ou $L_\oplus$ des structures série équivalentes à ces dipôles, à 1 kHz :



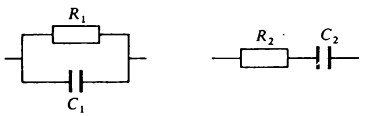
10

Calculer les éléments $R_{//}$ et $C_{//}$ ou $L_{//}$ des structures parallèles équivalentes à ces dipôles, à 1 kHz :



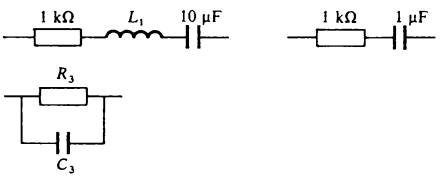
11

Ces deux dipôles ont même impédance complexe à 1 kHz. Lequel d'entre eux a le plus grand facteur de qualité à 2 kHz?



12

Calculer L_1, R_3 et C_3 pour que ces trois dipôles aient même impédance complexe à 50 Hz. Ces valeurs étant choisies, calculer leur impédance complexe à 100 Hz.



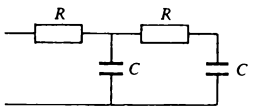
Q est sans unité.

Lorsque vous exprimez Q en fonction de L (en H), C (en F), ω (en rad/s) et R,

exprimez R en ohms.

13

Par des transformations série-parallèle successives, chercher les éléments $R_\oplus$ et $C_\oplus$ du dipôle équivalent à 500 Hz :

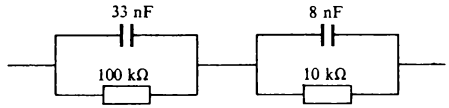


$R = 0{,}5$ kΩ,

$C = 0{,}1$ nF.

14

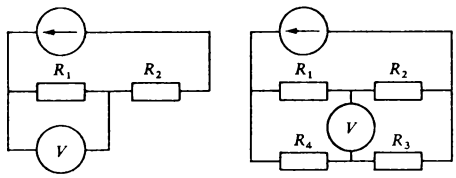
Même exercice concernant ce dipôle à $\omega = 1\,000$ rad/s :



15 Sensibilité du pont

On dispose d'un générateur de tension de 10 V et d'un voltmètre électronique de résistance supposée infinie affichant 3 chiffres, de calibres 1 V et 10 V.

Initialement toutes les résistances valent 1 000 Ω. Calculer la variation ΔR_1 de R_1 entraînant une variation d'indication du voltmètre d'un digit dans les deux cas suivants :



Reprendre le calcul dans le deuxième cas, R_1 augmentant de ΔR_1 et R_2 diminuant simultanément de ΔR_1. Citer des exemples de telles variations simultanées de résistances ou d'inductances.

16

Dans un appareil photographique, une photorésistance est insérée dans un pont de Wheatstone afin d'effectuer les réglages nécessaires à la bonne exposition de la pellicule.

Les autres résistances du pont sont liées aux valeurs de la sensibilité de la pellicule, de la durée d'exposition, de l'ouverture du diaphragme. Le détecteur est un amplificateur chargé par deux diodes électroluminescentes placées en parallèle et tête-bêche.

Faire un schéma du montage; indiquer quelles sont les extrémités des résistances variables qui correspondent aux plus grandes valeurs des réglages. Comment interpréter le fait qu'une diode s'éclaire?

17

Un câble blindé présente une capacité entre ses deux conducteurs de 200 pF par mètre de longueur.

Expliquer comment une mesure à l'ohmmètre décèle une interruption du conducteur central du câble. Expliquer comment une mesure au pont d'impédance permet de localiser la coupure.

18

On veut repérer le niveau d'un liquide isolant dans un réservoir cylindrique de hauteur $H = 2$ m.

Le liquide baigne plus ou moins un condensateur formé de deux lames verticales de surface $S = 2\ \text{m} \times 0{,}05\ \text{m}$ et distantes de $e = 0{,}02$ cm.

Donner l'expression de la capacité du condensateur en fonction de la hauteur h de liquide dans le réservoir.

On rappelle l'expression $C = \varepsilon \dfrac{S}{e}$, avec

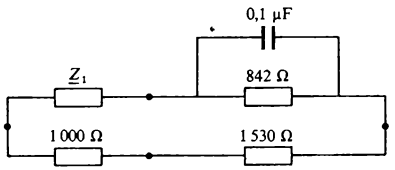
$\varepsilon_{air} = 8{,}85 \cdot \mathbf{10}^{-12}$ et $\varepsilon_{liquide} = 19 \cdot \mathbf{10}^{-12}$.

Quelle est la valeur de la capacité du condensateur lorsque le réservoir est plein, lorsqu'il est vide? Décrire un pont destiné à mesurer cette capacité. En supposant que l'on sache détecter une variation de 0,1 % de C, quelle variation de niveau à partir de $h = 2$ m détecte-t-on?

Modifier le dispositif afin de mesurer le niveau d'un liquide conducteur, toujours par variation de capacité.

19

Le pont suivant est équilibré à 500 Hz; déterminer les éléments $R_\oplus$ et $C_\oplus$ de $\underline{Z}_1$.



Solution :

On transforme l'ensemble $R_{//} = 842\ \Omega$ et $C_{//} = 0{,}10\ \mu\text{F}$ en une structure série R, C équivalente :

$$Q = R_{//}/X_{//} = R_{//}C_{//}\omega = 0{,}264,$$

$$R = \frac{R_{//}}{1 + Q^2} = 787\ \Omega,$$

$$X = \frac{X_{//}}{1 + (1/Q^2)},$$

mais $X = 1/C\omega$ et $X_{//} = 1/C_{//}\omega$,

d'où $C = \left(1 + \dfrac{1}{Q^2}\right) C_{//} = 1{,}53\ \mu\text{F}$.

On écrit ensuite l'équilibre du pont

$$\left(R_\oplus + \frac{1}{jC_\oplus\omega}\right) \times 1\,530 = \left(R + \frac{1}{jC\omega}\right) \times 1\,000,$$

d'où

$$R_\oplus = \frac{1\,000}{1\,530} \times 787 = \mathbf{514\ \Omega},$$

$$C_\oplus = \frac{1\,530}{1\,000} \times 1{,}53 = \mathbf{2{,}34\ \mu F}.$$

20

Un pont d'impédances est équilibré à $\omega = 8\,000$ rad/s avec

– deux résistances de 100 Ω,

– un condensateur de 0,50 µF en parallèle avec une résistance de 3 kΩ,

– une bobine inconnue.

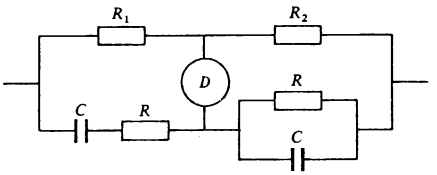
Faire le schéma du pont et déterminer les éléments $R_\oplus$ et $L_\oplus$ de la bobine inconnue.

Conseil : Faire intervenir l'admittance de la branche 0,50 µF // 3 kΩ.

PROBLÈMES

21

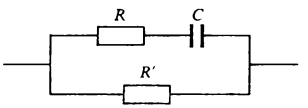
Écrire la condition d'équilibre du pont, montrer qu'il peut être utilisé en fréquencemètre.



C étant égal à 1 µF, entre quelles limites doit varier R pour que le montage soit adapté à des fréquences variant de 100 à 1 000 Hz.
(D'après sujet du bac. F_2.)

22

Le schéma ci-dessous est celui d'un modèle de condensateur :



Donner l'expression de son facteur de qualité à la pulsation ω.

Application numérique :

$$R = 0{,}10\ \Omega,\ C = 10\ \text{nF},\ R' = 1\ \text{M}\Omega.$$

Tracer la courbe $Q(\omega)$.

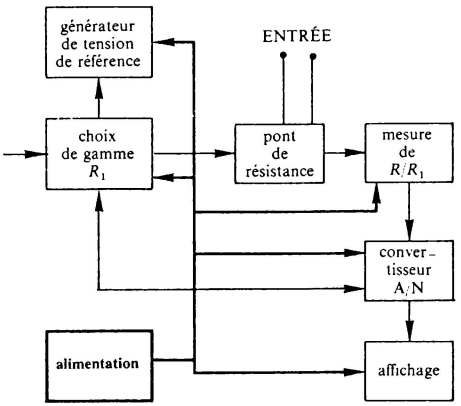
Pour quelle fréquence Q est-il maximal? Quelle est alors cette valeur? Dans quel domaine de fréquence Q prend-il une valeur supérieure à 10?

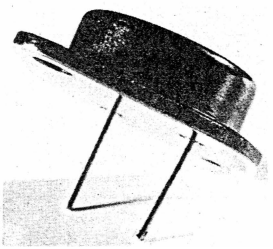
CHAPITRE 3

QUADRIPÔLES LINÉAIRES EN RÉGIME SINUSOÏDAL

Les systèmes électroniques traitent des informations venant de leur environnement extérieur (antenne de télévision, claviers de commande, thermistances...) et les restituent sur des cadrans, enregistreurs, écrans, servovannes...

On décompose le traitement de l'information en plusieurs étages, chaque étage étant un *bloc* que l'on peut employer sans en connaître le détail interne (*fig.* 3.1).





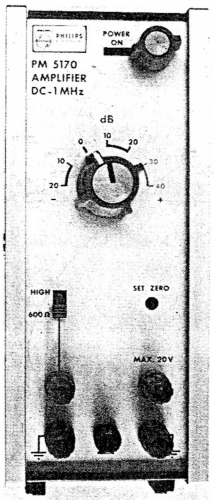


Fig. 3.1. **Schéma d'un ohmmètre** (Séfélec) **utilisant des blocs. Exemples de quadripôles :**
a) Régulateur de tension : le boîtier est une borne commune à l'entrée et à la sortie.
b) Amplificateur.

1 DÉFINITIONS

1.1 Notion de quadripôle

L'information se présente souvent sous forme d'une tension électrique. Une étape du traitement de l'information est alors la transformation d'une tension (d'entrée) en une autre (de sortie).

Le bloc correspondant est alors un **quadripôle,** comportant deux bornes d'entrée et deux bornes de sortie.

Comme d'habitude, si nous désirons faire des calculs relativement simples sur ces quadripôles, nous sommes amenés à supposer qu'ils ont un comportement linéaire.

Nous n'étudierons que les quadripôles linéaires. Les tensions d'entrée et de sortie sont alors proportionnelles aux intensités d'entrée et de sortie (ou à leur dérivée ou à leur primitive), ce qui exclut la présence de générateurs indépendants.

• *Sur un schéma,* nous disposerons généralement les blocs de gauche à droite, dans le sens du traitement de l'information (*fig.* 3.2).

Tout ce qui est à gauche du quadripôle Q étudié peut être considéré comme un dipôle générateur **G**, tout ce qui est à droite comme un dipôle **C**. On dit que Q est chargé par **C**.

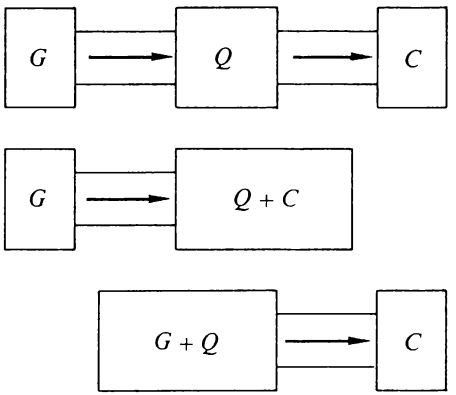


Fig. 3.2. **En regroupant quadripôle et dipôle on a une association de dipôles.**

• *Nous nous limiterons au cas où :*

Q est alimenté par un dipôle G linéaire et est chargé par un dipôle C passif linéaire.

Q et C se comportent pour G comme un dipôle récepteur dont les bornes sont les bornes d'entrée de **Q**. G et Q se comportent pour C comme un dipôle générateur dont les bornes sont les bornes de sortie de **Q**.

• On appelle *quadripôle passif* tout quadripôle n'échangeant pas d'énergie avec le milieu extérieur autrement que par effet Joule, par opposition aux *quadripôles actifs*.

Dans le cours de 1ère F nous avons rencontré des quadripôles passifs (diviseur de tension, régulateur de tension, photocoupleur, filtre *RC*) et des quadripôles actifs (amplificateurs à transistor, à ampli op.).

Parmi les quadripôles passifs, les *résistifs* ne comportent que des résistances, les *réactifs* que des réactances pures. Ces derniers ne consomment donc pas de puissance.

1 ▪2 Modèle d'un quadripôle

Nous nous plaçons en **régime sinusoïdal.**

Souvent, l'entrée du quadripôle apparaît comme une impédance : c'est l'**impédance d'entrée** $\underline{Z}_e$ du quadripôle.

Cette impédance peut dépendre de la charge du quadripôle. On définit en particulier l'impédance d'entrée, sortie en court-circuit, $\underline{Z}_{e_{cc}}$, et l'impédance d'entrée, sortie à vide, $\underline{Z}_{e_0}$.

Le quadripôle linéaire **Q** associé au dipôle linéaire **G**, d'après le Théorème de Thévenin, est un générateur linéaire (*fig.* 3.3).

L'impédance de ce générateur est l'**impédance de sortie** $\underline{Z}_s$ du quadripôle. Elle peut dépendre du dipôle **G**.

La f.é.m. de ce générateur est proportionnelle à la tension d'entrée du quadripôle, dans un rapport appelé **amplification en tension à vide** $\underline{A}_0$.

On aboutit donc souvent au modèle de la figure 3.3.

A_0 est également appelé **transmittance** du quadripôle.

La sortie de $G + Q$ se représente également par son modèle de Norton, faisant intervenir sa **pente** $\underline{S}$ (*fig.* 3.4).

Pour le calcul de l'impédance de sortie, on met en évidence $\underline{Z}_s$ en rendant passif le dipôle **G + Q**. On remarque qu'il reste, dans ce dipôle rendu passif, la résistance interne de **G**.

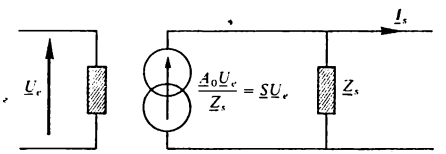


Fig. 3.4. **Modèle du quadripôle faisant intervenir sa pente.**

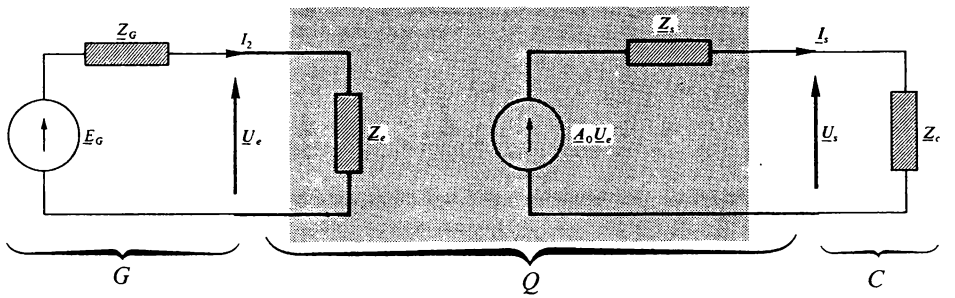


Fig. 3.3. **Modèle d'un quadripôle linéaire** (si son entrée est équivalente à une impédance).

1.3 Exemple

Considérons le quadripôle **diviseur de tension** alimenté par le générateur E_G, r_G, chargé par la résistance R_c (*fig.* 3.5).

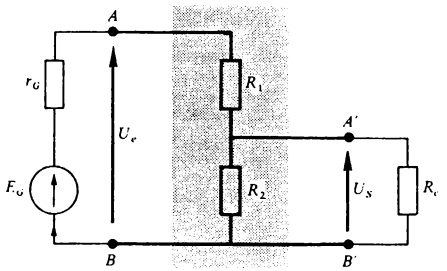


Fig. 3.5. **Diviseur de tension.**

• Pour « voir » sa résistance d'entrée, coupons le circuit en A et B.

Q + C présente la résistance d'entrée

$$R_e = R_1 + (R_2 \,//\, R_c).$$

Lorsque $R_c = 0$, $R_e = R_{ecc} = R_1$.

Lorsque $R_c = \infty$ (circuit ouvert),

$$R_e = R_{eo} = R_1 + R_2.$$

• Coupons maintenant le circuit en A' et B' et calculons le générateur de Thévenin équivalent à **G + Q.**

– Il a pour f.é.m. :

$$E_{th} = \frac{R_2}{R_1 + R_2 + R_G} E_G = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_e,$$

on en déduit $A_0 = E_{th}/U_e = \dfrac{R_2}{R_1 + R_2}$.

– Il a pour résistance interne $R_{th} = R_2 \,//\, (R_1 + R_G)$, c'est la résistance de sortie du quadripôle.

Lorsque $R_G = \infty$ (entrée à vide),

$$R_s = R_{so} = R_2.$$

Lorsque $R_G = 0$ (entrée en court-circuit),

$R_s = R_{scc} = R_2 \,//\, R_1$.

2 AMPLIFICATION

Dans ce paragraphe, nous comparons les grandeurs d'**entrée** (indicées **e**) et les grandeurs de **sortie** (indicées **s**) relatives au quadripôle (*fig.* 3.3).

2.1 Amplification en tension

• Par définition, l'amplification complexe en tension est

$$\boxed{\underline{A}_u = \frac{\underline{U}_s}{\underline{U}_e}}$$

De cette relation entre nombres complexes, on déduit deux relations entre nombres réels :

$$A_u = \frac{U_s}{U_e} \quad \text{et} \quad \text{Arg } \underline{A}_u = \varphi_{u_s} - \varphi_{u_e} = \varphi$$

A_u est l'amplification en tension, φ le déphasage en tension.

Souvent on écrit par abus de langage, par exemple, $A_u = -2$, ce qui signifie que $A_u = 2$ et Arg $A_u = \pi$. Il n'y a affaiblissement que si $|A_u| < 1$.

Soit un quadripôle alimenté sous $\underline{U}_e$, chargé par $\underline{Z}_c$ (*fig.* 3.3) :

$$\underline{U}_s = \frac{\underline{Z}_c}{\underline{Z}_c + \underline{Z}_s} \underline{A}_0 \underline{U}_e,$$

si bien que $\underline{A}_u = \dfrac{\underline{Z}_c}{\underline{Z}_c + \underline{Z}_s} \underline{A}_0$.

$\underline{A}_u$ dépend de la charge du quadripôle. Quand on donne une valeur de $\underline{A}_u$ il est indispensable de préciser pour quelle charge elle a été calculée.

Toutefois si $\underline{Z}_s = 0$, $\underline{A}_u = \underline{A}_0$ est l'amplification en tension. Elle est indépendante de la charge.

On comprend aisément que les quadripôles pour lesquels $\underline{Z}_s$ est indépendante de la charge et pour lesquels $\underline{Z}_s = 0$, sont plus faciles à mettre en œuvre que les autres.

• La courbe donnant U_s en fonction de U_e est la *caractéristique de transfert en tension* du quadripôle. Si le quadripôle est linéaire, cette courbe est une droite de pente $U_s/U_e = A_u$.

Si la courbe n'est plus une droite, il y a **distorsion** du signal, dans ces conditions le rapport U_s/U_e n'a plus grande signification.

2.2 Amplification en courant

On définit de même les amplifications complexes en courants, amplification en courants, déphasage en courants :

$$\boxed{\underline{A}_i = \underline{I}_s/\underline{I}_e}$$

soit $A_i = I_s/I_e$ et arg $\underline{A}_i = \varphi_{i_s} - \varphi_{i_e}$;

on remarque que (*fig.* 3.3) :

$$\underline{A}_i = \frac{\underline{I}_s}{\underline{I}_e} = \frac{\underline{U}_s/\underline{Z}_c}{\underline{U}_e/\underline{Z}_e} = \frac{\underline{U}_s\underline{Z}_e}{\underline{U}_e\underline{Z}_c} = \underline{A}_u \frac{\underline{Z}_e}{\underline{Z}_c},$$

or

$$\underline{A}_u = \frac{\underline{Z}_c}{\underline{Z}_c + \underline{Z}_s} \underline{A}_0,$$

donc

$$\underline{A}_i = \frac{\underline{Z}_c}{\underline{Z}_c + \underline{Z}_s} A_0 \frac{\underline{Z}_e}{\underline{Z}_c} = \frac{\underline{Z}_e}{\underline{Z}_c + \underline{Z}_s} \underline{A}_0.$$

2.3 Amplification en puissance

La puissance moyenne délivrée par **G**, consommée par l'entrée du quadripôle, est égale à :

$$P_e = U_e \cdot I_e \cos(\varphi_{u_e} - \varphi_{i_e}).$$

La puissance moyenne délivrée par **Q**, consommée par **C**, est égale à :

$$P_s = U_s \cdot I_s \cos(\varphi_{u_s} - \varphi_{i_s}).$$

L'amplification en puissance et définie par :

$$\boxed{A_p = \frac{P_s}{P_e}.}$$

Dans le cas où $\varphi_{u_e} - \varphi_{i_e} = \varphi_{u_s} - \varphi_{i_s}$, c'est-à-dire en particulier **si $\underline{Z}_e$ et $\underline{Z}_c$ sont des résistances, alors**

$$A_P = \frac{\underline{U}_s \cdot \underline{I}_s}{\underline{U}_e \cdot \underline{I}_e} = A_u \cdot A_i.$$

Échelle logarithmique

Voici un exemple d'échelle logarithmique. Sur l'axe Oy, partons de la valeur y_0.

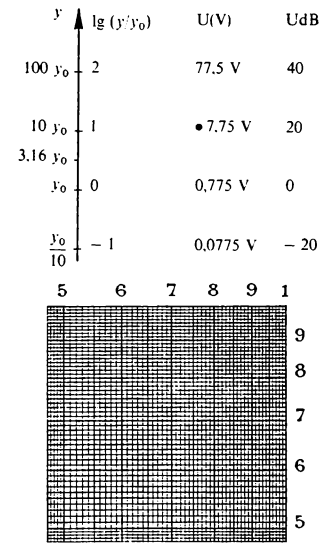


Fig. 3.6. Papier logarithmique.

Une montée de 1 cm multiplie la valeur par 10, de 2 cm par 10^2, de x cm par 10^x.

Une descente de 1 cm divise la grandeur par 10, ...

Autrement dit une montée de 1 cm ajoute une unité à la valeur de lg (y/y_0).

Vérifier qu'une montée de 0,5 cm multiplie la valeur par $\sqrt{10}$, soit 3,16.

La valeur 0 se place infiniment loin vers le bas. Sur un graphique, l'axe perpendiculaire Ox, coupant l'axe Oy traditionnellement à 0 dans une échelle linéaire, se place ici n'importe où.

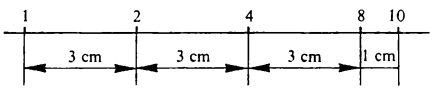
Le papier semi-logarithmique

Sur une échelle logarithmique, il y a le même écart entre 1 et 10 qu'entre 10 et 100.

Si le papier est gradué 1 ... 1 ... 1,
vous pouvez le graduer 0,1 ... 1 ... 10
ou bien encore 10 ... 100 ... 1 000
suivant vos besoins

Attention! sur l'exemple de papier ci-joint les graduations sont espacées de 0,1 entre 1 et 5 et de 0,2 entre 5 et 10.

Attention ! Prendre le papier dans le bon sens! les graduations les plus serrées vers les valeurs les plus grandes



Une échelle logarithmique facile à construire.

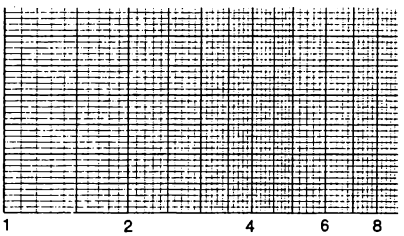


Fig. 3.7. Papier semi-logarithmique.

2.4 Tension exprimée en décibels (dB)

Soit à représenter graphiquement les tensions de 1 mV à 10 V intervenant dans un système. Quelle échelle choisir? Pour « voir » 1 mV, il faut représenter cette valeur par au moins 1 mm, mais il faudra alors 10 m pour représenter 10 V!

Remarquons que le voltmètre, par l'intermédiaire de ses calibres propose une solution différente : sur le calibre 10 mV, 1 mV correspond à 10 divisions, sur le calibre 10 V, 1 V correspond à 10 divisions : **plus la grandeur mesurée est importante, plus l'échelle est petite.**

Ceci nous amène à introduire les représentations à échelle logarithmique (fig. 3.6 et 3.7).

Lorsque les valeurs de y sont portées sur une échelle logarithmique, l'axe est gradué de façon logarithmique en valeurs de y ou encore linéairement en valeurs de lg (y/y_0), y_0 étant une valeur de référence.

Pour exprimer une tension U en volts, on la compare à une tension de référence U'_0 et on fait le rapport U/U_0.

Pour exprimer une tension U en décibels, on la compare à la tension de référence $U_0 = 0{,}775$ V et on fait l'opération 20 lg U/U_0.

Le choix conventionnel de 0,775 V fait appel en fait à une résistance de 600 Ω consommant une puissance valant 1 mW. La tension à ses bornes est donc $\sqrt{PR}$, soit 0,774 6 V, l'intensité qui la traverse est $\sqrt{P/R}$, soit 1,291 mA.

On exprime les intensités en décibels par référence à l'intensité de 1,291 mA et les puissances en décibels par référence à la puissance de 1 mW.

« Décibel » en l'honneur de A. Graham Bell (1847-1922) inventeur américain du téléphone.

Exemple :

La tension U est 220 fois plus grande que la tension de référence $U_0 = 1$ V, $U = 220$ V :

$$20 \lg (U/U'_0) = 20 \lg (220/0{,}775) = 49, \quad U = 49 \text{ dB}.$$

Réciproquement,

Soit une tension de − 5 dB, quelle est sa valeur en volts?

$$20 \lg (U/0{,}775) = -5, \quad \lg (U/0{,}775) = -0{,}25,$$
$$(U/0{,}775) = 10^{-0.25} = 0{,}562$$

(sur la calculatrice on utilisera 10^x ou INV log)

$$U = 0{,}562 \times 0{,}775 = 0{,}436 \text{ V}.$$

2.5 Gain

On emploie généralement la notation en décibels pour comparer la tension de sortie à la tension d'entrée d'un quadripôle.

Exemple :

$U_e = 7{,}75$ V, $A_u = U_s/U_e = 1{,}5$, $U_s = 1{,}5 \times 7{,}75 \approx 11{,}63$ V;

$U_e = 20 \lg \dfrac{7{,}75}{0{,}775}$, $U_s = 20 \lg \dfrac{11{,}63}{0{,}775}$;

$U_e = 20$ dB, $U_s = 23{,}5$ dB;

La tension a augmenté de 3,5 dB, on vérifie que

$$3{,}5 = 20 \lg A_u = 20 \lg 1{,}5.$$

On dit que **le quadripôle a un gain en tension de 3,5 dB.**

De façon plus générale :

$$U_{e\,\mathrm{dB}} = 20 \lg (U_e/U'_0), \quad U_{s\,\mathrm{dB}} = 20 \lg (U_s/U'_0);$$
$$G = U_{s\,\mathrm{dB}} - U_{e\,\mathrm{dB}} = 20 [\lg (U_s/U'_0) - \lg (U_e/U'_0)]$$
$$= 20 \lg (U_s/U_e) = 20 \lg A_u.$$

$$\boxed{G_{\mathrm{dB}} = 20 \lg A_u.}$$

$A_u < 1 \Leftrightarrow G < 0$ dB affaiblissement,
$A_u = 1 \Leftrightarrow G = 0$ dB,
$A_u > 1 \Leftrightarrow G > 0$ dB amplification.

On définit de même le gain en courant par 20 lg A_i et le gain en puissance par $G_p = 10 \lg A_p$.

Pourquoi 10 et non 20 pour G_p?

Considérons un quadripôle, dont l'entrée est équivalente à une résistance R, chargé par une résistance R :

$$A_i = A_u Z_e/Z_c = A_u R/R = A_u,$$
$$A_p = A_i A_u = A_u^2,$$
$$G_p = 10 \lg A_p = 10 \lg A_u^2 = 2 \cdot 10 \lg A_u = G_u.$$

Le gain en tension s'exprime dans ces conditions par le même nombre que le gain en puissance.

Pratiquement, on ne s'intéresse guère au potentiel car cela fait intervenir le choix arbitraire d'un potentiel 0, mais plutôt aux différences de potentiels (ou tensions) entre deux points.

De même pratiquement on ne mesure guère les tensions en décibels car cela fait intervenir le choix arbitraire de 0,775 V, mais on exprime les rapports de tensions en décibels

2.6 Variation du gain en fonction de la charge

L'amplification du quadripôle dépend de la fréquence de la tension appliquée, ceci sera développé au chapitre suivant. Mais elle dépend aussi de sa charge.

Considérons un quadripôle d'impédance d'entrée R_e, d'impédance de sortie R_s, chargé par une résistance R_c (*fig.* 3.8). Son gain en tension a pour expression :

$$A_u = \frac{R_c}{R_c + R_s} A_0 = \frac{1}{1 + \dfrac{R_s}{R_c}} A_0.$$

Lorsque R_c augmente, A_u augmente :

$$R_c \to 0, \quad A_u \to 0, \quad G \to -\infty;$$
$$R_c \to \infty, \quad A_u \to A_0, \quad G \to 20 \lg A_0 = G_{\max}$$
$$R_c = R_s, \quad A_u = \frac{A_0}{2}, \quad G = 20 \lg A_0 - 20 \lg 2$$
$$= G_{\max} - 6 \text{ dB}.$$

Centrons l'étude sur R_c en adoptant une échelle logarithmique pour les valeurs de R_c et étudions le gain en courant en fonction de la charge :

$$A_i = \frac{R_e}{R_c + R_s} A_0 \qquad (\S\ 2.2)$$

Lorsque R_c augmente, A_i diminue :

$$R_c \to 0, \quad A_i \to \frac{R_e A_0}{R_s},$$
$$R_c \to \infty, \quad A_i \to 0.$$

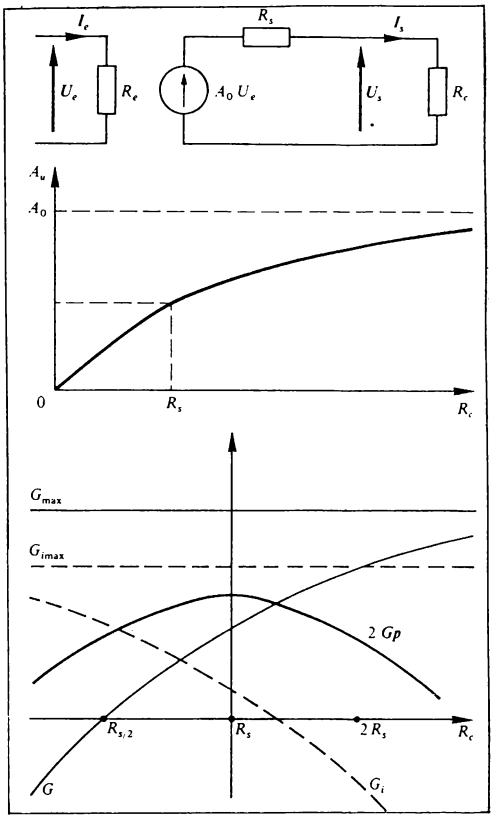


Fig. 3.8. **Gains d'un quadripôle en fonction de la charge.**

Nous sommes dans le cas où l'amplification en puissance se calcule aisément car $A_p = A_i \cdot A_u$, on en déduit

$$\lg A_p = \lg A_i + \lg A_u,$$
$$10 \lg A_p = 10 \lg A_i + 10 \lg A_u,$$
$$G_p = \frac{1}{2}(G_i + G_u).$$

Traçons point par point la courbe G_p, elle présente un maximum pour $R_c = R_s$ (*fig.* 3.8).

3 REPRÉSENTATION MATRICIELLE

3.1 Matrice hybride

Si le quadripôle est linéaire, il existe des relations linéaires entre les grandeurs U_1, U_2, I_1, I_2 (*fig.* 3.9).

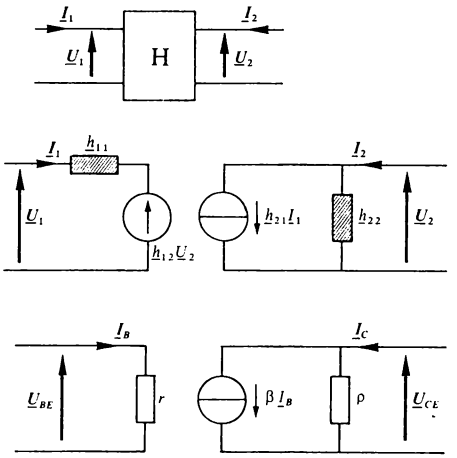


Fig. 3.9. **Matrice hybride** : convention de signe, modèle associé et modèle d'un transistor en petits signaux.

Remarquer le sens positif choisi pour I_2 conformément à l'habitude en ce domaine.

On écrit :

$$\underline{U}_1 = \underline{h}_{11}\underline{I}_1 + \underline{h}_{12}\underline{U}_2$$
$$\underline{I}_2 = \underline{h}_{21}\underline{I}_1 + \underline{h}_{22}\underline{U}_2$$

où $\underline{h}_{..}$ sont des coefficients propres au quadripôle.

Connaissant $\underline{I}_1$ et $\underline{U}_2$, ces relations fournissent les valeurs de $\underline{U}_1$ et $\underline{I}_2$, ce qui donne en notation matricielle :

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{I}_2 \end{bmatrix} = [H] \begin{bmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{U}_2 \end{bmatrix}$$

$[H]$ est la matrice hybride du quadripôle.

$\underline{U}_1 = \underline{h}_{11}\underline{I}_1 + \underline{h}_{12}\underline{U}_2$ s'interprète comme la somme des tensions aux bornes de deux éléments en série. L'impédance $\underline{h}_{11}$ et un générateur de tension $\underline{h}_{12}\underline{U}_2$ (*fig.* 3.9).

$\underline{I}_2 = \underline{h}_{21}\underline{I}_1 + \underline{h}_{22}\underline{U}_2$ s'interprète comme la somme des intensités traversant deux éléments en parallèle : l'admittance $\underline{h}_{22}$ et un générateur de courant $\underline{h}_{21}\underline{I}_1$.

Si l'on rapproche le modèle obtenu du modèle équivalent au transistor, fonctionnant en petits signaux (cours de Première F, *p.* 190), on constate que :

$$\underline{h}_{11} = r, \qquad \underline{h}_{12} = 0,$$
$$\underline{h}_{21} = \beta, \qquad \underline{h}_{22} = \frac{1}{\rho}$$

3.2 Intérêt de la notation matricielle

Le comportement du quadripôle est résumé en un seul être mathématique $[H]$. Les termes $\underline{h}$ sont propres au quadripôle (indépendants de **G** ou de **C**), si bien que deux quadripôles ayant même matrice sont équivalents.

Appliquons ce résultat à des quadripôles passifs en *T* et en π (*fig.* 3.10).

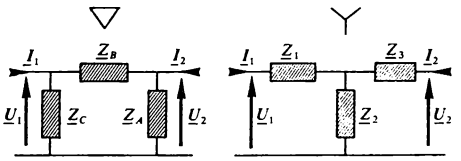


Fig. 3.10. **Transformation triangle-étoile.**

Remarque :

Les lettres *A*, *B*, *C* ne sont pas prises au hasard : *A* est en face de 1, *B* de 2, *C* de 3 ce qui établit une belle symétrie dans l'écriture des résultats.

Calculons les termes $\underline{h}_{11}$ de ces quadripôles :

$$\underline{U}_1 = \underline{h}_{11}\underline{I}_1 + \underline{h}_{12}\underline{U}_2.$$

Faisons $\underline{U}_2 = 0$ (sortie en court-circuit) alors

$$\underline{U}_1 = \underline{h}_{11}\underline{I}_1.$$

On a dans le triangle $\underline{U}_1 = (\underline{Z}_c /\!/ \underline{Z}_B)\underline{I}_1$, d'où

$$\underline{h}_{11} = (\underline{Z}_c /\!/ \underline{Z}_B).$$

On a dans l'étoile

$$\underline{U}_1 = \underline{Z}_1 + (\underline{Z}_2 /\!/ \underline{Z}_3), \text{ d'où } \underline{h}^*_{11} = \underline{Z}_1 + (\underline{Z}_2 /\!/ \underline{Z}_3).$$

Les deux quadripôles sont équivalents si $\underline{h}_{11} = \underline{h}^*_{11}$, c'est-à-dire si $\underline{Z}_C /\!/ \underline{Z}_B = \underline{Z}_1 + (\underline{Z}_2 /\!/ \underline{Z}_3)$.

Procédons de même avec les trois autres termes *h* on aboutit à

$$\underline{Z}_2 = \frac{\underline{Z}_A\underline{Z}_C}{\underline{Z}_A + \underline{Z}_B + \underline{Z}_C}, \quad \underline{Z}_1 = \frac{\underline{Z}_B\underline{Z}_C}{\underline{Z}_A + \underline{Z}_B + \underline{Z}_C},$$

$$\underline{Z}_3 = \frac{\underline{Z}_A\underline{Z}_B}{\underline{Z}_A + \underline{Z}_B + \underline{Z}_C}$$

ou $\underline{Y}_B = \dfrac{\underline{Y}_1\underline{Y}_3}{\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3}$, etc.

Quand ces conditions sont réalisées, les deux quadripôles sont dits équivalents. **C'est la transformation étoile-triangle ou théorème de Kennely*.**

(les valeurs en ohms, henrys et farads des éléments réalisant les impédances sont fonctions de la fréquence comme pour les transformations série-parallèle).

* Arthur KENNELY : électrotechnicien américain (1861-1939).

LABORATOIRE

1. Mesure des tensions en dB

Les voltmètres analogiques ont sur leur cadran une graduation en décibels. En ajoutant la valeur indiquée sur la graduation et la valeur correspondant au calibre, on en déduit la valeur de la tension en décibels (*fig.* 3.11).

Il est pratique, dans une série de mesures relatives à un quadripôle, de fixer la tension d'entrée à 0 dB. En effet, en lisant U_s, on obtient directement le gain :

$$U_s \text{ (dB)} = \text{Gain (dB)} + U_e \text{ (dB)} = G + 0 = G.$$

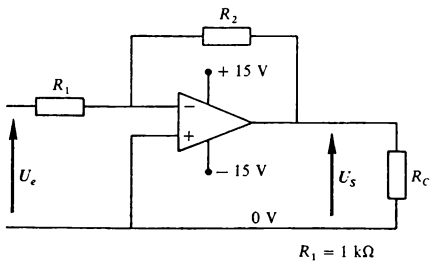


Fig. 3.11. **Amplificateur chargé : $R_1 = 1$ kΩ.**

Il faut vérifier toutefois que le quadripôle testé se trouve dans son domaine de fonctionnement linéaire, sinon il faut prendre 0 dB sur l'échelle, et − 20 dB pour le calibre par exemple.

Il est important de surveiller sur l'écran de l'oscillographe, ou sur le distorsiomètre (ch. 8) **que l'on reste bien en régime sinusoïdal.**

Que faire s'il y a distorsion : le voltmètre ordinaire est inutilisable dès que le signal n'est plus sinusoïdal mais on peut encore se servir d'un voltmètre RMS (ou ferromagnétique) ou mesurer U_{scc}/U_{ecc} à l'oscillographe.

2. Mesure des impédances d'entrée et de sortie

Ces mesures sont très simplifiées quand on sait que les impédances ne comportent pas de terme imaginaire, par exemple avec une méthode de comparaison (cours de Première F, *p.* 61) en maintenant éventuellement constante « manuellement » la tension aux bornes du générateur B.F.

La mesure de R_s s'effectue alors par comparaison, comme résistance interne de générateur. Là encore vérifier qu'une charge trop faible n'entraîne pas une distorsion du signal de sortie.

3. Expérimentation

Diviseur de tension

On choisit un diviseur de tension 1 kΩ/2 kΩ (U_s aux bornes des 2 kΩ). Les mesures sont faites à 1 kHz, la tension d'entrée est maintenue à 1 V.

Le diviseur est chargé par la résistance R_c. Mesurer G et G_i pour R_c variant de 100 Ω à 10 kΩ. Tracer les courbes G, G_i, G_p en fonction de R_c. Prendre pour R_c une échelle logarithmique et choisir les valeurs de R_c en conséquence lors des mesures.

Questions :

Les résistances des appareils de mesure interviennent-elles? Pour mesurer G_i, faut-il un ampèremètre pour mesurer I_s? Lorsque R_c varie, U_e varie si bien qu'il faut retoucher le niveau du générateur, pourquoi?

Circuit *RC*

Dans le montage précédent, on remplace la résistance de 2 kΩ par un condensateur de 0,10 μF. Lorsque R_c varie de 100 Ω à 1 kΩ, mesurer G et φ_{us}-φ_{ue}. Tracer les courbes correspondantes avec une échelle logarithmique pour R_c. Le déphasage sera mesuré sur l'oscillographe (cours 1re F, *p.* 290 ou ch. 4).

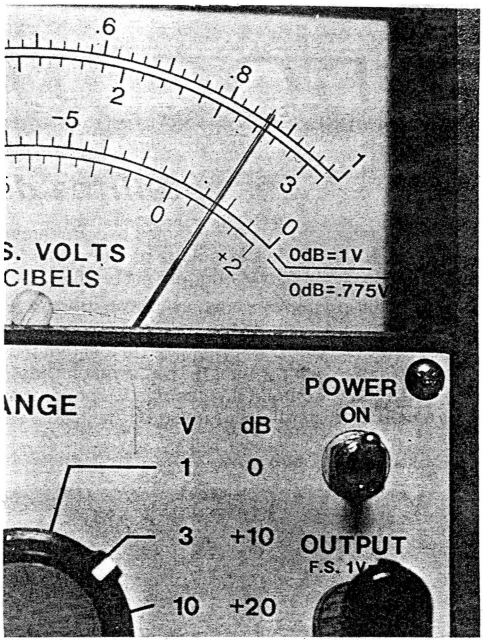


Fig. 3.12. **Tension exprimée en décibels :** le voltmètre indique 2,73 V ou 10 − 1,3 = 8,7 dB (référence 0 dB = 1 V) ou 10 + 1 = 11 dB (référence 0 dB = 0,775 V), en effet 20 lg(2,73/0,775) = 11.

Étude d'un amplificateur

Un amplificateur est monté autour d'un amplificateur opérationnel 741, chargé par la résistance R_c (*fig.* 3.12). Il est alimenté sous − 15 V, + 15 V. U_e ne doit jamais dépasser 7 V en continu ou 5 V efficace. L'étude est menée en continu, ou a 100 Hz.

On se propose de chercher dans quel domaine l'amplificateur est linéaire.

R_c = 100 Ω, R_2 = 3 kΩ. Tracer U_s en fonction de U_e. Dans quel domaine de U_e l'amplificateur est-il linéaire?

Faire varier R_2 de 3 kΩ à 8 kΩ. Tracer la courbe U_e en fonction de R_2 déterminant la limite de l'amplification linéaire.

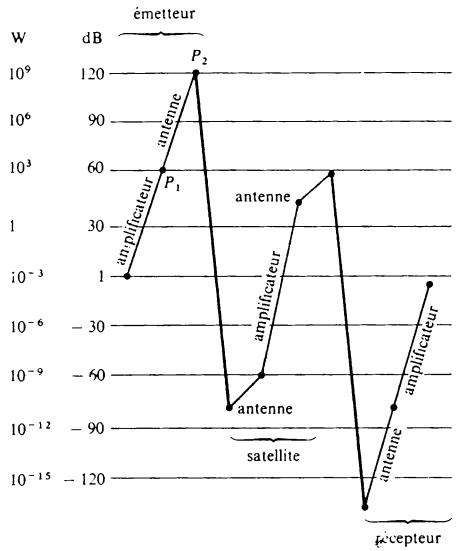
Tracer les mêmes courbes sur le même graphique pour les valeurs de R_c suivantes : 200 Ω, 300 Ω, 500 Ω, 1 kΩ, 2 kΩ.

DOCUMENTAIRE

Les satellites de communication

Depuis le lancement du premier satellite commercial Early Bird en 1965, de très grands progrès dans les performances et la fiabilité ont été accomplis.

Les satellites de communication transmettent d'un continent à l'autre un signal très haute fréquence (de l'ordre de quelques 10^9 Hz) transportant simultanément un très grand nombre de signaux basse fréquence (12 000 communications téléphoniques pour Intelsat 5). Le satellite a une orbite telle qu'il est toujours au-dessus du même point de la Terre (il tourne à la même vitesse de rotation qu'elle). Il possède de petites fusées pour corriger à tout instant sa position et son orientation.



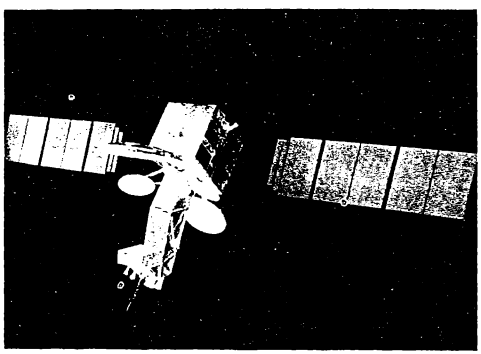
Variations de la puissance du signal d'une station terrestre à une autre.

Les antennes d'émission et de réception ont un diamètre d'environ 30 m. L'antenne d'émission concentre la puissance émise de 460 W (P_1) à l'intérieur d'un angle très faible en direction du satellite, si bien qu'on obtient dans cette direction la même puissance que si l'on émettait $4{,}6 \cdot 10^8$ W (P_2) de façon isotrope.

P_2/P_1 représente donc l'amplification apportée par l'antenne.

De même les antennes de réception concentrent la puissance qu'elles reçoivent en leur centre.

Le satellite capte le signal affaibli par un voyage de 36 000 km et le réémet après l'avoir amplifié. Son amplificateur est alimenté par des photopiles.



Intelsat V. *Photo* Aérospace.

ENTRAINEMENT ET RECHERCHE

QUESTIONS RAPIDES

1

Un régulateur de tension, un pont de diodes sont-ils des quadripôles linéaires?

2

Certains quadripôles n'ont en fait que trois bornes, l'une étant commune à l'entrée et à la sortie. Citer des exemples.

3

Citer des exemples de quadripôles dont les bornes d'entrée et les bornes de sortie appartiennent à des circuits indépendants, si bien que seule la différence de potentiel de sortie soit commandée par l'entrée, citer des avantages pratiques de cette situation.

4

Quelles valeurs le gain d'un quadripôle prend-il s'il y a affaiblissement en tension?

5

Un quadripôle qui affaiblit en tension présente-t-il un intérêt?

6

Le gain en tension d'un quadripôle dépend-il des conditions d'emploi?

7

Quel est le gain en tension d'un amplificateur amplifiant 100 fois en tension?

8

Quel est le gain en tension d'un potentiomètre divisant la tension par 2?

9

Citer un exemple de quadripôle dont la résistance de sortie dépend de la résistance interne du générateur qui l'alimente.

10

Soit un quadripôle dont l'impédance d'entrée ne dépend pas de la charge, comment choisir la charge pour avoir une amplification en tension maximale; une amplification en courant maximale?

11

Expliquer pourquoi un quadripôle dont l'impédance de sortie est nulle est d'un emploi a priori plus aisé dans la conception d'un système électronique.

EXERCICES

12

Un quadripôle a une amplification à vide $A_0 = 100$, une résistance d'entrée de 600 Ω, une résistance de sortie de 600 Ω. Quand il est chargé par une résistance de 600 Ω, que peut-on dire des valeurs de G, G_u, G_p?

13

La tension de sortie d'un quadripôle est de − 2 dB. Sachant que son gain est de − 5 dB, calculer la tension d'entrée en volts.

14

On applique une tension d'un volt à un quadripôle de gain 2 dB. Quelle est la valeur de la tension de sortie en volts?

15

1° Quelles sont les fonctions $y(x)$ dont la représentation graphique est une droite dans un repère gradué de façon semi logarithmique orthonormé en XY avec $X = x$ et $Y = \lg y/y_0$?

2° Même question dans un repère logarithmique orthonormé en $X'Y'$ avec $X' = \lg x/x_0$ et

$$Y' = \lg y/y_0.$$

(On se rappelle que $\forall b, \exists c, b = \lg c$.)

16

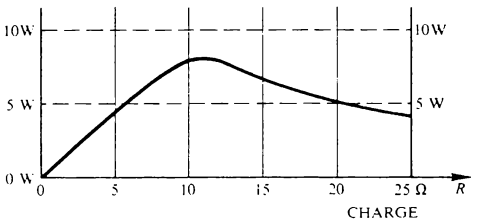
Cette courbe donne la puissance P de sortie maximale sans distorsion en fonction de la charge R de l'amplificateur PH 5175.

— Pour quelle valeur R_0 de R la puissance est-elle maximale (et vaut alors P_0)?

— Quelle est alors, exprimée en décibels, la tension de sortie?

— Retracer la courbe en portant lg R/R_0 en abscisses et lg P/P_0 en ordonnées.

— Pour quelles valeurs de R a-t-on $G_p > G_0 - 3$ dB?



17

On considère un amplificateur de caractéristiques :

$\underline{Z}_e = R_e = 1$ kΩ, $\underline{A}_0 = -1000$, $\underline{Z}_s = R_s = 50$ Ω

chargé par une résistance R de 150 Ω, alimenté par un générateur de f.é.m. $E = 10$ mV et de résistance interne $R_G = 3$ kΩ.

Calculer les gains en tension, courant, puissance de l'amplificateur.

Réponse :

Après avoir schématisé le montage, on constate que R_G et R_e forment un diviseur de tension, si bien que

$$U_e = 10 \times \frac{1}{3+1} = 2{,}5 \text{ mV}.$$

La f.é.m. $A_0 U_e$ est égale à $1000 \times 2{,}5 \cdot 10^{-3} = 2{,}5$ V

R_s et R forment un diviseur de tension, d'où

$$U_s = 2{,}5 \times \frac{150}{150+50} = 1{,}875 \text{ V}.$$

Le gain en tension vaut 20 lg 1,875/0,002 5 = 57,5 dB.

L'intensité du courant dans R est égale à

$$\underline{I}_s = \frac{2{,}5\ (\text{V})}{150 + 50\ (\Omega)} = 12{,}5 \text{ mA}.$$

L'intensité dans le circuit d'entrée est égale à

$$I_e = \frac{10\ (\text{mV})}{3 + 1\ (\text{k}\Omega)} = 2{,}5\ \mu\text{A}.$$

D'où le gain en courant :

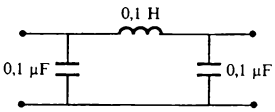
$$20 \lg 12{,}5/2{,}5 \cdot 10^{-3} = \mathbf{74\ dB}$$

(on pourrait également prendre la relation du § 2.2).

Le gain en puissance vaut $(57{,}5 + 74)/2 = \mathbf{66\ dB}$, en effet $\underline{Z}_e$ et $\underline{Z}_c$ sont bien des résistances si bien que $A_p = A_u A_i$.

18

Déterminer le quadripôle en T équivalent au quadripôle en π, à 1 kHz (donner les valeurs des inductances, des capacités et des résistances) ci-dessous :

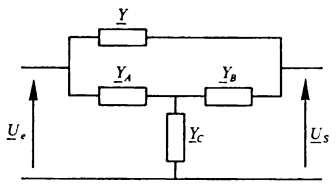


L'affaiblissement devient énorme dès qu'on écarte de façon notable la diode et la photopile. Cet affaiblissement est évité par l'emploi d'une fibre optique, on espère alors des valeurs de l'ordre de 0,4 dB par km de fibre. Un tel système est intéressant car il est utilisable à très haute fréquence (10^{15} Hz). Une communication téléphonique correspond à des fréquences de 20 Hz à 4 kHz, une émission TV de 0 à 6 MHz. On peut espérer par un procédé de multiplexage passer de $10^{15}/4 \cdot 10^3 = 25 \cdot 10^{10}$ communications téléphoniques ou $10^{15}/6 \cdot 10^6 = 16 \cdot 10^7$ programmes TV simultanément dans une seule fibre, tandis qu'un câble coaxial n'est utilisable que jusqu'à 100 MHz (soit 25 000 communications téléphoniques ou 16 programmes TV).

PROBLÈMES

19

1° Déterminer $\underline{Y}$ en fonction de $\underline{Y}_A$, $\underline{Y}_B$, $\underline{Y}_C$ pour que la tension à la sortie du quadripôle soit nulle.

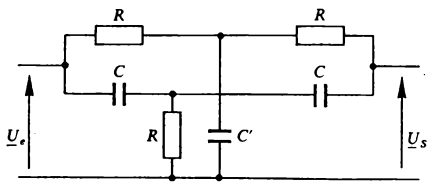


2° *Application numérique*

$\underline{Y}_A$ et $\underline{Y}_B$ réalisées par un condensateur de 50 nF,
$\underline{Y}_C$ réalisée par une résistance R,
$\underline{Y}$ réalisée par une bobine ($L = 1$ H, $r = 350$ Ω).
Déterminer R et la fréquence de $\underline{U}_e$ pour que $\underline{U}_s$ soit nulle.

Conseil : transformer $\underline{Y}_A$, $\underline{Y}_B$, $\underline{Y}_C$ en quadripôle en π, puis simplifier le montage.

20



Déterminer la fréquence de $\underline{U}_e$ et la valeur de C' pour que la tension $\underline{U}_s$ soit nulle.

Application numérique : $R = 1$ kΩ, $C = 10$ nF.

21

A) Soit un premier circuit comprenant une LED, une résistance de 1 Ω, un générateur de tension sinusoïdale (le signal) e avec un décalage continu réglable (offset) E_0.

La diode électroluminescente a une caractéristique pratiquement linéaire lorsque l'intensité qui la traverse varie de 5 mA à 50 mA. On détermine cette intensité en mesurant la tension aux bornes de la résistance de 1 Ω.

On règle E_0 de façon à donner une amplitude maximale au signal en régime linéaire. La tension aux bornes de la diode varie alors de 1,6 à 2,2 V.

1° Quelle est la valeur de E_0?

2° Le circuit est équivalent pour le signal à une résistance, quelle en est la valeur?

3° Quelle est la puissance du signal délivrée par le générateur e, et celle consommée par la diode?

B) Contre la LED, on place une photopile branchée à l'entrée d'un amplificateur d'impédance d'entrée 600 Ω. Cet amplificateur a une résistance de sortie de 600 Ω, il est chargé par une résistance de 600 Ω, dans ces conditions, il a un gain de 40 dB.

La tension efficace du signal U aux bornes de la charge est de 0,5 V.

Quelle est la puissance du signal dans la charge, puis celle délivrée par la photopile?

C) On écarte la diode de la photopile. Lorsque la distance atteint 2 cm, la tension U est de 0,1 V.

Tracer le graphique donnant la puissance du signal exprimée en décibels tout au long du montage (à la manière de celui du documentaire) en faisant apparaître les gains :

- entre le générateur et la LED;
- dû à la LED, son émission et à la photopile;
- dû à la propagation dans les 2 cm d'écart;
- dû à l'amplificateur.

22

Une cellule phonocaptrice est équivalente à un générateur de f.é.m. $\underline{E}$, de valeur efficace $E = 1$ mV et de fréquence 10 kHz en série avec une réductance de 0,5 H et une résistance valant 1 kΩ.

Cette cellule est branchée à l'entrée d'un amplificateur dont l'impédance d'entrée est une résistance de 50 kΩ. L'amplificateur a une amplification en tension réelle de valeur A_0, une résistance de sortie $R_s = 6$ Ω. Il est chargé par un haut-parleur que l'on assimile à une résistance de 6 Ω. Soit $\underline{U}_s$ la tension aux bornes du haut-parleur.

On désire que le haut-parleur consomme une puissance égale à 1 W. Calculer A_0, U_s/E et le déphasage entre $\underline{U}_s$ et $\underline{E}$.

CHAPITRE 4

ÉTUDES DE QUADRIPÔLES

Dans ce chapitre nous poursuivons l'étude des quadripôles linéaires. Après avoir étudié leur comportement en fonction de la charge, nous l'étudions maintenant en fonction de la fréquence. Sauf mention contraire, nous nous plaçons en *régime sinusoïdal*, le gain considéré est le *gain en tension*.

1 BANDE PASSANTE

L'amplification qui caractérise tout quadripôle dépend de sa charge, il est donc indispensable de bien préciser la nature de la charge appliquée au quadripôle, avant de citer des valeurs d'amplification ou de gain.

Le comportement d'un quadripôle en fonction de la fréquence f est en partie décrit par les courbes représentant les variations de son amplification en fonction de f (courbe de réponse en fréquence) et les variations du déphasage entre les tensions de sortie et d'entrée en fonction également de f.

Pour une certaine valeur de f le gain est maximal, soit G_{Max}.

On appelle bande passante à -3 dB d'un quadripôle, l'intervalle des fréquences pour lequel $G \geqslant G_{Max} - 3$ dB (fig. 4.1). Les fréquences pour lesquelles $G = G_{Max} - 3$ dB sont appelées fréquences de coupure à -3 dB.

On définit de même la bande passante à $-x$ dB ($G \geqslant G_{Max} - x$ dB).

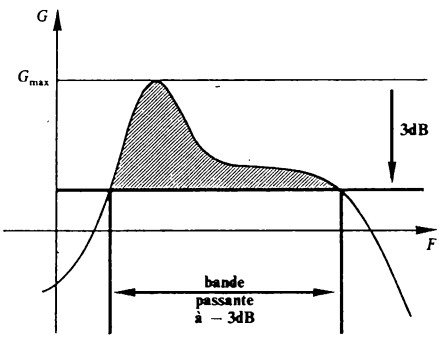


Fig. 4.1. **Définition de la bande passante.**

Lorsque $G = G_{Max} - 3$ dB,

$$20 \log A_u = 20 \log A_{uMax} - 3 \text{ dB},$$

d'où

$$\log A_u - \log A_{uMax} = -\frac{3}{20} = -\frac{1}{2} \times 0{,}3$$

$$= -\frac{1}{2} \log 2 = \log \frac{1}{\sqrt{2}},$$

soit

$$\frac{A_u}{A_{uMax}} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

$$\boxed{G = G_{Max} - 3 \text{ dB} \Leftrightarrow \frac{A_u}{A_{uMax}} = \frac{1}{\sqrt{2}}}$$

2 LE CIRCUIT *RC* EN SORTIE À VIDE

2.1 Calcul de l'amplification complexe

Les impédances s'expriment simplement en fonction de la pulsation, ainsi nous étudierons le comportement du filtre en fonction de ω.

L'étude du circuit (*fig.* 4.2) montre l'existence d'un diviseur de tension, d'où

$$\frac{\underline{U}_s}{\underline{U}_e} = \frac{\dfrac{1}{\mathrm{j}C\omega}}{R + \dfrac{1}{\mathrm{j}C\omega}} = \frac{1}{\mathrm{j}RC\omega + 1} = \underline{A}_u.$$

Cherchons dès à présent pour quelle valeur ω_0 de ω, le coefficient de j prend la valeur remarquable 1 :

$$RC\omega_0 = 1 \Leftrightarrow \boxed{\omega_0 = \frac{1}{RC}}.$$

2.2 Calcul du gain

Le module de l'amplification complexe est égal à :

$$A_u = \frac{1}{\sqrt{R^2C^2\omega^2 + 1}}.$$

Étudions cette fonction de ω :

Lorsque ω augmente, A_u diminue (*fig.* 4.2 *b*) :

$\omega = 0$	$A_u = 1$	$G = 20 \lg A_u = 0$ dB
$\omega = \omega_0 = \dfrac{1}{RC}$	$A_u = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$	$G = -3$ dB
$\omega \to \infty$	$A_u \to 0$	$G \to -\infty$

La bande passante à − 3 dB correspond à

$$\omega < \omega_0 = \frac{1}{RC}, \text{ soit } f < \frac{1}{2\pi RC}.$$

Il est bon de vérifier ces résultats : en régime continu (ω = 0), le condensateur ne laisse pas passer de courant si bien que la chute de potentiel aux bornes de *R* est nulle alors $U_s = U_e$ et $A_u = 1$. Aux fréquences très élevées, l'impédance du condensateur devient infiniment petite tandis que l'intensité du courant est limitée par *R*, la tension U_s aux bornes du condensateur est nulle, d'où $A_u = 0$.

2.3 Calcul du déphasage

$$\frac{\underline{U}_s}{\underline{U}_e} = \frac{1}{\mathrm{j}RC\omega + 1},$$

$$\arg \underline{U}_s - \arg \underline{U}_e = \arg 1 - \arg (\mathrm{j}\, RC\omega + 1).$$

Posons

$$\varphi = \varphi(u_s) - \varphi(u_e) = \arg \underline{U}_s - \arg \underline{U}_e,$$

$$\varphi = \arg \frac{1}{\mathrm{j}RC\omega + 1} = 0 - \arg(\mathrm{j}RC\omega + 1).$$

Posons $\Psi = \arg(\mathrm{j}RC\omega + 1)$, soit $\varphi = -\psi$.

Un schéma dans le plan complexe montre que, 1 et $RC\omega$ étant positifs, l'angle Ψ est compris entre 0 et $+\pi/2$, donc φ entre 0 et $-\pi/2$ (*fig.* 4.2 *c*) :

$\omega = 0$	$\operatorname{tg} \psi = 0$	$\psi = 0$	$\varphi = 0$
$\omega = \omega_0 = \dfrac{1}{RC}$	$\operatorname{tg} \psi = 1$	$\psi = 45°$	$\varphi = -45°$
$\omega \to \infty$	$\operatorname{tg} \psi \to \infty$	$\psi \to 90°$	$\varphi \to -90°$

2.4 Diagramme logarithmique

Il consiste à reporter le gain en fonction de la pulsation (ou de la fréquence), celle-ci étant portée avec une échelle logarithmique.

L'axe horizontal est gradué logarithmiquement en valeurs de ω ou linéairement en valeurs de log ω. Posons $\log \omega = X$.

- Lorsque $\omega \to 0$, $\log \omega = X \to -\infty$ et $G \to 0$ (§ 2.2).

La courbe cherchée admet une asymptote horizontale.

- Lorsque $\omega \to \infty$, $\log \omega = X \to \infty$ et $G \to \infty$.

La courbe admet-elle une autre asymptote?

Recherchons de manière plus précise comment A_u tend vers 0.

$$\omega \to \infty \Rightarrow 1 \ll R^2C^2\omega^2,$$

$$A_u = \frac{1}{\sqrt{R^2C^2\omega^2 + 1}} \to \frac{1}{\sqrt{R^2C^2\omega^2}}.$$

$$A_u \to \frac{1}{RC\omega}$$

$$G = 20 \lg A_u \to -20 \lg RC\omega = -20 \lg RC - 20 \lg \omega$$
$$= -20 \lg RC - 20X = 20 \lg \omega_0 - 20X.$$

Par suite, *la courbe admet la droite d'équation* $G = 20 \lg \omega_0 - 20X$ *pour asymptote.*

Cette droite coupe l'axe des abscisses ($G = 0$) en $X = \lg \omega_0$, c'est-à-dire $\lg \omega = \lg \omega_0$; $\omega = \omega_0$.

• *Remarque :*
La courbe s'éloigne peu de ses asymptotes. En effet, pour $\omega = 2\omega_0$ le point sur la courbe est à − 7 dB et celui sur l'asymptote à − 6 dB.

Pour $\omega = 10\omega_0$, elle est respectivement − 20,04 dB et − 20,00 dB, et il en est de même pour l'asymptote horizontale.

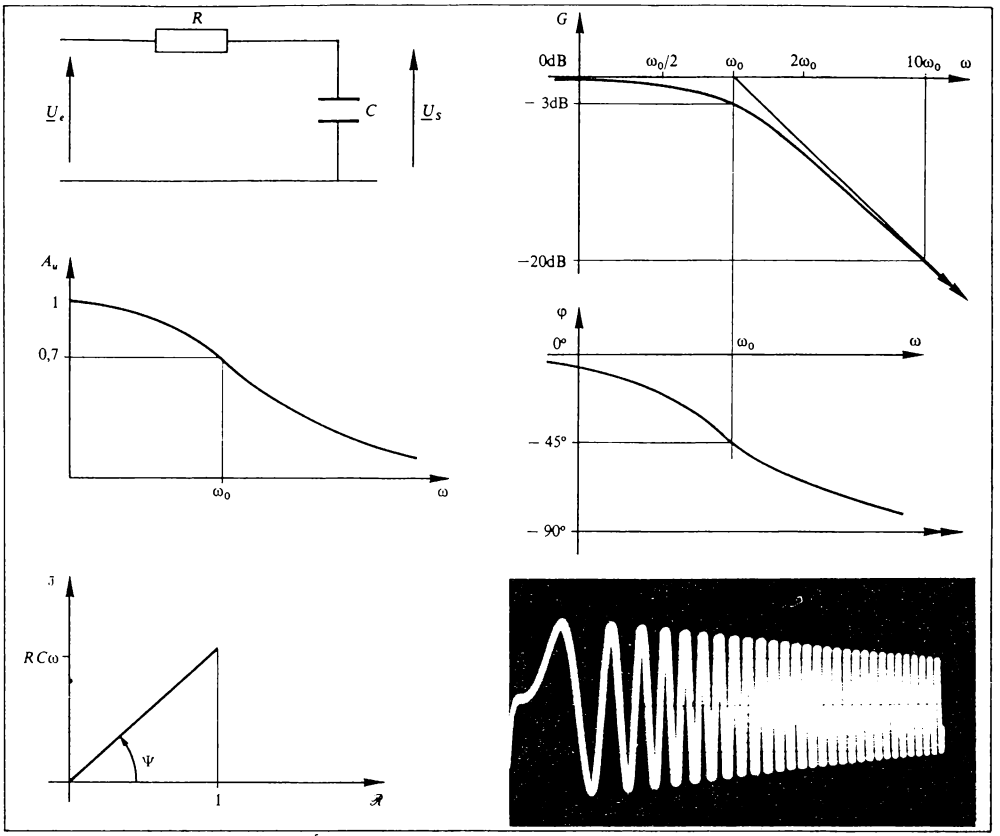


Fig. 4.2. Étude du circuit *RC* sortie à vide en fonction de la fréquence.

Pour résumer le comportement du circuit, on se contente souvent d'en donner les asymptotes.

Le long de l'asymptote oblique, quand on multiplie la fréquence par 10 (une *décade*), $X = \lg \omega$ augmente d'une unité, G diminue de 20 dB. On dit que **l'affaiblissement est de 20 dB par décade.**

Si l'on multiplie la fréquence par 2 (une octave), X est augmenté de $\lg 2 = 0{,}3$ et G diminue de $20 \times 0{,}3 = 6$ dB, l'affaiblissement est de **6 dB par octave.**

Résumons donc le comportement du circuit par les données suivantes :

Fréquence de coupure à – 3 dB : $f = \dfrac{1}{2\pi RC}$.

Affaiblissement : 20 dB/décade des fréquences hautes.

Simultanément, on donne la courbe du déphasage en fonction de la fréquence en mettant en valeur les asymptotes. L'ensemble constitue le **diagramme de Bode** du circuit.

2.5 Utilisation des variables réduites

Le calcul fait intervenir trois grandeurs, R, C et ω. D'autre part, $\omega_0 = \dfrac{1}{RC}$ joue un rôle particulier, c'est la raison pour laquelle on a l'idée de centrer l'étude sur cette valeur particulière de ω en posant $h = \dfrac{\omega}{\omega_0}$, soit $\omega = \omega_0 h = \dfrac{h}{RC}$:

$$\underline{A}_u = \frac{1}{\mathrm{j}RC\omega_0 + 1} = \frac{1}{\mathrm{j}h + 1},$$

d'où $\quad A_u = \dfrac{1}{\sqrt{h^2 + 1}}$ et $\tan \psi = h$.

Les expressions sont plus simples, il n'y a plus qu'une seule variable : h.

3 AUTRES EXEMPLES DE QUADRIPÔLES SIMPLES, SORTIE À VIDE

3.1 Circuit *CR*

Son étude se mène de la même façon que celle du circuit *RC*, elle aboutit à

$$\underline{A}_u = \frac{jRC\omega}{1 + jRC\omega}, \quad A_u = \frac{RC\omega}{\sqrt{1 + R^2C^2\omega^2}},$$

$$\varphi = \frac{\pi}{2} - \psi, \quad \text{avec} \quad \tan\psi = RC\omega.$$

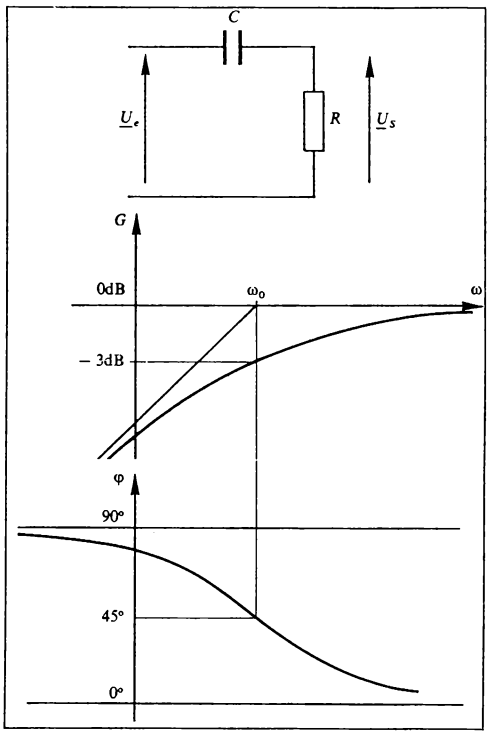


Fig. 4.3. **Comportement du quadripôle *C*, *R*.**

La fréquence de coupure à – 3 dB est donnée par

$$\omega_0 = \frac{1}{RC},$$

mais ce sont les fréquences basses qui sont atténuées (6 dB par octave) (*fig.* 4.3).

3.2 Circuits *LR* et *RL*

Chercher la pulsation ω_0 pour chacun de ces quadripôles. Le choix de la variable réduite $h = \omega/\omega_0$ explique l'identité et la symétrie des courbes de réponse de ces circuits.

Si un changement de h en $1/h$ conserve A_u cela correspond à une symétrie par rapport à $X = \lg h = 1$ car

$$\lg h = -\lg(1/h).$$

3.3 Composition de fonctions

Pour l'étude du circuit de la figure 4.4, il n'est pas intéressant de transformer en un schéma parallèle R', C pour se ramener au cas d'un circuit R, C chargé. En effet l'étude est faite en fonction de la fréquence, or lorsque la fréquence varie, les valeurs des éléments du montage parallèle équivalent varient.

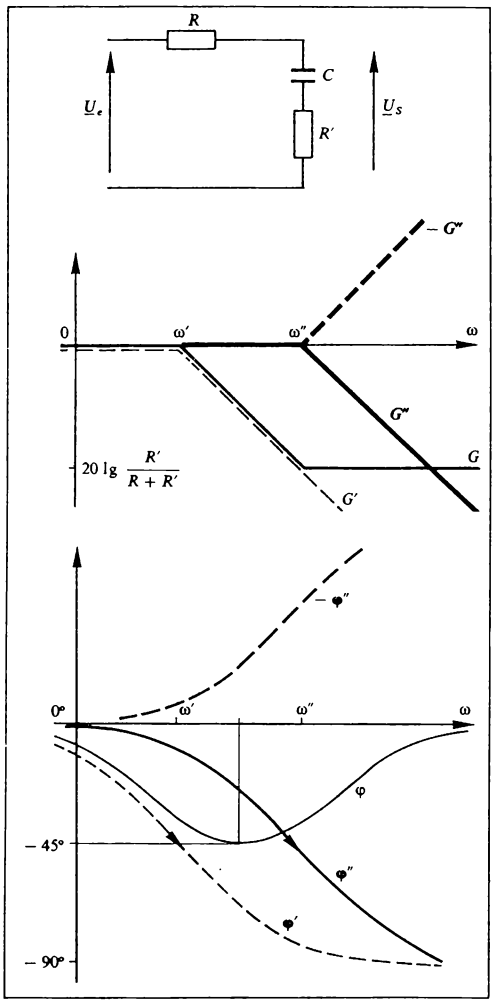


Fig. 4.4. **Circuit *R*(*R'C*).** Le minimum de φ a lieu pour $\omega = \sqrt{\omega'\omega''}$ qui se situe compte tenu de la graduation logarithmique de l'axe de ω, au milieu de [ω', ω''].

Voici une autre méthode :

$$\underline{A}_u = \frac{R' + \left(\frac{1}{jC\omega}\right)}{R + R' + \left(\frac{1}{jC\omega}\right)} = \frac{\frac{1}{jC\omega(R+R')+1}}{\frac{1}{jC\omega R'+1}},$$

d'où $\underline{A}_u = \frac{\underline{A}'}{\underline{A}''}$.

On reconnaît en $\underline{A}'$ l'expression de l'amplification d'un circuit $(R + R')C$. Soit $\omega' = \frac{1}{(R+R')C}$, la pulsation de coupure à -3 dB de ce quadripôle.

On retrouve $\underline{A}''$ l'expression de l'amplification d'un circuit R', C. Soit $\omega'' = \frac{1}{R'C}$, la fréquence de coupure de ce circuit :

$$20 \lg A_u = 20 \lg A' - 20 \lg A'' = G' - G''.$$

Pour construire le diagramme logarithmique de ce circuit, il suffit donc de tracer les courbes des circuits G' et G'', de renverser la courbe G'' et d'effectuer la somme point par point.

De même pour l'argument, on écrit

$$\arg \underline{A}_u = \arg \underline{A}' - \arg \underline{A}'', \qquad \varphi = \varphi' - \varphi''.$$

Cherchons pour quelles valeurs de ω l'argument est extrémal. Le calcul montre que

$$\tan \varphi = \tan(\varphi' - \varphi'') = \frac{\tan \varphi' - \tan \varphi''}{1 + \tan \varphi' \tan \varphi''} = \frac{\omega\omega'' - \omega\omega'}{\omega'\omega'' + \omega^2}.$$

En annulant la dérivée de cette expression par rapport à ω, on obtient $\omega = \sqrt{\omega'\omega''}$. Ne pas oublier la mesure correspondante (φ maximal) lors de l'étude expérimentale.

3.4 Atténuateur compensé

Après avoir calculé l'amplification de ce quadripôle (*fig.* 4.5) en fonction de R_1, C_1, R_2, C_2 et ω, chercher pour quelle valeur C_0 de C_1, cette valeur est réelle. On constate alors que cette condition étant remplie, $\underline{A}_u$ ne dépend pas de la fréquence et que le déphasage entre u_s et u_e est nul.

Le quadripôle se comporte presque (voir exercice 8) comme un diviseur de tension dans le rapport $\frac{R_2}{R_1 + R_2}$.

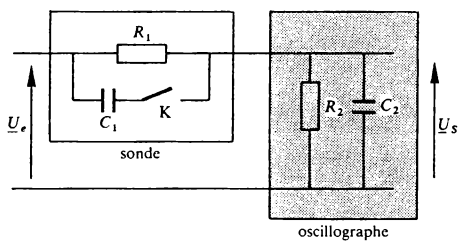


Fig. 4.5. **Atténuateur compensé.** On pourra étudier ce quadripôle l'interrupteur K étant ouvert, puis fermé, avec $R_1 = 22$ kΩ, $R_2 = 2{,}2$ kΩ, $C_1 = 4{,}7$ nF, $C_2 = 47$ nF.

On rencontre un tel circuit dans l'ensemble « sonde atténuatrice + oscillographe » : l'entrée de l'oscillographe est représentée par R_2 et C_2, C_2 est donc inévitable.

La sonde est constituée par R_1 et C_1. La sonde sert pour l'étude des tensions trop élevées pour être appliquées directement à l'oscillographe ou pour augmenter l'impédance d'entrée du circuit de mesure.

3.5 Circuit de Wien*

En posant $\omega_0 = \frac{1}{R_C}$, on calcule (*fig.* 4.6)

$$\underline{A}_u = \frac{j}{\frac{1}{h} - h + 3j}.$$

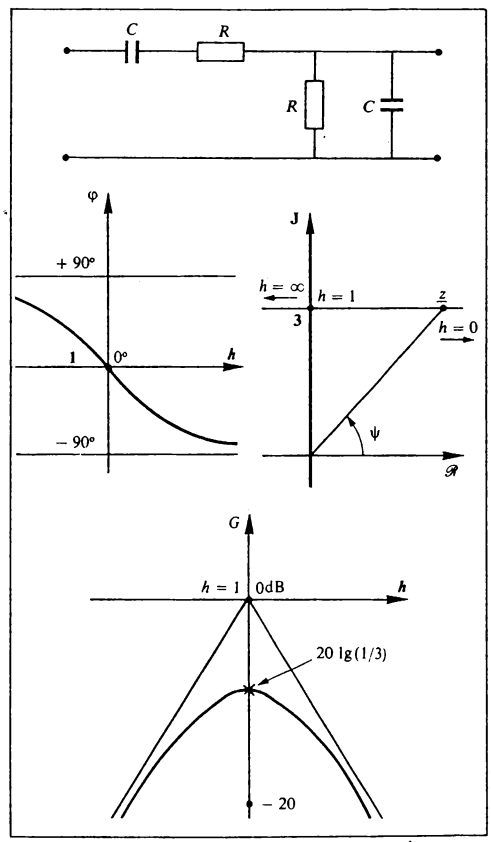


Fig. 4.6. **Étude du circuit de Wien** et l'argument de $z = \frac{1}{h} - h + 3\,j$.

* Wilhelm WIEN : physicien allemand (1864-1928).

En changeant h en $\frac{1}{h}$, on ne change pas $\underline{A}_u$; il s'ensuit que le diagramme logarithmique est symétrique par rapport à lg $h = 0$, c'est-à-dire que $\omega = \omega_0$.

Étudions plus particulièrement le déphasage

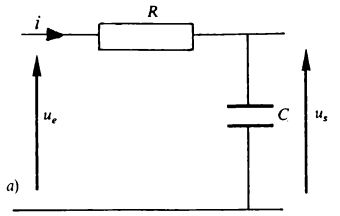
$$\varphi = \arg \underline{A}_u = \varphi = \arg(\mathrm{j}) - \arg\left(\frac{1}{h} - h + 3\mathrm{j}\right) = 90° - \psi,$$

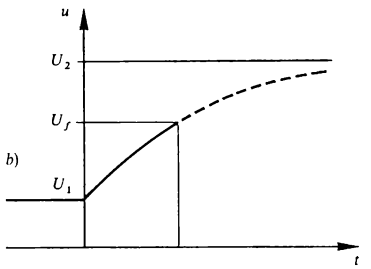
avec $\tan \psi = \dfrac{3}{\dfrac{1}{h} - h}$.

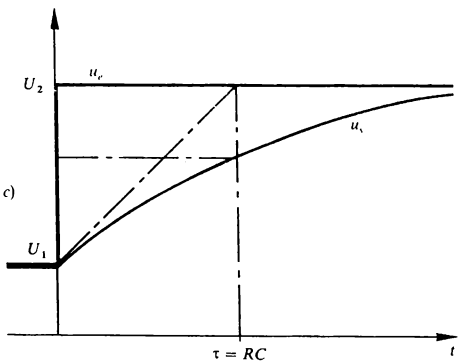
Dans le plan complexe de $z = \dfrac{1}{h} - h + 3\mathrm{j}$ on aboutit aux résultats suivants :

$h = 0$	$\mathrm{Re}(z) = +\infty$	$\psi = 0°$	$\varphi = 90°$
$h = 1$	$\mathrm{Re}(z) = 0$	$\psi = 90°$	$\varphi = 0°$
$h \to \infty$	$\mathrm{Re}(z) = -\infty$	$\psi = 180°$	$\varphi = -90°$

Pour $h = 1$ soit $\omega = \dfrac{1}{RC}$, le déphasage est nul, alors $A_u = \dfrac{1}{3}$.







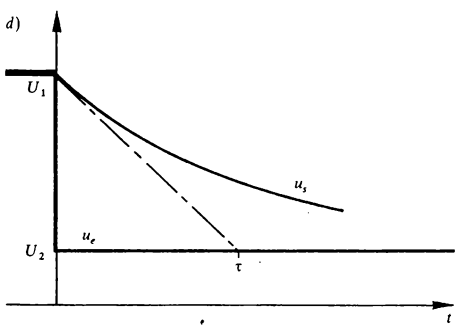


Fig. 4.7. **Charge et décharge du condensateur entre U_1 et U_2.**

4 ÉTUDE EN RÉGIME NON SINUSOÏDAL

Disposant d'un générateur de fonctions et d'un oscillographe, il est difficile de résister à l'envie d'observer le comportement d'un quadripôle en régime non sinusoïdal.

4.1 Circuit *R, C.*

Réponse à une tension échelon

La tension u_e passe brutalement de U_1 à U_2 (*fig.* 4.7 *a*), le condensateur se charge brutalement à travers R :

$$u_e = Ri + u_s,$$

avec $i = C\dfrac{\mathrm{d}u_s}{\mathrm{d}t}$, car $u_s = u_c$, d'où

$$u_e = RC\frac{\mathrm{d}u_s}{\mathrm{d}t} + u_s,$$

posons $u_s - U_2 = v$, U_2 étant constante : $\dfrac{\mathrm{d}u_s}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$.

Lorsqu'on applique $u_e = U_2$, l'équation différentielle du circuit s'écrit :

$$v = -RC \cdot \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}.$$

La solution est $v = A\ e^{-t/RC}$, d'où

$$u_s = U_2 + A\ e^{-t/RC}.$$

A l'instant $t = 0$, le condensateur initialement chargé sous U_1, présente une tension à ses bornes égale à U_1, d'où

$$U_1 = U_2 + A\ e^0.$$

on en déduit

$$A = U_1 - U_2.$$

on pose $\tau = RC$: **constante de temps du circuit.** Finalement

$$u_s = U_1 + (U_2 - U_1) \cdot (1 - e^{-t/\tau}).$$

Cherchons également au bout de combien de temps la tension aux bornes du condensateur atteint la valeur U (comprise entre U_1 et U_2). De l'équation précédente on déduit :

$$t = RC \ln \frac{U_2 - U_1}{U_2 - U}.$$

On peut vérifier que cette relation est encore valable si U_1 est supérieure à U_2.

4.2 Circuit *RC*. Réponse à une tension en créneaux

• Quand les créneaux ont une période très supérieure à τ, u_s suit les variations de u_e sauf en début et en fin de créneaux, où u_s a une forme plus arrondie.

• Quand les créneaux ont une période de l'ordre de τ ou plus petite, la tension de sortie u_s oscille autour de la valeur moyenne de la tension d'entrée u_e; elle se rapproche d'une tension en dent de scie (*fig.* 4.8).

Tout ceci a été longuement exposé dans le cours de Première F (*p.* 272 et 273; exercice 30, *p.* 281).

4.3 Comportement du circuit *C, R*

Lors de la montée de la tension u_e, le condensateur se charge, l'intensité i dans le circuit, donc la tension $u_s = Ri$, est tout d'abord importante, puis elle tend à s'annuler lentement au fur et à mesure que le condensateur se charge.

Si à $t = 0$, u_e passe brutalement de 0 à U,

à l'instant $t = 0 + \varepsilon$, $u_s = U$;

à l'instant $t\ (> 0)$, $u_s = U\ e^{-t/RC}$.

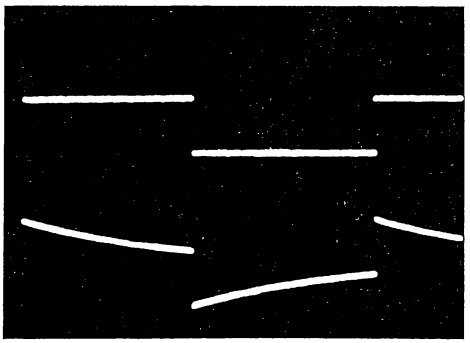


Fig. 4.9. **Observation d'un signal à l'oscillographe :** en position *DC* il n'y a pas de condensateur et on observe *e'* (carrée), en position *AC* le condensateur fait que la tension observée *u* n'est pas carrée.

On visualise (*fig.* 4.9) le phénomène électrique en appliquant une tension en créneaux à l'entrée d'un oscillographe réglé sur la position ~.

L'entrée équivaut alors, en série avec la résistance d'entrée R de l'amplificateur, à un condensateur de capacité C. Le signal observé sur l'écran est l'image de la tension aux bornes de R. En général la valeur de R est indiquée, la mesure de la décroissance du signal observé sur l'écran permet de mesurer C.

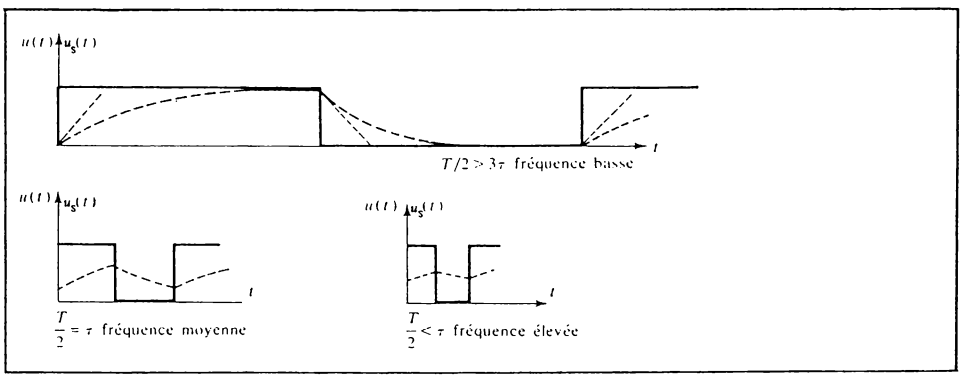


Fig. 4.8. **Tension aux bornes du condensateur,** les différentes formes de courbe ont été obtenues en faisant varier T.

LABORATOIRE

Reprendre l'expérience évoquée dans le paragraphe précédent avec des signaux carrés de fréquence 50 Hz. Déterminer C, comparer avec l'indication du constructeur (voir le schéma de câblage de l'oscillographe). Quelle capacité faudrait-il intercaler entre le générateur et l'oscillographe pour que la décroissance soit double? Essayer.

Étude en régime sinusoïdal

En tout premier lieu, faites varier la fréquence dans un domaine aussi large que possible tout en observant u_s et u_e à l'oscillographe.

Déterminer dans quel domaine de fréquences un phénomène intéressant a lieu. Centrer l'étude sur ce domaine.

Lors de l'étude d'un filtre RC, supposons qu'une estimation rapide ait montré que la fréquence de coupure à -3 dB soit de 5 kHz. On choisit alors pour domaine d'étude la bande 0,5 kHz à 50 kHz. Effectuer les mesures **au moins** pour ces valeurs de fréquence, à la fréquence de coupure et lorsque $\varphi = -45°$.

Le voltmètre qui mesure U_e ne perturbe pas le quadripôle. On veillera à ce que l'impédance du voltmètre qui mesure U_s soit très supérieure à l'impédance de sortie du quadripôle pour que celui-ci puisse être considéré comme étant « sortie à vide ».

1. Tracé automatique

On alimente le quadripôle avec un wobbulateur, c'est-à-dire un générateur dont la fréquence varie périodiquement en fonction du temps. On applique à l'oscillographe en Y la tension de sortie, en X une tension image de la fréquence que délivre le wobbulateur (à défaut on se place en balayage).

On obtient alors une courbe donnée sur la figure 4.2 *e*, l'enveloppe donne l'allure de la courbe de $A_u(f)$ ou de $A_u(\lg f)$ suivant le type de balayage en fréquences. On obtient également $A_u(f)$ sur une table traçante à entrée Y~ si le balayage en fréquences est suffisamment lent (ou manuel) et si la bande passante de la table englobe largement celle du filtre étudié (*fig.* 4.10 *a*).

Il existe des convertisseurs linéaire/logarithmique pour tracer les courbes de gain.

2. Mesure du déphasage à l'oscillographe

Le déphasage s'observe en balayage. Le décalage des courbes en fournit la valeur (*fig.* 4.10 *a*). On peut, soit se référer à la position des maximums (méthode peu précise, car ils sont arrondis : augmenter l'amplification verticale), soit aux croisements des courbes avec l'axe (méthode précise **si** les courbes ont été convenablement centrées sur cet axe).

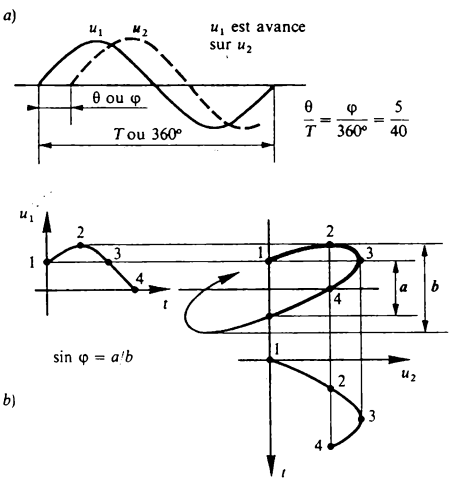


Fig. 4.10. **Mesure du déphasage à l'oscillographe :**
a) u_1 est appliqué en Y_1, u_2 en Y_2;
b) u_1 est appliquée en Y, u_2 en X.

La méthode de Lissajous utilise l'oscillographe en XY (*fig.* 4.10 *b*), mais cette méthode a priori précise pour les déphasages faibles n'est valable que si les amplificateurs X et Y de l'oscillographe amènent le même déphasage, ce qui est rarement le cas.

Pour s'en rendre compte, appliquons la même tension en X et en Y : au lieu d'observer une droite ($u_X = u_Y$), on observe souvent une ellipse à partir de quelques dizaines de kilohertz.

De plus cette méthode n'indique pas le signe du déphasage.

3. Mesure du déphasage au phasemètre

Le phasemètre indique avec précision le déphasage : Étudions le maniement du phasemètre Eurelco (v. livre de 1re, figure 23-12).

Veiller tout d'abord à ce que les tensions appliquées aient des valeurs comparables avec les calibres.

On se familiarise avec l'appareil sur le calibre 180°. Si u_2 est en avance sur u_1, lorsqu'on appuie sur le commutateur avance-retard on observe une augmentation de l'indication lue :

Exemple 1 : $\varphi(u_2) = 90°$, $\varphi(u_1) = 30°$.

L'appareil indique 60°, la manœuvre du commutateur fait dévier davantage le galvanomètre.

Pour des déphasages faibles la lecture est plus précise avec les calibres 0-90°, 0-36°, ou 0-9°.

Pour des déphasages voisins de 180°, la lecture est plus précise en ajoutant 180° à la phase de u_2.

Exemple 2 : $\varphi(u_2) = 170°$, $\varphi(u_1) = 10°$.

Sur le calibre 0-36° l'appareil indique 20° et la manœuvre du commutateur fait moins dévier le galvanomètre.

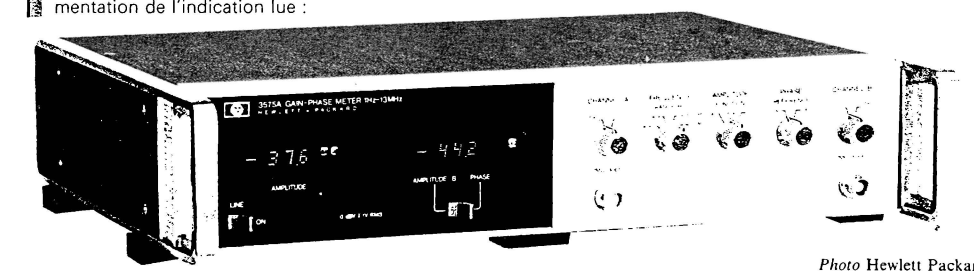


Photo Hewlett Packard

DOCUMENTAIRE

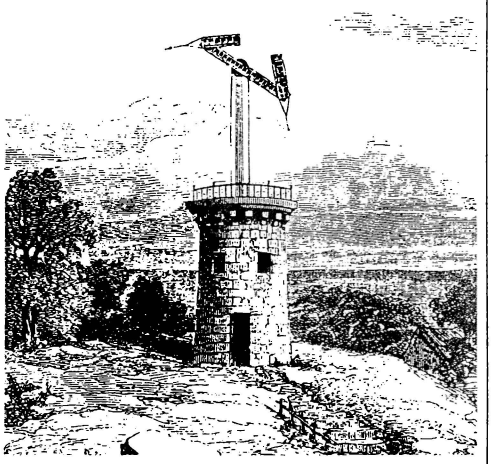
Évolution des télécommunications

C'est le télégraphe de Chappe (à bras mobiles portés par un mat au sommet d'une tour) qui, en 1794 annonce la prise de Condé par les Autrichiens, et en 1855 celle de Sébastopol.

L'invention du télégraphe électrique par l'américain Samuel F. Morse, fut connue en 1838. Elle devait rapidement supplanter le télégraphe de Chappe.

« Les quelques stations (*du télégraphe de Chappe*) qui subsistent encore sont mornes et silencieuses, le passant ne voit plus s'agiter ces grandes ailes dont il cherchait à comprendre le mystérieux langage; le vent seul, quand il souffle, gémit à travers les murs démantelés, et fait trembler en grinçant les bras désormais immobiles. Mais le long des routes, des poteaux se sont dressés de distance en distance, un fil métallique les relie entre eux, et c'est là tout ce qui remplace, aux yeux du voyageur, les pittoresques tourelles si animées. La science avance toujours, et, méprisant ce qu'il peut y avoir de poétique dans les anciennes idées, nous conduit de progrès en progrès et nous force d'accepter l'électricité comme l'agent le plus rapide de nos pensées. »

D'après « *Tout par l'électricité* » de G. Day, 1883



Télégraphe aérien de Cl. Chappe. Gravure signée H. Rousseau (1840). (Musée de la Poste, Paris. *Ph* © du Musée/Archives Photeb.)

L'idée du câble sous-marin est due à l'anglais WHEATSTONE, le premier câble transatlantique fut posé en 1858.

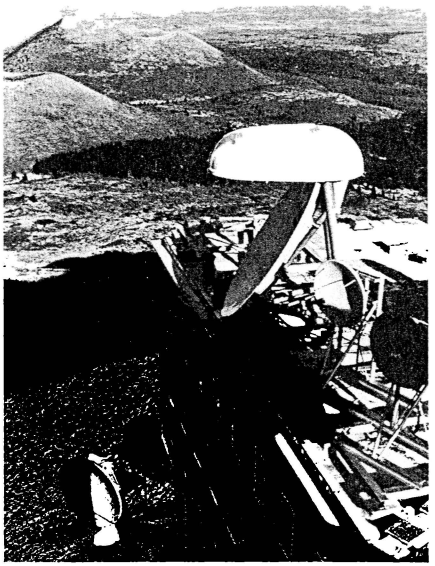
C'est en 1876 que l'américain Graham BELL déposa le brevet du microphone, il transforma en fait le télégraphe en téléphone. Le succès est immédiat.

En 1881, la Compagnie des téléphones de Paris a déjà installé 9 000 km de câbles téléphoniques.

En 1953, l'essor de la télévision (inventée juste avant la Seconde Guerre Mondiale) fait naître en Europe les relais et faisceaux hertziens qui véhiculent les programmes TV et les communications téléphoniques. En France, les PTT développent ce mode de télécommunication de façon indépendante à partir de 1958. Si bien qu'en 1970 un tiers des communications téléphoniques interurbaines transitent par relais hertziens, le reste essentiellemnt par câble coaxial, les satellites commençant à intervenir également.

Entre deux relais hertziens, 50 000 communications téléphoniques peuvent être transmises simultanément dans la bande de fréquences 2 GHz, 15 GHz.

Comme les tours du télégraphe Chappe, les tours hertziennes sont nécessairement en vue directe l'une de l'autre car les ondes courtes se propagent en ligne droite.



Antenne de faisceau hertzien multibande du Puy-de-Dôme. (Ph. © Thomson C.S.F./Archives Photeb.)

ENTRAINEMENT ET RECHERCHE

La tension à la sortie du quadripôle est en retard sur la tension d'entrée de arg $\underline{A}_u + 2k\pi$, car l'information met un certain temps à parcourir le quadripôle.

En régime sinusoïdal, la tension d'entrée étant périodique, on peut prévoir la forme de la tension de sortie. Ceci permet de dire parfois qu'elle est en avance afin de citer des valeurs d'angle plus petites.

De même qu'au lieu de dire 10 h 55 vous dites 11 h moins 5 sachant que 10 h 60, c'est 11 h!

Si la partie réelle d'un nombre complexe est négative, le représenter dans le plan complexe pour avoir une idée de son argument et corriger au besoin l'indication que donne la calculatrice par [INV] [TAN] en ajoutant π.

QUESTIONS RAPIDES

Sauf mention contraire, les quadripôles considérés ont leur sortie à vide.

1

Quelle est la pulsation pour laquelle le gain d'un circuit RC est de -3 dB? Que vaut alors le déphasage entre u_s et u_e?

2

Un quadripôle peut-il avoir une amplification en tension négative et un gain positif. Une amplification en tension positive et un gain négatif?

3

Réaliser le diagramme de Nyquist résumant le comportement d'un quadripôle RC : placer dans le plan complexe des points représentant $\underline{A}_u$ pour diverses fréquences en indiquant à côté du point la valeur de la fréquence. Joindre les points par une courbe.

4

1° Tracer sur un même graphique les courbes $G(f)$ pour un circuit : $R = 1$ kΩ, $C = 0{,}1$ µF :
a) à vide;
b) chargé par une résistance R' de 1 kΩ.

2° Tracer de même les deux courbes $\varphi(f)$.

EXERCICES

5

Chercher la bande passante à -3 dB du filtre de la figure 4.6 lorsque $R = 1$ kΩ et $C = 0{,}1$ µF. Discuter suivant les valeurs de R'. Quelle est la valeur du déphasage à la fréquence de coupure?

6

Soit $\underline{Z}_e = R + jX$ l'impédance d'entrée de l'atténuateur compensé de la figure 4.7. Donner les expressions de R et X en fonction de la fréquence, tracer les courbes correspondantes en coordonnées logarithmiques (verticalement et horizontalement).

On prendra $R_2 = 111$ kΩ, $C_2 = 20$ pF (reprenant l'entrée d'un oscillographe) $R_1 = 9{,}9$ MΩ et C_1 de façon à assurer la compensation.

7

Quelle est la valeur de l'amplification en tension correspondant à un gain de -12 dB d'un filtre de Wien ayant son gain maximal à 10 kHz? Calculer le déphasage aux fréquences de coupure correspondantes.

8

1° *a*) On envoie une impulsion de tension aux bornes d'un circuit RC ($R = 1$ kΩ, $C = 10$ μF). Durant cette impulsion, la tension est constante, égale à 1 V. Quelle est la durée minimale T de l'impulsion si l'on veut observer 0,1 V aux bornes du condensateur.

b) Donner l'expression en fonction du temps de l'intensité dans le circuit; quelle est sa valeur à la fin de l'impulsion de durée T.

2° *a*) Même question qu'au 1° *a*) si l'on envoie une impulsion de courant de 1 μA.

9

On applique à un circuit RC une tension nulle pour $t < 0$, égale à U pour $0 \leqslant t \leqslant T$, nulle pour $t > T$.

1° Quelle est la tension aux bornes du condensateur lorsque $t = T$?

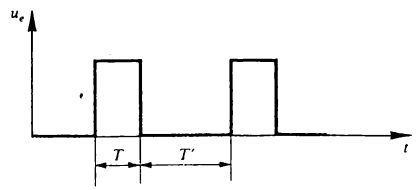
2° On diminue la durée T de l'impulsion, mais on augmente son amplitude U de façon à ce que le produit $U \cdot T$ reste égal à a.

Quelle est la tension aux bornes du condensateur à la fin de l'impulsion ($t = T$) lorsque T tend vers 0? $\left(x \to 0 \Rightarrow e^x \to 1 + x + \frac{x^2}{2}.\right)$

> A propos des signaux en créneaux, on a intérêt à reprendre une nouvelle origine des temps chaque fois qu'il se produit un événement (montée ou descente du créneau).

10

On applique une tension en créneaux aux bornes d'un circuit RC ($R = 1$ kΩ, $C = 0{,}1$ μF, $U = 10$ V) :



A partir de quelle valeur de T' le circuit réagit-il indépendamment à chaque impulsion (se fixer comme critère : au départ de la seconde impulsion, la tension aux bornes du condensateur est égale à $U/100$)?

Calculer cette valeur T'_{min} pour $T = 1\,000$ μs, 100 μs, 10 μs.

Réponse

Dès qu'on est en présence d'un circuit RC on calcule sa constante de temps, ici $\tau = RC = 10^{-4}$ s.

Soit v la tension aux bornes du condensateur. Prenons $t = 0$ au début du créneau

à $t = T$: $v = V_0 = 0 + (U - 0)(1 - e^{-T/\tau})$,

$$V_0 = U(1 - e^{-T/\tau}).$$

Étudions maintenant la décharge du condensateur. Nouvelle origine des temps $t' = 0$ à la fin du créneau $U_1 = V_0$, $U_2 = 0$.

Cherchons à quel instant T'_{min}, on a $v = U/100$:

$$T'_{min} = \tau \ln \frac{0 - V_0}{0 - (U/100)} = 10^{-4} \cdot \ln 100(1 - e^{-T/\tau}),$$

T'_{min} est une fonction croissante de T.

Lorsque $T = 1\,000$ μs $= 10\tau$, $T'_{min} = 460$ μs;

$T = 100$ μs $= \tau$, $T'_{min} = 414$ μs;

$T = 10$ μs $= 0{,}1\,\tau$, $T'_{min} = 225$ μs.

11

On applique à un circuit RC

($R = 10$ kΩ, $C = 0{,}10$ μF),

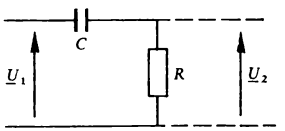
dont le condensateur est initialement déchargé, une tension, en créneaux comprise entre 0 V et 10 V, de fréquence 1 kHz. Tracer la courbe donnant la tension aux bornes du condensateur en fonction du temps pendant les trois premières millisecondes.

> Vérifier votre expression de A_u, en étudiant le comportement du quadripôle en continu ($\omega = 0$, condensateur équivalent à un circuit ouvert), et en très haute fréquence ($\omega \to \infty$, condensateur ≡ court-circuit).

PROBLÈMES

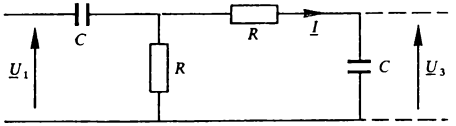
12

1° On considère le circuit ci-dessous :



Calculer $\underline{T} = \underline{U}_2/\underline{U}_1$.

2° On considère le circuit suivant :



a) En utilisant le théorème de Thévenin, calculer l'expression complexe de $\underline{T} = \underline{U}_3/\underline{U}_1$ en fonction de R, C et ω.

b) En posant $RC\omega = x$, montrer que cette expression se met sous la forme :

$$\underline{T} = \frac{1}{3 + j\left(x - \frac{1}{x}\right)}.$$

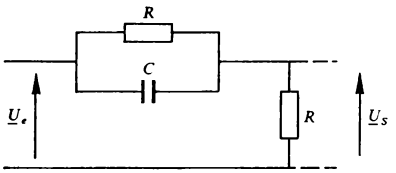
c) A quelle condition les tensions u_1 et u_3 sont-elles en phase? Que devient alors le rapport des tensions? Si $R = 1$ kΩ et $C = 1$ μF, quelle doit être la pulsation du signal d'entrée?

d) R et C conservant les valeurs précédentes, déterminer les valeurs de la pulsation du signal d'entrée pour lesquelles u_1 et u_3 sont déphasées de $\pm\frac{\pi}{4}$. En déduire la bande passante à -3 dB du circuit.

(*D'après bac* F_2, 1980.)

13

On considère le circuit suivant :



a) Prévoir physiquement le comportement du système pour une tension d'entrée très lentement variable ($\omega \to 0$), puis très rapidement variable ($\omega \to \infty$).

b) En posant $RC = \frac{1}{\omega_0}$ et $x = \frac{\omega}{\omega_0}$, montrer que la transmittance complexe $\underline{T} = \frac{\underline{U}_s}{\underline{U}_e}$ est égale à

$$\underline{T} = [T, \varphi] = \frac{1 + jx}{2 + jx}$$

– exprimer le module de $\underline{T}$,

– exprimer la tangente de l'argument de $\underline{T}$,

– vérifier la concordance de ces résultats avec ceux du § *a*),

– calculer T et φ pour $R = 10$ kΩ, $C = 1$ μF, $\omega = 2 \cdot 10^5$ rad/s.

c) Proposer une méthode expérimentale simple pour mesurer T et φ, faire un schéma et un bref commentaire.

(*D'après bac* F_2, 1982.)

14 Circuit en régime sinusoïdal

1° On considère le circuit représenté par la figure 1.

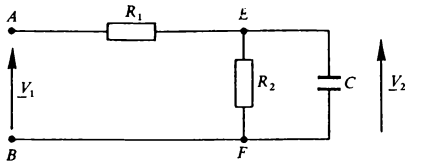


Fig. 1.

Calculer la transmittance complexe $\underline{T} = \frac{\underline{V}_2}{\underline{V}_1}$, que l'on mettra sous la forme :

$$\underline{T} = \frac{T_0}{1 + jR_0C\omega} = \frac{T_0}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}}.$$

Donner les expressions littérales de R_0, T_0 et ω_0. Que représente T_0?

2° Ce circuit est réalisé, comme l'indique la figure 2, à l'aide d'un potentiomètre de résistance totale

$$R = R_1 + R_2.$$

On pose : $R_2 = kR$ $(0 \leqslant k \leqslant 1)$.

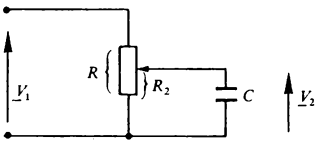


Fig. 2.

a) Montrer que l'on peut écrire :

$$\underline{T} = \frac{k}{1 + jk(1-k)RC\omega} = \frac{k}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}}.$$

b) Calculer $\tan\varphi$, φ étant le déphasage de $\underline{V}_2$ par rapport à $\underline{V}_1$. Quel est le signe de φ?

c) Sachant que $R = 10$ kΩ, $C = 40$ nF, $k = \frac{1}{2}$, donner l'allure de la courbe de la transmittance (en décibels) en fonction de la pulsation (axe des pulsations gradué en logarithmes). Donner la valeur numérique de la pulsation de coupure ω_0 à -3 dB.

d) Avec les mêmes valeurs numériques, donner l'allure de la courbe de réponse de la phase φ en fonction de la pulsation (en coordonnées semi-logarithmiques). Préciser la valeur de φ pour la pulsation de coupure calculée à la question 2° *c*).

e) Étude des variations de la pulsation de coupure ω_0 en fonction de k : en prenant pour k les valeurs $\frac{1}{10}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{9}{10}$, donner l'allure de la courbe représentant les variations de ω_0 en fonction de k. Justifier le fonctionnement particulier du montage lorsque $k \to 0$ et $k \to 1$.

(*D'après bac* F_2, 1980.)

CHAPITRE 5

ASSOCIATIONS DE QUADRIPÔLES

Un ensemble de quadripôles placés les uns à la suite des autres « en cascade », forme un quadripôle unique. Dans ce chapitre, nous établirons les relations entre les caractéristiques de ce quadripôle composé et celles de ses constituants. Auparavant, nous allons examiner la jonction entre deux quadripôles.

Dans tout ce chapitre, nous nous plaçons en *régime sinusoïdal*, les quadripôles sont *linéaires* et *leur entrée est équivalente à une impédance.*

1 ADAPTATION D'IMPÉDANCES

1.1 Puissance transmise

Considérons la jonction entre deux éléments (*fig.* 5.1) :

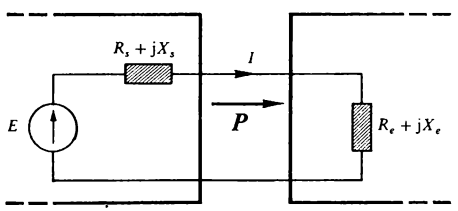


Fig. 5.1. **Transfert de puissance.**

Le premier, dipôle actif ou sortie d'un quadripôle, est représenté par son modèle de Thévenin équivalent $(\underline{E}, \underline{Z}_s)$, avec $\underline{Z}_s = R_s + jX_s$.

Le second, dipôle passif ou entrée de quadripôle, est représenté par son impédance équivalente

$$\underline{Z}_e = R_e + jX_e.$$

Calculons la puissance transmise du premier élément au second, c'est-à-dire la puissance consommée par le second :

$$\underline{I} = \frac{\underline{E}}{\underline{Z}_s + \underline{Z}_e} = \frac{\underline{E}}{R_s + R_e + j(X_s\ X_e)},$$

de module

$$I = \frac{E}{\sqrt{(R_s + R_e)^2 + (X_s + X_e)^2}}.$$

Dans le terme complexe $R_e + jX_e$, seul le terme R_e est responsable de la consommation de puissance active. La puissance consommée par le deuxième élément est donc

$$P = R_e I^2 = \frac{R_e E^2}{(R_s + R_e)^2 + (X_s + X_e)^2}.$$

$\underline{Z}_s$ et $\underline{E}$ étant imposées, comment choisir $\underline{Z}_e$ pour que cette puissance soit maximale ?

Le terme X_e n'intervient qu'au dénominateur; c'est pour $X_e = -X_s$ que le terme $(X_s + X_e)^2$, positif, prend la plus petite valeur possible qui est 0.

On a alors : $P = \dfrac{R_e E^2}{(R_s + R_e)^2}$, dérivons cette expression par rapport à R_e :

$$P' = E^2 \cdot \frac{(R_s + R_e)^2 - R_e 2(R_s + R_e)}{(R_s + R_e)^4},$$

Le numérateur s'annule pour $R_s = R_e$, on vérifie qu'alors la dérivée seconde de P est négative : on a bien alors un maximum de P, par conséquent il faut retenir :

$$\boxed{R_e = R_s \quad \text{et} \quad X_e = -X_s.}$$

La puissance consommée par le deuxième élément est maximale quand son impédance d'entrée est l'expression conjuguée de l'impédance de sortie du premier élément.

Cas particulier :

Si l'impédance de sortie du premier élément est une résistance, l'impédance d'entrée du second élément doit être une résistance égale.

1.2 Recherche de l'adaptation en puissance

Par définition, réaliser l'adaptation en puissance, c'est faire en sorte que la puissance transmise entre deux éléments soit maximale.

Mais l'adaptation en puissance n'est pas toujours souhaitable :

- Elle conduit parfois à une intensité trop élevée dans le circuit. Un des éléments peut alors être amené à travailler dans un domaine où sa caractéristique n'est plus linéaire, d'où une *distorsion* du signal.
- Cette intensité trop élevée entraîne un *effet Joule* si important qu'il risque d'endommager un des composants.
- Voulant étudier la f.é.m. E d'un générateur, on préfère généralement utiliser un *voltmètre*, ou un oscillographe, de très grande résistance d'entrée afin de visualiser directement E et non pas $\dfrac{ER_e}{R_e + R_s}$.
- On préfère également parfois assurer l'*atténuation la plus efficace du bruit* au détriment de l'adaptation en puissance.

Enfin, n'oublions pas que la condition $R_e = R_s$, $X_e = -X_s$ correspond au problème : étant donné le premier élément, comment choisir l'impédance d'entrée du second?

Le problème inverse : comment choisir le premier élément pour que la puissance consommée par le second soit maximale, conduit bien évidemment à $R_s = 0$, ce qui a pour effet de supprimer toute perte de puissance dans le premier élément, et à $X_e = -X_s$ pour que l'intensité soit maximale.

1.3 Quadripôle adaptateur

Quand l'impédance de sortie du premier élément et l'impédance d'entrée du second sont fixées a priori sans adaptation possible, on intercale entre eux un troisième **quadripôle adaptateur** en vue de réaliser l'adaptation en puissance (*fig.* 5.2)

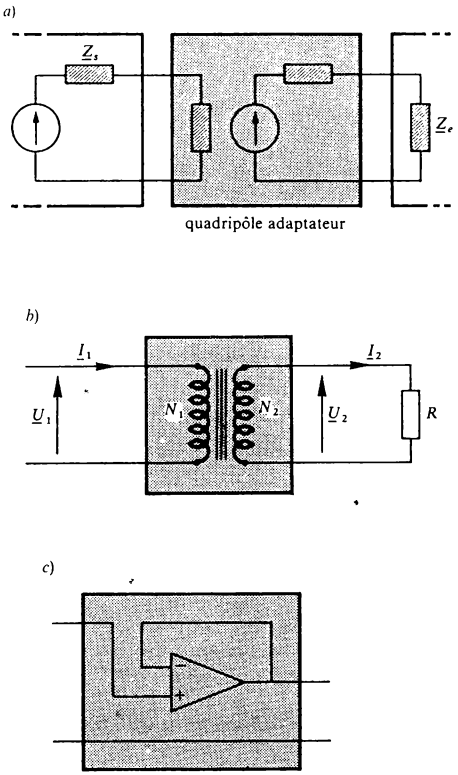


Fig. 5.2. **Quadripôles adaptateurs.**

L'impédance d'entrée de ce quadripôle sera conjuguée de l'impédance de sortie du premier quadripôle. L'impédance de sortie de l'adaptateur a une partie réelle nulle et une réactance opposée à la réactance d'entrée du dernier quadripôle.

Il est souhaitable que le quadripôle adaptateur ne consomme pas de puissance par lui-même.

En voici deux exemples :

Transformateur :

Si on le suppose idéal (cours 1re F, p. 330), alors

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{N_2}{N_1}, \qquad \frac{I_2}{I_1} = \frac{N_1}{N_2},$$
$$\varphi(i_2, u_2) = \varphi(i_1, u_1).$$

Si le secondaire est fermé sur une résistance R :

$$U_2 = RI_2,$$
$$U_1 = \frac{N_1}{N_2} RI_2 = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 RI_1,$$
$$\varphi(i_2, u_2) = 0 \Rightarrow \varphi(i_1, u_1) = 0.$$

Le primaire est équivalent à une résistance de valeur $\left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 R$.

1.4 Amplificateur suiveur

Un amplificateur comme celui de la figure 5.2 *c* est du type non inverseur (cours 1re F, p. 187). Construit autour d'un amplificateur opérationnel, son impédance d'entrée est pratiquement infinie, son impédance de sortie pratiquement nulle, son gain en tension égal à 1.

Il peut servir de quadripôle adaptateur, il est vrai qu'il consomme de la puissance, mais c'est celle de l'alimentation en continu et non celle du signal.

2 INDÉPENDANCE DES QUADRIPÔLES EN CASCADE

Dans l'exemple simple de deux quadripôles Q_1 et Q_2 placés en cascade, Q_2 étant à vide (*fig.* 5.3 *a*), on a

$$\frac{\underline{U''}}{\underline{U}} = \frac{\underline{U''}}{\underline{U'}} \cdot \frac{\underline{U'}}{\underline{U}},$$

soit $\underline{A} = \underline{A}_{u_2} * \underline{A}_{u_1}$,

donc $G = G_1 + G_2$.

Q_2 étant à vide : $\underline{A}_{u_2} = \underline{A}_{02}$.

Mais $\underline{A}_{u_1}$ est l'amplification en tension de Q_1 chargé par l'impédance d'entrée de Q_2, or cette impédance varie avec la fréquence. Même si l'on connaît les courbes de réponse de Q_1 et Q_2 à vide, il est donc difficile de prévoir le comportement d'un tel ensemble de quadripôles.

Exemple :

Q_1 est un circuit C_1, R_1 avec $C_1 = 0{,}20$ µF et $R_1 = 10$ kΩ. Il atténue de plus de 3 dB les tensions de fréquences inférieures à 80 Hz.

Q_2 est un circuit R_2C_2 avec $R_2 = 100$ Ω et $C_2 = 0{,}20$ µF. Il atténue de plus de 3 dB les tensions de fréquences supérieures à 8 kHz.

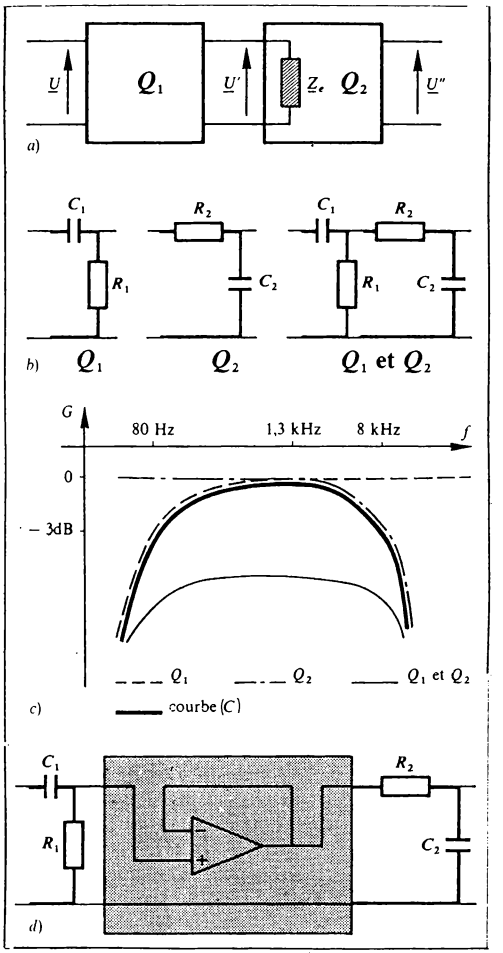


Fig. 5.3. **Impédance des quadripôles.**

Traçons successivement les courbes de réponse

– de chacun des quadripôles à vide,

– celle obtenue en ajoutant les gains des deux quadripôles à vide : courbe (*C*) (*fig.* 5.3 *b*)

– celle de l'association des deux quadripôles.

On obtient pour l'ensemble une courbe différente de (*C*), ce qui s'interprète par le fait que Q_1 ne fonctionne pas à vide : l'impédance d'entrée de Q_2 n'est pas suffisamment supérieure à R_1.

Remarquons que si l'on intervertit Q_1 et Q_2 on retrouve la courbe (C) : **lorsqu'il existe une interaction entre les quadripôles, l'ordre dans lequel ils sont placés a une importance.**

Revenons au montage initial (Q_1 suivi de Q_2).

Pour retrouver la courbe (*C*), il suffit d'intercaler un **amplificateur suiveur** (*fig.* 5.3 *c*) entre Q_1 et Q_2, rendant la charge de Q_1 pratiquement infinie. La tension de sortie est imposée à Q_2, car la sortie du suiveur est pratiquement équivalente à un générateur de tension.

De même si Q_2 doit être chargé, on maintient une courbe de réponse identique à (*C*) en intercalant un suiveur entre Q_2 et sa charge.

De façon générale, pour éviter toute perturbation due à la charge et pour se référer aux courbes de réponse à vide en général connues, il apparaît souhaitable de monter des quadripôles **d'impédance d'entrée très grande,** ne perturbant pas le quadripôle précédent, et d'**impédance de sortie très faible** pour ne pas perturber le quadripôle suivant.

3 IMPÉDANCE CARACTÉRISTIQUE

3.1 Définition et intérêt

Par définition, l'impédance d'entrée d'un quadripôle dépend de sa charge. Quand elle lui est égale (fig. 5.5) on dit que la charge est égale à l'impédance caractéristique du quadripôle.

Soit un générateur chargé par $\underline{Z}_0$, il travaille dans certaines conditions. Intercalons entre le générateur et la charge un quadripôle Q quelconque (*fig.* 5.4), l'impédance d'entrée de Q étant vraisemblablement différente de $\underline{Z}_0$, le générateur ne travaillera plus dans les mêmes conditions, ce qui est parfois gênant.

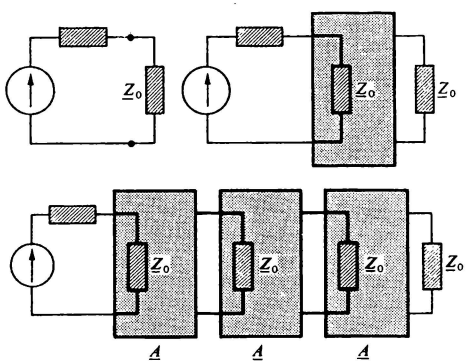


Fig. 5.4. On peut intercaler entre le générateur et Z_0 un ou plusieurs quadripôles d'impédance Z_0 sans changer la charge du générateur.

Mais si le quadripôle Q admet $\underline{Z}_0$ pour impédance caractéristique, son impédance d'entrée est égale à $\underline{Z}_0$, le générateur travaille dans les mêmes conditions.

Intercalons Q′ identique à Q entre le générateur et Q. Q′ chargé par $\underline{Z}_0$ présente une impédance d'entrée égale à $\underline{Z}_0$, le générateur travaille toujours dans les mêmes conditions. Il devient possible d'intercaler un nombre n quelconque de quadripole Q entre le générateur et la charge. Chaque fois est chargé par $\underline{Z}_0$; tous ces quadripoles ont meme ampification en tension $\underline{A}(A, \varphi)$.

L'amplification de l'ensemble est égale à $\underline{A}^n$ de module A^n et d'argument $n\varphi$

3.2 Un exemple : le câble blindé

• Chaque mètre d'un câble blindé est équivalent à un quadripole (fig 55a) faisant intervenir sa résistance, son inductance et capacité et la résistance de fuite entre les deux conducteurs

Une longeur l (en mètres) de câble équivaut donc à l quadripole en cascade

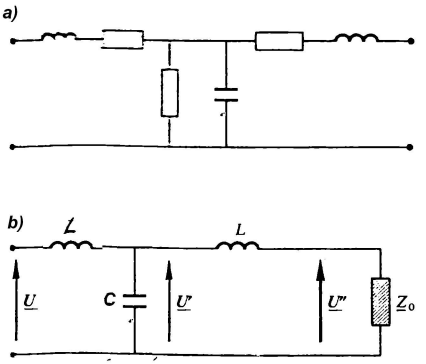


Fig. 55 a) Modele d'un mètre de câble.
b) Modèle simplifié chargé par Z_0

• Association antenne *réceptrice*. Elle est équivalente à un générateur de résistance interne 50 Ω à 200 MHz.

Le recepteur de télévision est adapté à l'antenne. L'installateur intercale entre ces deux éléments une longeur de câble. Pour que l'adaptation ait toujours lieu, il faut une impédance d'entrée du câble chargé par le recepteur soit égale à 50 Ω quelle que soit sa longueur, autrement dit une 50 Ω soit son impédance caractéristique

• Calculon l'impédance caractéristique d'un mètre de cable dans le cas simple où les résistances des conducteur sont supposées nulles et celle de l'isolant infime de 5.5 bL

Son impedance d'entrée est :

$$\underline{Z}_L + \frac{(\underline{Z}_L + \underline{Z}_0)\underline{Z}_C}{\underline{Z}_L + \underline{Z}_0 + \underline{Z}_C},$$

ecrivon qu'elle est égale à $\underline{Z}_0$, on obtient :

$$\underline{Z}_0^2 = \underline{Z}_L^2 + 2\underline{Z}_C\underline{Z}_L = -L^2\omega^2 + 2\frac{L}{C}.$$

Limpedance caractéristique est une résistance R_0 si $\underline{Z}_0^2$ est un réel positif ce qui impose $\omega < \sqrt{\frac{2}{LC}}$.

Remarquons que R_0 dépend de ω.

• Calculons **l'amplification en tension** lorsque cette condition est remplie et que le câble est chargé par R_0 :

$$\frac{\underline{U''}}{\underline{U}} = \frac{\underline{U''}}{\underline{U'}} \cdot \frac{\underline{U'}}{\underline{U}},$$

avec $\frac{\underline{U''}}{\underline{U'}} = \frac{R_0}{\underline{Z}_L + R_0}$ et $\frac{\underline{U'}}{\underline{U}} = \frac{\underline{Z}}{\underline{Z} + \underline{Z}_L}$;

or $\underline{Z}_L + \underline{Z} = \underline{Z}_e = R_0$, donc

$$\frac{\underline{U'}}{\underline{U}} = \frac{R_0 - \underline{Z}_L}{R_0},$$

d'où $$\underline{A} = \frac{\underline{U''}}{\underline{U}} = \frac{R_0 - \underline{Z}_L}{R_0 + \underline{Z}_L} = \frac{R_0 - jL\omega}{R_0 + jL\omega}$$

$A = 1$, $U'' = U$, ce **qui était prévisible!** L'entrée consomme la puissance $\frac{U^2}{R_0}$, la charge reçoit la puissance $\frac{U''^2}{R_0}$, comme le câble ne contient pas de résistance, il ne consomme pas de puissance, donc $U'' = U$.

$\underline{U''}$ est déphasée d'un angle φ par rapport à $\underline{U}$. Pour l mètres de câble, la tension est conservée, le déphasage est égal à $l \cdot \varphi$.

LABORATOIRE

Outre la recherche de l'adaptation (voir cours Première F *p.* 320), voici deux autres manipulations :

1. Quadripôle adaptateur *LC*

On étudie la puissance P consommée par une résistance R alimentée par un générateur de f.é.m. $E = 2$ V, de résistance interne $R_s = 3{,}3$ kΩ, de fréquence $f = 1\,600$ Hz.

Tracer la courbe représentant la fonction $P(R)$, pour quelle valeur de R est-elle maximale? Quelle est alors sa valeur?

En réalité on envisage une résistance R de 330 Ω. Sans quadripôle adapatateur, quelle est la valeur de P?

Pour augmenter cette puissance, on intercale un quadripôle adaptateur LC (*fig.* 5.6 *a*).

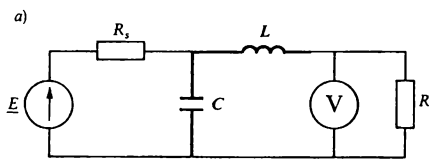


Fig. 5.6. *a*) **Adaptateur de puissance *LC*.**

Calculer l'impédance d'entrée du quadripôle quand il est chargé par R en fonction de L, C, f, R.

Déterminer L et C de façon qu'il y ait adaptation d'impédance avec le générateur pour $f = 1\,600$ Hz et $R = 330$ Ω (on aboutit à une équation entre relations complexes dont on déduira deux équations entre réels).

Constater qu'avec les valeurs trouvées il y a adaptation entre la sortie du quadripôle alimenté par le générateur et la résistance de 330 Ω.

R étant égale à 330 Ω, l'adaptateur calculé précédemment étant en place, faire varier f. Dans quel domaine de fréquence, le quadripôle apporte-t-il un gain en puissance positif?

Réaliser le quadripôle adaptateur, tracer la nouvelle courbe $P(R)$. Quelle est la nouvelle valeur de P pour $R = 330$ Ω? Calculer le gain en puissance apporté par l'adaptateur.

2. Atténuateur à résistances

On désire réaliser un quadripôle atténuateur formé de résistances (*fig.* 5.6 *b*) d'impédance caractéristique

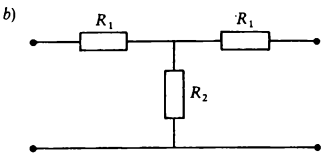


Fig. 5.6. *b*) **Atténuateur à résistances.**

600 Ω, chargé par une résistance de 600 Ω. Il doit fournir un gain en tension de − 6 dB. Calculer les valeurs à donner à R_1 et R_2.

Même question pour un gain de − 3 dB, de 0 dB. Réaliser et essayer ces trois quadripôles.

ENTRAINEMENT ET RECHERCHE

QUESTIONS RAPIDES

1

L'adaptation de puissance est-elle toujours souhaitable (penser à une « prise de courant »).

2

Quand il y a adaptation d'impédance entre un générateur et sa charge, calculer le rapport entre la tension aux bornes de la charge et la f.é.m. du générateur.

3

Quel est le rôle du quadripôle adaptateur? Donner des exemples électroniques. Trouver une analogie dans un transfert de puissance en mécanique.

4

On place deux quadripôles Q_1 et Q_2 en cascade, à quelle condition fonctionnent-ils comme s'ils étaient à vide? Si cette condition est réalisée peut-on les intervertir sans changer le comportement de l'ensemble?

5

Qu'est-ce que l'impédance caractéristique d'un quadripôle?

6

Un générateur est adapté en puissance sur sa charge. Ces éléments étant déterminés, l'adaptation est-elle assurée quelle que soit la fréquence? (Raisonner sur un exemple simple.)

EXERCICES

7

La sortie d'un amplificateur est équivalente à une f.é.m. de 4 V en série avec une résistance de 4 Ω. Il alimente une résistance de 4 Ω quelle est la puissance fournie par le récepteur?

Même question quand il alimente deux résistances de 4 Ω placées en série, puis placées en parallèle.

8

Faire le schéma de montage correspondant à l'observation à l'oscillographe (d'impédance d'entrée 1 MΩ) d'un générateur de très haute fréquence, d'impédance interne 50 Ω (en hautes fréquences l'adaptation évite de distordre le signal).

9

Reprenons l'exemple des quadripôles étudiés au § 3.

Calculer à 1 kHz les gains en tension de Q_1 à vide, de Q_2 à vide, de Q_1 suivi de Q_2 à vide, de Q_2 suivi de Q_1 à vide.

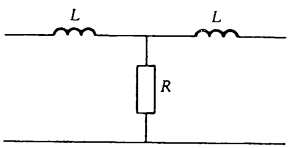
10

Reprendre l'exemple du quadripôle équivalent à un mètre de câble du § 4.2.

Lorsque $\omega > \sqrt{\frac{2}{LC}}$, donner l'expression de l'impédance caractéristique, quelle est la valeur du déphasage entre la tension d'entrée et la tension de sortie? que vaut le module de l'amplification en tension?

11

Soit le quadripôle suivant : déterminer son impédance caractéristique. Avec quels éléments réalise-t-on une telle impédance?



Prendre $R = 1\,600\ \Omega$, $L = 0{,}10$ H, $f = 1\,500$ Hz.

(Chercher d'abord l'impédance par son module et son argument.)

12

Un générateur équivalent à une f.é.m. de 50 Hz en série avec une résistance de 1 kΩ et un condensateur de 100 μF alimente un récepteur équivalent à une résistance de 1 kΩ en série avec un condensateur de 200 μF. Déterminer l'élément à intercaler entre générateur et récepteur pour atteindre l'adaptation de puissance.

> Plus l'écriture des calculs est compliquée, plus les risque d'erreurs sont grands. Travailler le plus longtemps possible avec les valeurs complexes, avec Z_C, Z_L...

13

On considère l'association de deux étages amplificateurs identiques alimentée par un générateur adapté en puissance avec le premier étage, chargée par une résistance de 200 Ω.

Chaque étage a une résistance d'entrée de 0,5 kΩ, une amplification en tension à vide de − 50, une résistance de sortie de 200 Ω.

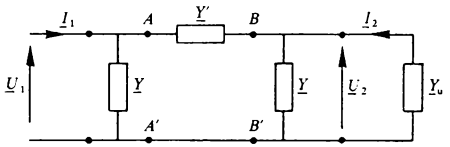
Calculer

– les résistances d'entrée, de sortie, l'amplification en tension à vide de l'ensemble des deux étages,

– l'amplification en puissance de l'ensemble des deux étages, le rapport de la tension aux bornes de la charge à la f.é.m. du générateur.

PROBLÈMES

14



On considère le quadripôle en Π symétrique chargé par $\underline{Y}_u$ ci-dessus.

1° Calculer l'admittance d'entrée $\underline{Y}_e$ de ce quadripôle chargé par l'admittance utile $\underline{Y}_u$ en fonction de $\underline{Y}$, $\underline{Y}'$ et $\underline{Y}_u$.

3° L'admittance $\underline{Y}_u$ étant choisie égale à l'admittance caractéristique $\underline{Y}_0$ définie par l'égalité $\underline{Y}_0 = \underline{Y}_e$, démontrer que $\underline{Y}_0^2 = \underline{Y}^2 + 2\underline{Y}\underline{Y}'$.

4° Comparer alors $\dfrac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1}$ et $\dfrac{\underline{I}_2}{\underline{I}_1}$.

5° Calculer alors $\underline{T} = \dfrac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1}$ en fonction de $\underline{Y}$, $\underline{Y}'$, $\underline{Y}_0$.

6° $\underline{Y}$ est l'admittance d'une capacité pure, $\underline{Y}'$ celle d'une résistance pure. Quelle condition doit satisfaire la pulsation ω pour que $\underline{Y}_0$ soit réelle?

7° *Application numérique :* $L = 0{,}10$ H, $C = 0{,}10$ µF, $\omega = 10^4$ rad/s.

a) Calculer $\underline{Y}_0$.

b) Calculer $\underline{T}$ et son module $|\underline{T}|$.

Conclure.

Solutions des cinq premières questions

1° $\underline{Y}_e = \dfrac{(\underline{Y} + \underline{Y}_u)\underline{Y}'}{\underline{Y} + \underline{Y}_u + \underline{Y}'} + \underline{Y}$.

2° $\underline{Y}_e = \underline{Y}_u = \underline{Y}_0 \Rightarrow \underline{Y}_0 = \dfrac{(\underline{Y} + \underline{Y}_0)\underline{Y}'}{\underline{Y} + \underline{Y}_0 + \underline{Y}'} + \underline{Y}$, d'où

$$\underline{Y}_0^2 = \underline{Y}^2 + 2\underline{Y}\underline{Y}'.$$

3° et 4° $\underline{I}_2 = -\underline{Y}_0 \cdot \underline{U}_2$ et puisque

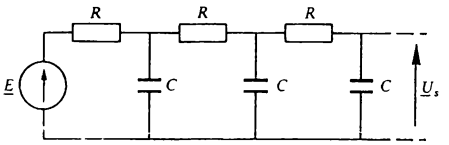
$\underline{Y}_e = \underline{Y}_0 : \underline{I}_1 = \underline{Y}_0 \cdot \underline{U}_1$, donc $\dfrac{\underline{I}_2}{\underline{I}_1} = -\dfrac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1}$.

5° $\underline{U}_2$ se retrouve entre B et B' et $\underline{U}_1$ se retrouve entre A et A' :

$$\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} = \frac{\dfrac{1}{\underline{Y} + \underline{Y}_0}}{\dfrac{1}{\underline{Y} + \underline{Y}_0} + \dfrac{1}{\underline{Y}'}} = \frac{\underline{Y}'}{\underline{Y}' + \underline{Y} + \underline{Y}_0}.$$

15 (*difficile*)

Soit le montage ci-dessous :



1° Calculer $\underline{T} = \dfrac{\underline{U}_s}{\underline{E}}$.

2° Établir que $\underline{U}_s$ est en opposition de phase avec $\underline{E}$ lorsque $RC\omega = \sqrt{6}$.

3° Montrer que lorsque cette relation est vérifiée, $\dfrac{\underline{U}_s}{\underline{E}} = \dfrac{1}{29}$.

Conseil :

On peut appliquer le théorème de Thévenin à $\underline{E}$ et le premier quadripôle RC, puis au résultat obtenu associé au second quadripôle RC, ...

CHAPITRE 6

AMPLIFICATION FILTRAGE RETARD

Les amplificateurs, atténuateurs à résistance... modifient les signaux selon une règle déterminée, indépendante de la forme du signal. Ils ne modifient pas la forme du signal.

Au contraire on demande à un filtre électrique de réagir différemment suivant la fréquence du signal qui lui est appliqué. Un tel filtre modifie donc, en particulier, l'aspect d'un signal périodique, puisque chacun des termes de la série de Fourier qui le représente est traité différemment.

1 FILTRES : GÉNÉRALITÉS

1.1 Définitions

• On classe d'abord les filtres suivant leur **bande passante,** leurs fréquences de coupure (*ch.* 4 § 1) (*fig.* 6.1).

Les filtres **passe-bas** transmettent les fréquences basses (y compris le continu) et atténuent les fréquences élevées. Les filtres **passe-haut** réalisent la fonction inverse.

Les filtres **passe-bande** sélectionnent une bande de fréquence qu'ils transmettent et tandis qu'ils atténuent les autres fréquences, au contraire des filtres **coupe-bande** (ou rejecteurs) qui éliminent une bande de fréquence.

Un récepteur radio utilise un filtre passe-bande pour sélectionner un émetteur.

Le filtre coupe-bande élimine le ronflement 50 Hz induit dans les circuits électroniques par les fils d'alimentation secteur.

• Pour un type de filtre donné, il existe plusieurs possibilités de réalisation et donc plusieurs courbes de réponse possibles.

Pour une même fréquence de coupure d'un filtre passe-bas, la chute du gain au-delà de cette fréquence peut être plus ou moins rapide :

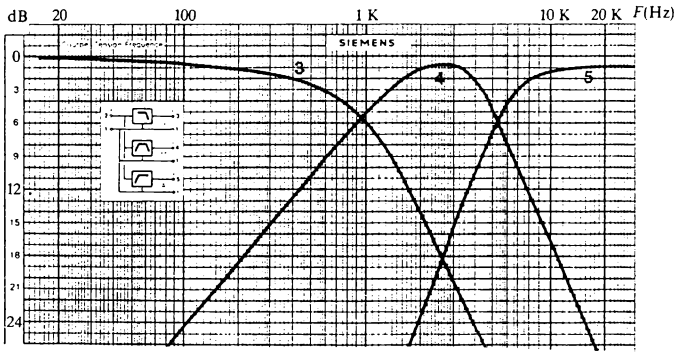


Fig. 6.1. Voici les courbes de **filtres trois voies** pour amplificateur de puissance. Définir chaque type de filtre et donner ses propriétés.

Si elle est de 20 dB par décade le filtre est dit du **premier ordre,** si elle est de 40 dB par décade elle est d'**ordre 2,** si elle est de 20n dB/décade elle est d'ordre n. Un filtre est d'autant plus **sélectif** que n est grand.

• Si tous les composants réalisant un filtre sont passifs (résistances, condensateurs, inductances), le filtre est dit **passif.** S'il fait appel à une source d'énergie externe il est dit **actif.**

Il ne faut pas oublier que des **éléments parasites** (capacités par exemple) font que les prévisions théoriques ne sont pas respectées. Ainsi est-il pratiquement impossible de réaliser un filtre passe-haut parfait.

Il est également nécessaire de s'assurer (mais c'est là une question délicate) de la **stabilité** des filtres actifs car ils comportent souvent un système bouclé (*ch.* 7).

1.2 Caractéristiques d'un filtre

Le filtre est d'abord caractérisé par sa courbe de réponse et sa courbe de phase associée traduisant son comportement en régime sinusoïdal.

Si $A(\omega_0)$ et $\varphi(\omega_0)$ sont respectivement le module et l'argument de la transmittance du filtre à la pulsation ω_0, alors, à la tension d'entrée

$$v_e = V_e \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_0),$$

correspond une tension de sortie

$$v_s = A(\omega_0) \cdot V_e \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_0 + \varphi(\omega_0)).$$

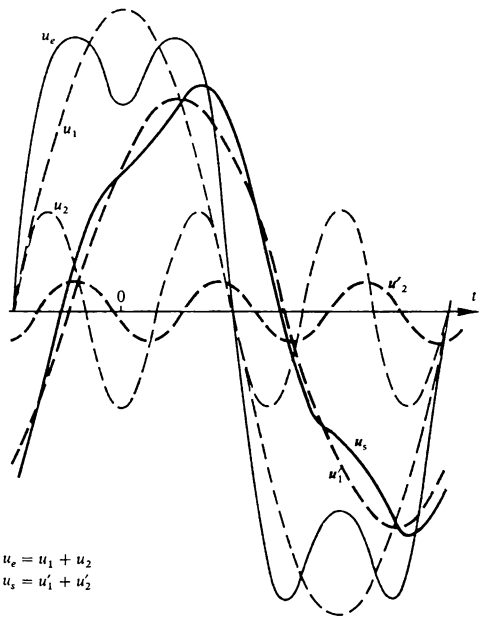


Fig. 6.2. **Passage du fondamental et du premier harmonique d'une tension en créneaux dans le filtre RC.** Chaque composante de u_e est affaiblie et déphasée différemment. A_u et φ sont calculés avec les relations des paragraphes 2.1, 2.2 et 2.3.

Si un signal périodique est connu par son développement en série de Fourier il est possible de traiter séparément chaque terme, puis de les recombiner en une somme qui traduit le signal de sortie (*fig.* 6.2).

Ce calcul, pénible si l'on ne dispose pas de calculatrice programmable, montre comment le filtre, en faisant « glisser » les différentes composantes du signal les unes par rapport aux autres, déforme le signal.

On impose souvent non pas la courbe de réponse, mais un « **gabarit** » dans lequel elle doit s'inscrire (*fig.* 6.3) auquel on adjoint parfois d'autres conditions. Le respect de ce « cahier des charges » n'est pas toujours possible, toutefois on sait toujours réaliser un filtre d'ordre n par mise en cascade de filtres d'ordre 1 ou 2, ce qui souligne l'importance de ces derniers.

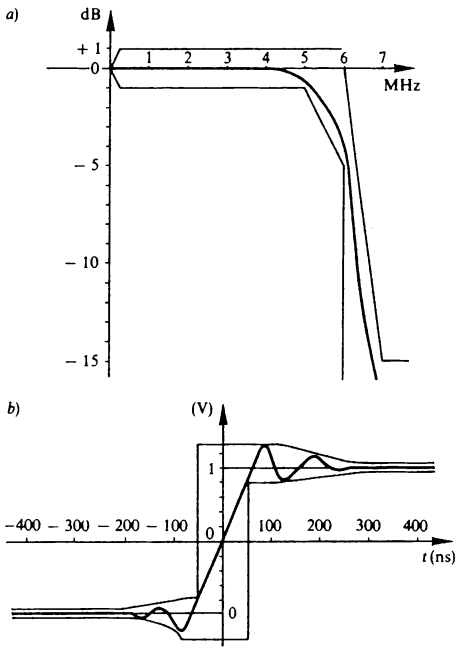


Fig. 6.3. Gabarit pour un amplificateur vidéo. 625 lignes en télévision *a)* et pour sa réponse à un échelon *b)*.

2 FILTRE PASSE-BAS

2.1 Transmittances

Un exemple de filtre passe-bas d'**ordre 1** est le filtre RC dont la transmittance complexe (amplification en tension, sortie à vide) est déterminée par (*ch.* 4 § 2):

$$T = \frac{1}{\sqrt{1 + R^2C^2\omega^2}} \quad \text{et} \quad \tan\varphi(\omega) = -RC\omega.$$

• Pour $\omega \ll \frac{1}{RC}$, on a bien $T \approx 1$, $\varphi \approx 0$. C'est la bande passante.

• Il y a atténuation de 3 dB pour $\omega_0 = \frac{1}{RC}$, ou alors $\varphi = -\frac{\pi}{4}$: c'est la fréquence de coupure.

• Au-delà la courbe de réponse chute avec une pente de 20 dB/décade.

La transmittance d'un filtre **passe-bas d'ordre 2** est donnée par la relation :

$$\underline{T} = \frac{1}{1 + 2kj\frac{\omega}{\omega_0} + \left(j\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2},$$

k s'appelle le coefficient d'amortissement et ω_0 la pulsation naturelle.

Un tel filtre présente, pour $k \ll 0{,}707$, une résonance dans la bande passante (*fig.* 9.5).

2.2 Retard

Un filtre passe-bas déforme-t-il un signal dont les composantes de Fourier appartiennent à la bande passante?

Une telle déformation ne se produirait pas si dans la bande passante du filtre étudié, un retard constant était apporté à chaque fréquence.

En effet, le signal

$$v_s = A(\omega_1)V_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_1 + \varphi(\omega_1)) + A(\omega_2)V_2 \cos(\omega_2 t + \varphi_2 + \varphi(\omega_2))$$

n'a même forme que le signal

$$v_e = V_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_1) + V_2 \cos(\omega_2 t + \varphi_2)$$

que si l'on peut écrire :

$$v_s = A(\omega_1)V_1 \cos\left[\omega_1\left(t + \frac{\varphi(\omega_1)}{\omega_1}\right) + \varphi_1\right] + A(\omega_2)V_2 \cos\left[\omega_2\left(t + \frac{\varphi(\omega_2)}{\omega_2}\right) + \varphi_2\right],$$

avec les conditions :

• $A(\omega_1) = A(\omega_2)$:
les deux fréquences appartiennent à la bande passante,

• $\frac{\varphi(\omega_1)}{\omega_1} = \frac{\varphi(\omega_2)}{\omega_2}$:
le déphasage introduit est proportionnel à la pulsation, car alors v_s est identique à v_e à un décalage temporel près (*fig.* 6.4) :

$$v_s(t) = A \cdot v_e(t - \tau)$$

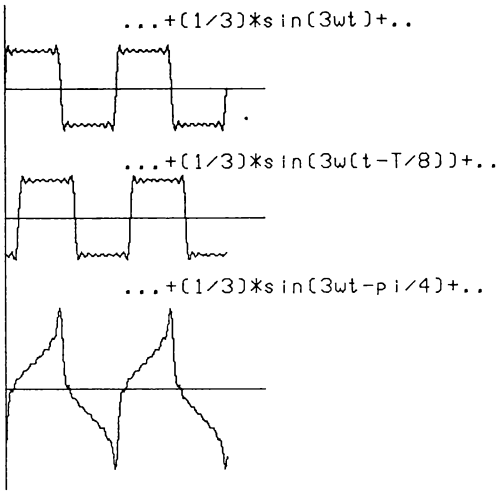


Fig. 6.4. **Simulation à l'ordinateur d'un signal carré à l'aide de huit signaux sinusoïdaux.** Effet d'un égal décalage temporel pour chaque harmonique. Effet d'un égal déphasage pour chaque harmonique.

en posant $\tau = -\frac{\varphi(\omega_1)}{\omega_1} = -\frac{\varphi(\omega_2)}{\omega_2}$;

τ est appellé : **retard** introduit par le filtre.

Pour un angle φ petit, tan φ est approximativement égal à φ. Nous constatons donc que pour un filtre RC, lorsque ω est très inférieure à ω_0, φ est approximativement égale à $-RC\omega$, et T à 1. Les conditions de non déformation du signal sont donc réalisées.

Remarquons que le retard introduit est faible puisqu'il vaut $\tau = RC$.

Ainsi pour $RC = 0{,}1$ ms (fréquence de coupure $f_0 = 1{,}6$ kHz), un signal de fréquence 160 Hz (de période 6,2 ms), n'est retardé que de $100 \times \frac{0{,}1}{6{,}2}$, soit 1,6 % de sa période.

3 COMPORTEMENT D'UN COMPOSANT OU D'UN APPAREIL ÉLECTRONIQUE

3.1 Aux fréquences élevées

Sur les courbes de réponse *a*) et *b*) de deux amplificateurs (*fig.* 6.5), on constate une chute de tension à partir d'une certaine fréquence.

Cette chute de tension s'interprète comme étant due à une capacité parasite C_p en parallèle avec la charge faisant ainsi apparaître un **filtre passe-bas** dont la fréquence de coupure à -3 dB est donnée par $\frac{1}{2\pi R \cdot C_p}$.

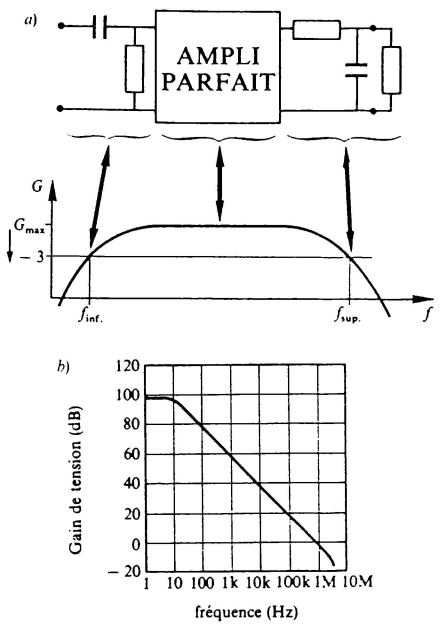


Fig. 6.5. **Courbe de réponse d'un amplificateur.** Interprétation par un modèle de l'amplificateur. Courbe de réponse de l'ampli. op. 741.

L'existence d'un tel filtre ne se produit pas obligatoirement en sortie : il peut être interne à l'amplificateur, mais le résultat est le même.

Dans le cas d'amplificateur à réaction, dans certaines circonstances, la réponse en hautes fréquences peut se rapprocher de celle d'un filtre passe-bas du 2e ordre.

3.2 Aux fréquences basses

Le préamplificateur à transistors de la figure 6.6 possède une fréquence de coupure basse.

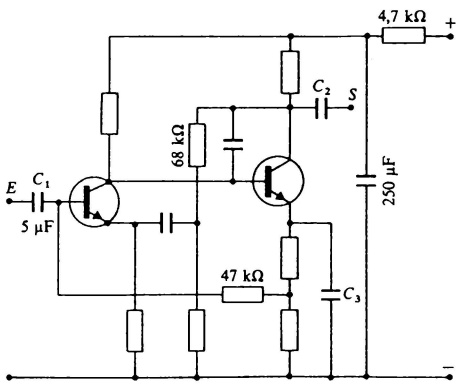


Fig. 6.6. **Préamplificateur à transistors** $C_1 = 5$ µF.

Le condensateur d'entrée C_1 réalise avec la résistance d'entrée du préamplificateur un filtre CR.

De façon générale la fréquence de coupure inférieure peut être atrribuée à un filtre passe-haut CR (courbe de réponse (*fig.* 4.3)).

Nous allons étudier des méthodes pour déterminer rapidement les fréquences de coupure basse et haute en les considérant comme étant dues à des filtres CR et RC. Ceci en utilisant un signal carré.

3.3 Détermination de la fréquence basse

Nous avons vu *ch.* 4, § 4.3 que si la tension d'entrée aux bornes d'un circuit CR passe brutalement de 0 à U à $t = 0$, la tension aux bornes de la résistance est donnée par $u_s = U\,e^{-t/RC}$.

Si nous considérons des durées faibles par rapport à RC, la courbe $u_s(t)$ est assimilable à la droite $u_s = U - \frac{U}{RC}t$. La décroissance relative de u_s est donnée par $d = \frac{U - u_s}{U} = \frac{t}{RC}$.

Ce résultat reste valable si l'on applique un signal carré au circuit CR. Quand on mesure d à la fin du créneau c'est-à-dire à $\frac{T}{2}$, on a $d = \frac{T}{2RC}$ $\left(\text{alors } U = \frac{U_{cc}}{2}\right)$.

Si $f = \frac{1}{T}$ est la fréquence du signal appliqué et si $f_1 = \frac{1}{2\pi RC}$ est la fréquence de coupure du filtre, alors

$$d = \frac{\pi f_1}{f}.$$

Connaissant d et f, on en déduit f_1.

3.4 Temps de montée

Lorsque l'entrée du quadripôle est soumise à une tension échelon, la tension de sortie varie de U_1 à U_2 (*fig.* 6.7).

On appelle **temps de montée** ***t, du circuit la durée mise par u_s pour passer de $U' = U_1 + 0{,}1(U_2 - U_1)$ à $U'' = U_1 + 0{,}9(U_2 - U_1)$.***

La sortie du quadripôle étant considérée comme un générateur de tension $A_0 u_e$ débitant dans un filtre RC, calculons le temps de montée du circuit RC au moyen de la relation du § 4.1, *ch.* 4 :

à $t = 0$ la tension d'entrée augmente brutalement;

à $t = t_1$, $U = U'$, $t_1 = RC \ln \frac{U_2 - U_1}{U_2 - U'}$;

en remplaçant U' par sa valeur, on obtient $t_1 = -RC \ln 0{,}9$;

à $t = t_2$, $U = U''$, on obtient de même $t_2 = -RC \ln 0{,}1$.

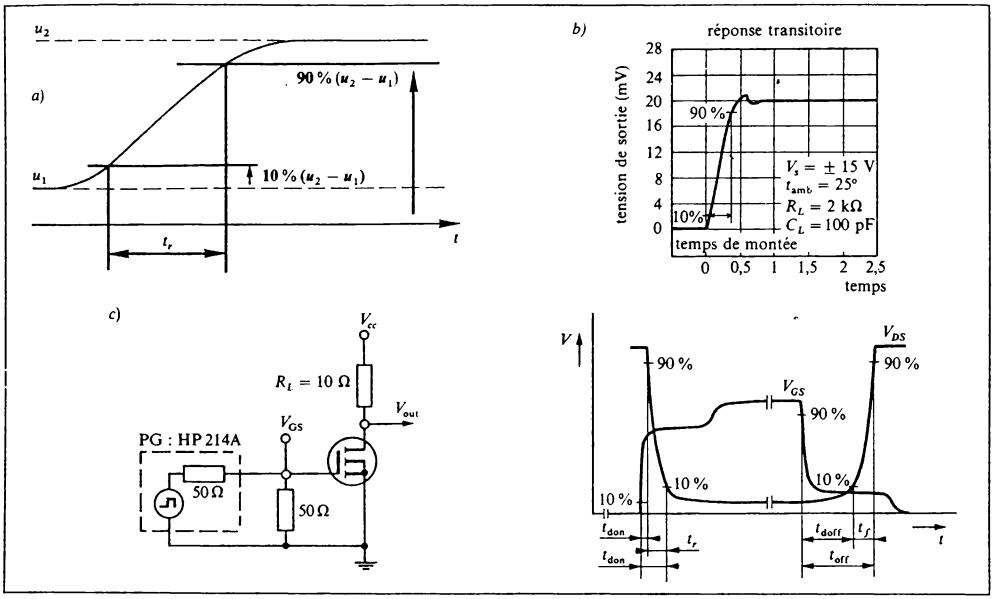


Fig. 6.7. **Temps de montée :**
a) définition,
b) pour l'amplificateur 741,
c) pour un TEC de puissance Buz 10 : $t_{don} = 10$ ns, $t_r = 30$ ns, $t_{doff} = 70$ ns, $t_r = 30$ ns.

On en déduit $t_r = t_2 - t_1 = RC \ln 9 \approx 2{,}2\,RC$, or

$$RC = \frac{1}{2\pi f_2},$$

f_2 étant la fréquence de coupure à -3 dB du filtre.

Finalement, $t_r = \dfrac{2{,}2}{2\pi f_2} = \dfrac{0{,}35}{f_2}$, d'où

$$\boxed{t_r \cdot f_2 = 0{,}35}$$

On raisonne autrement à l'aide de la décomposition en série de Fourier. La montée du créneau est assurée par le premier quart de période d'un harmonique de rang élevé. La durée de ce quart de période est approximativement égale à t_r, la période vaut $4t_r$, donc la fréquence de cet harmonique est $\dfrac{1}{4t_r}$.

Cet harmonique doit être restitué convenablement, sa fréquence doit donc être inférieure ou égale à f_2 :

$$\frac{1}{4t_r} \approx f_2, \quad \text{d'où} \quad t_r f_2 \approx 0{,}25.$$

Remarque 1

Quand l'amplificateur n'a pas de courbe de réponse simple, il y a déformation des signaux rectangulaires injectés (*fig.* 6.8).

Remarque 2

Le temps de montée d'un générateur de tension en créneaux est la durée mise pour passer de 10 % à 90 % de la hauteur du créneau.

Pour l'oscillographe, on définit une courbe de réponse en fréquences comme pour un quadripôle, la déviation du spot jouant le rôle de tension de sortie. En conséquence, on lui attribue une bande passante, un temps de montée. Dans le domaine des hautes fréquences, cette courbe rappelle celle d'un filtre *RC*. L'oscillographe vérifie donc la relation $t_r \cdot f_0 = 0{,}35$. Du côté BF, il peut accepter la composante continue (position *DC*) ou avoir un comportement passe-haut (position *AC*).

Pour observer des signaux carrés à l'oscillographe et mesurer leur temps de montée, il faut que le temps de montée de l'oscillographe soit très inférieur à celui du générateur, sinon on observe le temps de montée de l'oscillographe et non celui du générateur.

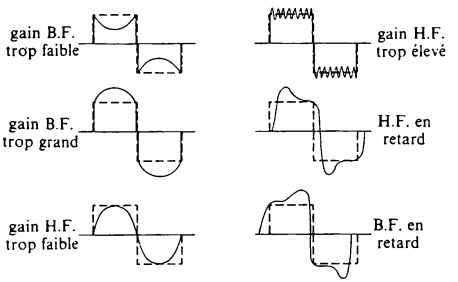


Fig. 6.8. **Défaut d'un amplificateur,** en pointillé la tension de sortie idéale, en trait continu la tension observée (BF : basse fréquence, HF : haute fréquence).

LABORATOIRE

Ces expériences nécessitent un oscillographe dont la bande passante est importante (→ 10 MHz).

1. Photocoupleur :

Alimenter une diode électroluminescente en signaux carrés. Face à la LED, placer une photopile et observer la tension u à ses bornes. Quel est le temps de montée de u? Placer ensuite face à la LED une photorésistance en série avec 2 kΩ sous 2 V, observer la tension v aux bornes de la résistance : quel est son temps de montée?

Quel est l'ordre de grandeur de la bande passante à − 3 dB d'un photocoupleur utilisant LED et photopile, LED et photorésistance?

2. Générateur de signaux carrés :

L'entrée de l'oscillographe est équivalente à $R' /\!/ C'$ connus. On branche l'oscillographe aux bornes du générateur. Mesurer le temps de montée t du créneau.

On considère que le générateur est équivalent à un générateur de tension en créneaux parfaits suivi d'un filtre RC, R étant la résistance de sortie du générateur. Mesurer R. Montrer que t résulte de $R /\!/ R'$ et $C /\!/ C'$. En déduire la valeur de C.

Quelle capacité faut-il brancher aux bornes du générateur, c'est-à-dire en parallèle avec l'oscillographe pour que le temps de montée observé soit égal à $2t$? Vérifier.

DOCUMENTAIRE

Pourquoi et comment réaliser des retards plus importants?

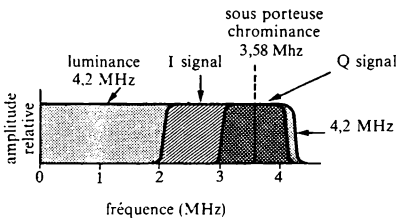
Dans un téléviseur couleur, chaque ligne de l'écran a besoin simultanément de trois informations (voir documentaire du *ch.* 11). A chaque instant l'émetteur n'en fournit que deux, la troisième devant être récupérée de la ligne précédente. Cette troisième information a donc été introduite dans un quadripôle réalisant un retard équivalent à la durée d'une ligne, afin de la rendre disponible de nouveau au début de la ligne suivante. Ce retard a une durée de 64 µs. Comme les fréquences sont de l'ordre de 1 Mhz, nous constatons que ce retard est très grand par rapport à la période des signaux traités.

Dans un tel cas, on est amené à monter en cascade des filtres passe-bas particuliers, introduisant chacun un retard assez grand. A la limite, on aboutit ainsi à la construction d'une ***ligne à retard.*** Pour un câble coaxial (*ch.* 5 § 3.2), le retard atteint facilement 5 ns par mètre de câble. En mettant en œuvre un principe différent (propagation d'une onde sonore dans un matériau), on aboutit à un composant aux dimensions réduites, introduisant facilement le retard de 64 µs dont nous parlions plus haut.

Filtre en peigne

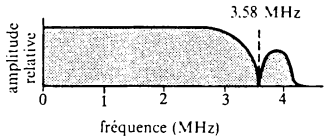
En télévision couleurs (procédé NTSC), la principale difficulté à résoudre a été d'assurer la compatibilité avec le système noir et blanc déjà existant. En effet, afin d'éviter un renouvellement complet du parc des récepteurs, il fallait qu'une émission couleur puisse être reçue sur un téléviseur NB et inversement, qu'une émission NB soit reçue sur un récepteur couleur.

Pour cela, plutôt que de transmettre les informations correspondant aux trois couleurs primaires (R, V, B) de chaque point de l'écran, il a paru plus judicieux de

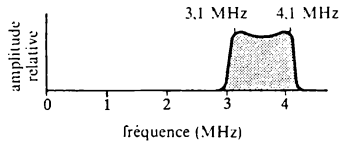


créer un signal de luminance, renseignant sur leur luminosité, assisté de deux signaux de chrominance *I* et *Q*, contenant l'information de couleur. L'ensemble constitue le signal vidéo composite.

Le spectre de luminance s'étend de 0 à 4,2 MHz, celui de chrominance de 3,1 à 4,1 MHz. Il faut séparer ces signaux dans un récepteur couleur. Un filtre coupe-bande élimine *I* et *Q* de la luminance, mais en modifiant celle-ci.

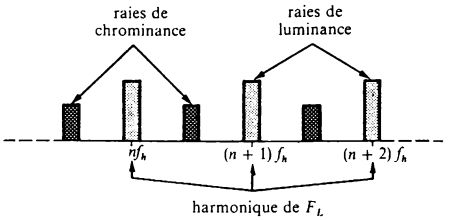


Un filtre passe-bande récupère *I* et *Q*, mais simultanément aussi un résidu de luminance.

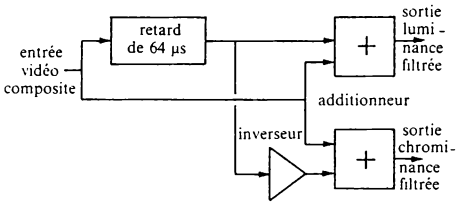


Un examen approfondi du spectre de ces signaux montre qu'il ne sont pas continus : ils sont constitués en fait de raies, d'abscisse nf_L (n = entier; f_L = fréquence ligne) pour la luminance et $\left(n+\frac{1}{2}\right)f_L$ pour la chrominance (*I* et *Q*). Cette particularité permet d'insérer un filtre en peigne qui conserve l'intégralité des raies pour chaque signal.

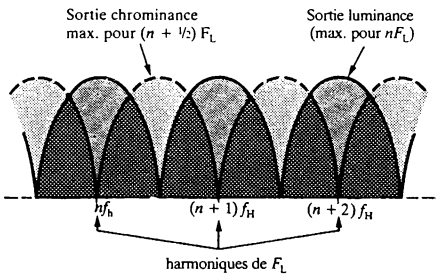
Pour une raie de luminance par exemple, un retard de $T=\frac{1}{f_L}$ fournit un signal en phase avec le signal incident : c'est la sortie luminance. Au contraire, pour



une raie de chrominance, ce même retard fournit un signal en opposition de phase avec le signal incident : leur composition donne un résultat nul sur la sortie luminance.



La courbe de réponse d'un tel filtre a un aspect particulier; elle sépare ces raies entrelacées :



A l'heure actuelle, le retard de 64 µs est réalisé par un registre analogique à décalage (CCD) à 910 places, commandé par la fréquence ligne.

ENTRAINEMENT ET RECHERCHE

QUESTIONS RAPIDES

1

Quels sont les différents types de filtre que vous connaissez?

2

On place en cascade deux filtres passe-bas du premier ordre identiques. On suppose qu'ils n'interagissent pas. Quel est l'ordre du filtre passe-bas obtenu?

3

Le déphasage maximal introduit par un filtre du premier ordre est $\frac{\pi}{2}$. Que vaut-il pour un filtre du troisième ordre, obtenu par mise en cascade de trois filtres du premier ordre?

4

Le fait que la bande passante d'un amplificateur soit limitée entraîne-t-il une distorsion pour un signal sinusoïdal; pour un signal carré?

5

Comment pourrait-on réaliser un filtre d'ordre 5?

6

Qu'appelle-t-on temps de montée d'un circuit?

7

Pour un filtre passe-bas du premier ordre, y a-t-il une relation entre temps de montée et bande passante?

8

On considère qu'un signal carré est bien rendu si les cinq premiers harmoniques sont atténués à moins d'un décibel. Un amplificateur possède des fréquences de coupure à -1 dB, basse à 20 Hz, haute à 20 kHz. Quelles fréquences de signaux carrés l'amplificateur est-il capable de restituer convenablement?

9

Proposer une méthode simple pour mesurer la capacité d'un condensateur en l'incluant dans le circuit de l'atténuateur compensé (*ch.* 4 § 3.3).

10

Tracer la courbe de réponse d'un amplificateur constitué par un amplificateur parfait de gain 20 dB suivi d'un filtre *RC* dont la fréquence de coupure est à 1 kHz? quel est son gain à 10 kHz?

EXERCICES

11

Un constructeur donne les fréquences de coupure à $-0{,}8$ dB d'un amplificateur, soit 20 Hz et 20 kHz. Pouvez-vous estimer ses fréquences de coupure à -3 dB?

Réponse pour la fréquence de coupure supérieure

On suppose que l'amplificateur est équivalent à un amplificateur de gain constant G_{Max} suivi d'un filtre *RC* responsable de la fréquence de coupure haute.

$$G = G_{Max} + G_{filtre}$$

$$A_{filtre} = \frac{1}{\sqrt{R^2C^2\omega^2 + 1}}.$$

$$G_{filtre} = -0{,}8 \text{ dB} = 20 \lg A \Rightarrow A = 10^{-0.8/20} = 0{,}912$$

$$\omega = 2\pi \times 20\,000 \Rightarrow RC = 3{,}579 \cdot 10^{-6}$$

$$A = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \text{lorsque} \quad \omega = \frac{1}{RC} = 279\,400,$$

alors $G = -3$ dB et $f = \frac{\omega}{2\pi} = \mathbf{44{,}5\ kHz.}$

12

1° Un oscillographe est donné pour avoir une bande passante de 2 MHz, quel est son temps de réponse t_1? Donner l'ordre de grandeur probable de sa plus grande vitesse de balayage (largeur de l'écran 10 cm).

2° Un générateur délivre des signaux carrés de temps de montée $t_2 = 2$ µs. Donner un ordre de grandeur probable de la plus grande fréquence qu'il peut délivrer.

Lorsqu'on branche ce générateur sur l'oscillographe quel temps de montée observe-t-on, celui du générateur ou celui de l'oscillographe?

13

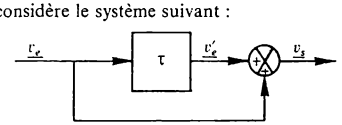
Nous avons vu qu'un filtre réalisant un retard constant τ dans la bande passante a un gain de 0 dB et introduit un déphasage φ proportionnel à la pulsation :

$$\varphi = -\tau\omega.$$

Dessiner le diagramme de Bode correspondant.

14

On considère le système suivant :



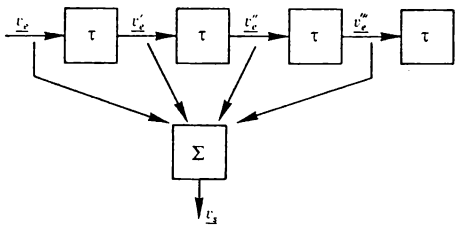
v_e est une tension sinusoïdale de pulsation $\omega = 2\pi \times f$ variable. v'_e a même amplitude que v_e, mais retardée de $\tau = 64$ µs par rapport à elle; v_s est la somme de v_e et v'_e.

En construisant le diagramme de Fresnel relatif à v_s, déduire les propriétés du filtre ainsi réalisé.

15

Sur le même principe, on réalise le montage de la figure. τ représente le retard introduit par chaque cellule. Σ est un sommateur réalisant

$$v_s = v_e + v'_e + v''_e + v'''_e.$$



Donner les propriétés du filtre ainsi réalisé.

16

On dispose d'un filtre passe-haut de fréquence de coupure 1 kHz, un amplificateur de gain 20 dB, de bande passante 10 Hz, 200 kHz, un filtre passe-bas de fréquence de coupure 20 kHz. On suppose que leur mise en cascade ne modifie pas leurs caractéristiques.

Les deux filtres ayant un gain de 0 dB dans leur bande passante, construire la courbe de réponse globale. Quelle est la fonction réalisée.

17

Soit un filtre passe-bas RC tel que $R = 10\ \text{k}\Omega$, $C = 10$ nF; un filtre passe-haut CR tel que $R = 10\ \text{k}\Omega$, $C = 10$ nF. Ils sont mis en cascade.

a) On interpose entre ces deux filtres un étage séparateur de gain 0 dB, d'impédance d'entrée infinie, de résistance de sortie nulle. Comment est constitué cet étage?

Tracer la réponse globale du système.

b) On supprime l'état séparateur. Que devient la réponse du système? Celle-ci dépend-elle de l'ordre dans lequel sont placés les deux quadripôles?

18

On applique le signal

$$v_e = V_1 \sin \omega t + V_2 \sin 2\omega t,$$

avec $V_1 = 1$ V; $V_2 = 0{,}5$ V; $\omega = 10^3$ rad/s, au filtre passe-bas RC tel que $R = 10\ \text{k}\Omega$; $C = 10$ nF.

a) Dessiner le signal d'entrée.

b) Trouver la réponse v_s sous la forme :

$$v_s = V'_1 \sin(\omega t - \varphi_1) + V'_2 \sin(2\omega t - \varphi_2)$$

et la dessiner.

19

La fréquence de coupure à -3 dB d'un filtre RC est à 1 kHz, quelle est sa fréquence de coupure à -1 dB?

20

Le comportement d'un amplificateur le fait assimiler

– aux fréquences majeures à un amplificateur de gain constant 20 dB;

– aux fréquences élevées à un amplificateur de gain constant 20 dB suivi d'un filtre RC de pulsation $\omega_0 = 60\,000$ rad/s;

– aux fréquences basses à un amplificateur de gain constant 20 dB suivi d'un filtre $C'R'$ de pulsation $\omega'_0 = 100$ rad/s.

Tracer sur le même graphique les courbes donnant le gain et le déphasage en fonction de la pulsation.

Indiquer comment les courbes sont déplacées lorsque l'amplificateur est chargé par une résistance.

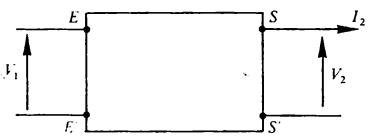
PROBLÈME

21

Dans tout le problème, les circuits étudiés sont soumis à une excitation sinusoïdale de pulsation ω.

On utilise la notation complexe. Toutes les grandeurs complexes sont représentées par des lettres majuscules et sont comptées positivement conformément aux conventions matérialisées par flèches sur les schémas.

PREMIÈRE PARTIE



Pour tout quadripôle passif et linéaire, de bornes d'entrée E, E' et de bornes de sortie S, S', il est permis d'écrire :

$$I_2 = SV_1 - YV_2.$$

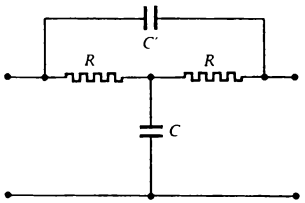
1° Donner une signification physique des paramètres S et Y.

Proposer, par un schéma explicite, un générateur équivalent au quadripôle vu de ses bornes de sortie.

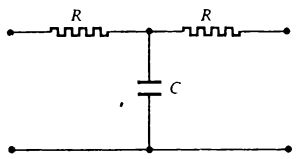
2° On envisage deux quadripôles du type précédent, l'un de paramètres S_1, Y_1 et l'autre de paramètre S_2, Y_2. Établir et justifier la loi simple de formation des paramètres S, Y du quadripôle obtenu par la mise en parallèle des deux quadripôles envisagés (entrées en parallèle, sorties en parallèle).

3° Formuler les paramètres S et Y pour les deux quadripôles représentés ci-dessous :

2*a*



2*b*



On pose $RC\omega = x$ et $C' = nC$ (n est un nombre réel positif différent de zéro).

Montrer que :

pour le quadripôle Q_1 (*fig.* 2*b*)

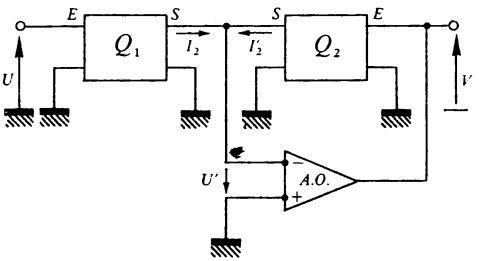
$$S_1 = \frac{1}{R(2+jx)} \quad \text{et} \quad Y_1 = \frac{1}{R} \times \frac{1+jx}{2+jx};$$

pour le quadripôle Q_2 (*fig.* 2*a*)

$$S_2 = \frac{1-nx^2+2njx}{R(2+jx)} \quad \text{et} \quad Y_2 = \frac{1-nx^2+j(2n+1)x}{R(2+jx)}$$

DEUXIÈME PARTIE

Deux quadripôles Q_1, Q_2, de paramètres respectifs S_1, Y_1, et S_2, Y_2, sont associés suivant schéma (*fig.* 3) à un



amplificateur opérationnel A.O de résistance d'entrée infinie et de résistance de sortie nulle.

On désigne par :

$A = \frac{V}{U'}$: Gain en boucle ouverte de l'amplificateur opérationnel (A réel positif — supposé non infini dans une première étude);

U : Tension sinusoïdale d'excitation appliquée à l'entrée;

V : Tension recueillie à la sortie, supposée ouverte.

1° Montrer que la transmittance $T = \frac{V}{U}$ peut s'exprimer par :

$$T = \frac{-S_1 A}{Y_1 + Y_2 + S_2 A}.$$

2° Que devient la valeur T_∞ de T quand on choisit pour A une valeur infiniment grande?

3° On désire que l'écart relatif $\frac{T_\infty - T}{T}$ reste inférieur, ou au plus égal, à une valeur ε donnée.

En déduire, en fonction des paramètres de Q_1 et Q_2, l'expression de la valeur limite à attribuer à A.

TROISIÈME PARTIE

On adopte comme quadripôles associés à l'amplificateur opérationnel :

pour Q_1 : celui de la figure 2*a*;

pour Q_2 : celui de la figure 2*b*;

On donne : $R = 10\ k\Omega$; $C = 10\ nF$.

1° Quelle valeur limite A_0 faut-il attribuer à A pour que $\frac{T_\infty - T}{T} \leqslant 0{,}1\ \%$ dans le domaine des pulsations les plus basses concevables?

2° On admet, pour la suite, que A est pratiquement infini.

Montrer que la transmittance T peut se mettre sous la forme :

$$T = \frac{k}{1 + \mu x^2 + 2j\lambda x};$$

où k, μ et λ sont des constantes réelles que l'on explicitera.

Solution

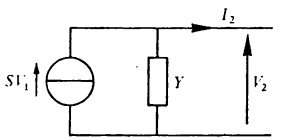
PREMIÈRE PARTIE

1° Si $V_2 = 0$, alors $I_2 = SV_1$.

$S = \left(\frac{I_2}{V_1}\right)_{V_2=0}$ est le rapport entre le courant de court-circuit en sortie sur la tension d'entrée.

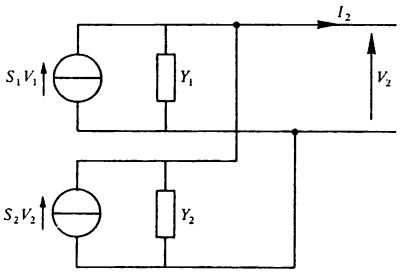
De même $Y = -\left(\frac{I_2}{V_2}\right)_{V_1=0}$ est l'admittance présentée côté sortie pour une tension d'entrée nulle.

Le générateur équivalent au quadripôle est donc :

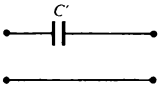


2°

V_1 est la même pour les deux quadripôles. Ceux-ci sont en parallèle à la sortie : le courant de sortie est la somme de leurs courants de sortie; la tension de sortie est la même pour les deux.



• le quadripôle du 2° *b*), est constitué de la mise en parallèle du quadripôle du 2° *a*) et du quadripôle ci-dessous :



Pour celui-ci, on a :

$$S' = jC'\omega \quad \text{et} \quad Y' = jC'\omega.$$

D'après le résultat établi en 2°, on a :

$$S_2 = S_1 + S' \quad \text{et} \quad Y_2 = Y_1 + Y'$$

(d'où les résultats donnés dans le problème).

DEUXIÈME PARTIE

1° On a $\begin{cases} I_2 + I_2' = 0 \\ V_2 = V_2' = -U' \end{cases}$ et $\begin{cases} V_1 = U \\ V_1' = V \end{cases}$

d'où

$$S_1V_1 - Y_1V_2 + S_2V_1' - Y_2V_2' = 0,$$

soit

$$S_1U - Y_1(-U') + S_2V - Y_2(-U') = 0,$$

or

$$A = \frac{V}{U'}.$$

Éliminons U' :

$$S_1U + S_2V + (Y_1 + Y_2)\frac{V}{A} = 0,$$

d'où

$$T = \frac{V}{U} = \frac{-S_1A}{Y_1 + Y_2 + S_2A}.$$

2° Si $A \to \infty$, alors

$$T \to \frac{-S_1A}{S_2A} \approx -\frac{S_1}{S_2}.$$

3° $\dfrac{T_\infty - T}{T} \leqslant \varepsilon$; or

$$\frac{T_\infty - T}{T} = \frac{-\dfrac{S_1}{S_2} + \dfrac{S_1A}{Y_1 + Y_2 + S_2A}}{\dfrac{-S_1A}{Y_1 + Y_2 + S_2A}},$$

soit

$$\frac{T_\infty - T}{T} = \frac{-S_1(Y_1 + Y_2 + S_2A) + S_1S_2A}{-S_1AS_2}$$
$$= \frac{S_1(Y_1 + Y_2)}{S_1AS_2} = \frac{Y_1 + Y_2}{AS_2},$$

soit

$$\frac{Y_1 + Y_2}{S_2A} \leqslant \varepsilon.$$

TROISIÈME PARTIE

1° Pour les pulsations les plus basses convenables :

$$\omega \to 0, \quad \text{donc} \quad x = RC\omega \to 0,$$

alors $\left.\begin{array}{l} Y_1 \to \dfrac{1}{2R} \\ Y_2 \to \dfrac{1}{2R} \\ S_2 \to \dfrac{1}{2R} \end{array}\right\}$ il faut que $\dfrac{2}{A} \leqslant \varepsilon,$

d'où

$$A \geqslant \frac{2}{\varepsilon} = \frac{2}{10^{-3}} = 2000.$$

2° Si $A \to \infty$, $T \approx -\dfrac{S_1}{S_2}$,

d'où $T \approx \dfrac{1}{1 - nx^2 + 2njx}$; on a $\begin{cases} k = 1 \\ \lambda = n \\ \mu = -n \end{cases}$

On a donc

$$I_2 = S_1V_1 - Y_1V_2 + S_2V_1 - Y_2V_2$$
$$= (S_1 + S_2)V_1 - (Y_1 + Y_2)V_2$$
$$= SV_1 - YV_2,$$

d'où $S = S_1 + S_2$ et $Y = Y_1 + Y_2$

3° • $S_1 = \left(\dfrac{I_2}{V_1}\right)_{V_2 = 0} = \dfrac{1}{R(2 + jRC\omega)}.$

• $Y_1 = -\left(\dfrac{I_2}{V_2}\right)_{V_1 = 0} = \dfrac{1 + jRC\omega}{2R + jR^2C\omega}.$

CHAPITRE 7

LA RÉACTION

Après avoir fait subir à l'information un trajet linéaire dans une cascade de quadripôles, nous envisageons maintenant le parcours d'une boucle.
On rencontre de tels systèmes bouclés dans de très nombreux domaines (électricité, mécanique, chimie, sciences sociales et économiques...).

1 SYSTÈMES BOUCLÉS

« En apprenant la nouvelle, quelle a été sa ***réaction?*** *favorable ou non? énergique ou non? »*

En tout cas, par sa réaction, la personne concernée par cette question manifeste le désir d'influencer le cours des événements par contraste avec une autre restée « sans réaction ».

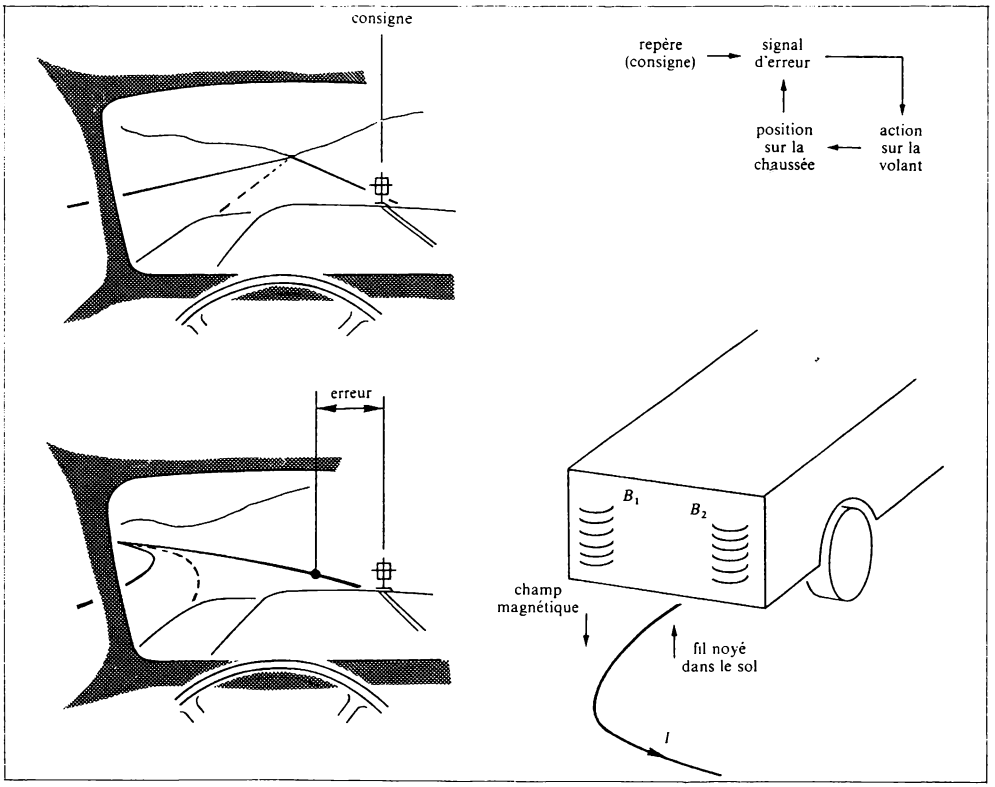


Fig. 7.1. **Exemple du conducteur** et système de guidage automatique. Dès que b s'écarte du fil, le flux à travers B_1 ou B_2 varie créant une f.é.m. qui commande le mécanisme de direction du chariot.

1.1 L'automobiliste

En analysant de manière simplifiée son comportement, on peut dire que l'automobiliste dirige sa voiture d'après la position de la chaussée par rapport à des repères liés à la voiture (capot, bord du pare-brise...). Il effectue une **régulation** de la position de la route par rapport à son véhicule.

S'il aborde un virage, sa position change par rapport au repère, faisant apparaître un **signal d'écart** ou **d'erreur.** Le conducteur met un certain temps pour l'appréhender, il tourne le volant afin d'annuler l'écart. On vient de mettre en évidence l'existence d'une **boucle de réaction** (*feedback*) (*fig.* 7.1).

Si la durée mise par l'automobiliste pour réagir est trop longue, ou s'il réagit trop nerveusement, la voiture zigzague. Le succès de la manœuvre réside dans les qualités du conducteur, dans la réaction.

On peut imaginer un système matériel assurant une telle réaction.

1.2 Régulateur de vitesse

Soit à maintenir constante la vitesse de rotation d'un moteur malgré des fluctuations de tension d'alimentation et de charge du moteur. Envisageons le schéma de la figure 7.2.

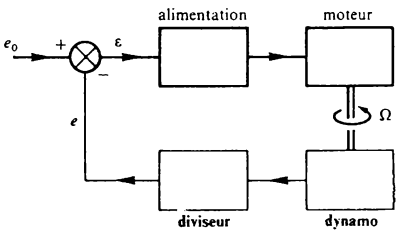


Fig. 7.2. **Régulation d'un moteur,** en trait fin la chaîne de réaction.

On y distingue la **chaîne d'action** constituée par un **comparateur** qui fournit le signal d'erreur $\varepsilon = e_0 - e$, puis un circuit de commande (par ε) de la tension d'alimentation du moteur tournant à la vitesse Ω et une **chaîne de réaction** constituée d'une dynamo tachymétrique entraînée par le moteur fournissant une tension proportionnelle à Ω, et enfin d'un diviseur de tension.

La tension de **consigne** e_0 correspond à la vitesse de rotation Ω_0 souhaitée.

– Si $\Omega = \Omega_0$, la chaîne de réaction fournit $e = e_0$. $\varepsilon = 0$, la tension d'alimentation n'est pas corrigée.

– Si $\Omega > \Omega_0$, $e > e_0$, $\varepsilon < 0$, la tension d'alimentation est diminuée si bien que le moteur ralentit.

1.3 Amplificateur bouclé

Soient un amplificateur dont l'amplification en tension A est susceptible de variations tout en restant très grande (> 100), bouclé par un diviseur de tension de rapport 0,2, et un comparateur réalisant la différence entre la tension d'entrée u_e et la tension u_R fournie par la chaîne de réaction : $u = u_e - u_R$ (*fig.* 7.3 *a*).

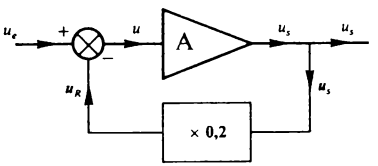


Fig. 7.3. **Amplificateur bouclé.**

$u = \dfrac{u_s}{A}$ est très inférieure à $u_R = 0{,}2u_s$ si bien que $u_R \approx u_e$, d'où

$$u_s = \frac{u_R}{0{,}2} \approx \frac{u_e}{0{,}2} = 5u_e.$$

C'est la chaîne de réaction qui détermine l'amplification du système indépendamment des fluctuations de A.

1.4 Généralisation

Les systèmes bouclés précédents, se présentent sous la forme générale de la figure 7.4.

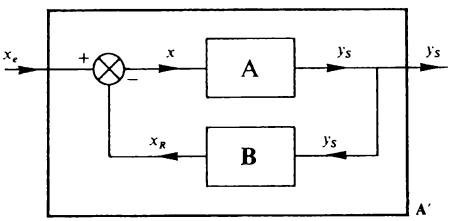


Fig. 7.4. **Configuration générale d'un système bouclé.**

Les grandeurs d'entrée x_e et de sortie y_s n'y sont pas forcément de même nature (ainsi en 1.2, x est une tension, y une vitesse).

Les opérateurs ***A*** et ***B*** dont il est question ici sont très généraux et l'être mathématique correspondant sera, à chaque fois, précisé en fonction du problème étudié.

Posons

$$A = \frac{y_s}{x}, \quad B = \frac{x_R}{y_s}, \quad A' = \frac{y_s}{x_e}$$
$$x_R = B \cdot y_s = B \cdot Ax,$$
$$x = x_e - x_R = x_e - B \cdot Ax,$$
$$x_e = x(1 + B \cdot A).$$

d'où

$$A' = \frac{y_s}{x_e} = \frac{Ax}{x(1 + B \cdot A)},$$

soit

$$\boxed{A' = \frac{A}{1 + B \cdot A}.}$$

Désormais, nous nous limiterons aux systèmes électriques dans lesquels les seules grandeurs considérées sont l'intensité et la tension.

2 COMPORTEMENT D'UNE BOUCLE

2.1 Différents types de réaction

– Si le produit $A \cdot B$ est réel et positif, le comparateur est tel que $x_R = A \cdot Bx_e$ se retranche à x_e, il s'agit d'une **contre-réaction.**

– Si le produit $A \cdot B$ est réel négatif, le comparateur est tel que x_R s'ajoute à x_e, il s'agit d'une **réaction positive.**

En réalité ce n'est pas toujours aussi simple, car généralement A et B sont des grandeurs complexes : elles traduisent en termes de phase, la durée mise par le signal électrique pour parcourir la boucle.

• **En régime continu :**

Le temps n'intervient pas (on peut supposer A et B réels) :

$$A' = \frac{A}{1 + A \cdot B},$$
$$A \cdot B > 0 \Rightarrow A' < A$$

et

$$A \cdot B \gg 1 \Rightarrow A' \approx \frac{A}{A \cdot B} = \frac{1}{B}.$$

C'est la chaîne de retour qui détermine le comportement du système (voir 1.3).

$$* A \cdot B < 0 \quad \Rightarrow A' > A$$
$$* A \cdot B = -1 \Rightarrow A' \text{ deviendrait}$$

infiniment grand si les composants ne se saturaient pas.

• **En régime sinusoïdal :**

– Il revient à l'entrée de la boucle $|A \cdot B|x$ avec un **certain retard;** si ce retard est tel que $|A \cdot B|x$ revient en phase avec x_e ($\varphi(A \cdot B) = 0$), le comparateur a pour effet que x_R s'oppose à x_e, il y a *contre-réaction.*

– Si ce retard est tel que $|A \cdot B|x$ revient en opposition de phase avec x_e ($\varphi(A \cdot B) = \pi$), x_R s'ajoute à x_e, il y a *réaction positive.*

En particulier si $|A \cdot B| \gg 1$ et $\varphi(A \cdot B) = \pi$, l'amplitude du signal augmente à chaque tour de la boucle : le système est instable, même si x_e disparaît.

Ce cas est intéressant pour la réalisation d'un oscillateur (*ch.* 9). Mais c'est en général très gênant, car l'argument de $A \cdot B$ dépendant de la fréquence, il faut veiller à ce qu'aucun parasite, ni composante, même faible, de la décomposition en série de Fourier du signal, n'ait une fréquence entraînant $|A \cdot B| \gg 1$ et $\varphi(A \cdot B) = \pi$, sinon le système accroche ce parasite : celui-ci, considérablement amplifié, va saturer l'amplificateur et noyer de ce fait le signal lui-même.

La réaction positive, intéressante à priori, puisqu'elle augmente l'amplification, est en fait à éviter.

Le type de réaction dépend donc des conditions de fonctionnement : un même circuit présentant une contre-réaction en régime continu, est susceptible de présenter une réaction positive en haute fréquence. Aussi préfère-t-on disposer d'amplificateurs garantis stables dans un large domaine (*ex.* 15), ce qui n'empêche jamais de les intégrer dans un montage oscillateur.

La nature des réactions se distingue par la grandeur recyclée suivie de la grandeur comparée. Ainsi

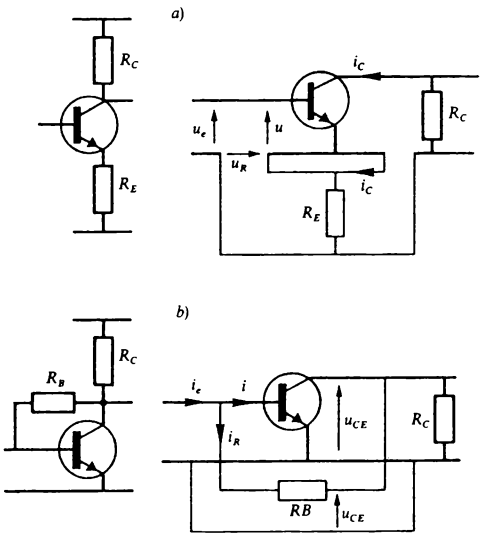


Fig. 7.5. **Contre-réactions :**
a) intensité série,
b) tension parallèle.

(*fig.* 7.5 *a*) si l'on recycle une intensité en comparant des tensions, on a affaire à une réaction *intensité-tension.*

2.2 Avantages de la contre-réaction

Supposons que $\underline{A}$ et $\underline{B}$ soient des termes réels. Il y a contre-réaction si $A \cdot B > 0$ ce qui entraîne $1 + B \cdot A > 1$.

Imaginons qu'à la suite d'une variation de la tension d'alimentation, du vieillissement des composants, de variations de température, de capacités parasites...

A varie de dA, tandis que B reste constant,

A' varie alors de dA'.

Calculons $\frac{dA'}{dA}$, c'est-à-dire la dérivée de A' par rapport à A, il vient

$$\frac{dA'}{dA} = \frac{(1 + B \cdot A) - (A) \cdot (B)}{(1 + B \cdot A)^2} = \frac{1}{(1 + B \cdot A)^2}.$$

Avec les valeurs relatives des écarts, on aboutit à $\frac{dA'}{A'} = \frac{1}{1 + B \cdot A} \cdot \frac{dA}{A}$,

$$B \cdot A > 0 \Rightarrow \frac{dA'}{A'} < \frac{dA}{A},$$

à la limite si $B \cdot A \gg 1$, $\frac{dA'}{A'} \approx 0$.

La contre-réaction atténue les défauts de la chaîne d'action.

En particulier la contre-réaction élargit la bande passante, comme il sera vu plus loin.

La contre-réaction modifie les résistances d'entrée et de sortie de A.

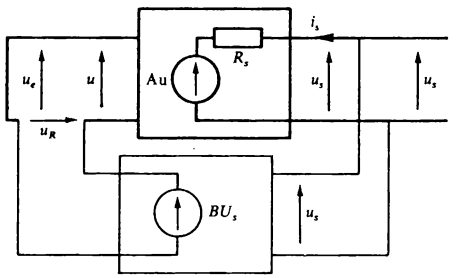


Fig. 7.6. **Mise en évidence de la résistance de sortie en faisant $u_e = 0$.**

Dans l'exemple de la figure 7.6, en faisant $u_e = 0$ pour mettre en évidence la résistance de sortie, il vient

$$u_s = R_s i_s + A_u = R_s i_s + A(u_e - u_R),$$

or $u_e = 0$ et $u_R = Bu_s$,

donc $u_s = R_s i_s - A \cdot Bu_s$

$$\frac{u_s}{i_s} = R'_s = \frac{R_s}{1 + AB} < R_s.$$

2.3 Contre-réaction et bande passante

Considérons un système bouclé dans lequel B (formé d'un réseau de résistances par exemple) a une bande passante très supérieure à celle de A.

Si l'amplification de A se met sous la forme

$$\underline{A} = \frac{A_0}{1 + j\frac{\omega}{\omega_s}}.$$

ω_s étant sa fréquence de coupure supérieure, alors calculons ω'_0, pulsation de coupure supérieure de $\underline{A}'$:

$$A' = \frac{A}{1 + B \cdot A} = \frac{\frac{A_0}{1 + j\frac{\omega}{\omega_s}}}{1 + \frac{B \cdot A_0}{1 + j\frac{\omega}{\omega_s}}}$$

$$= \frac{A_0}{1 + j\frac{\omega}{\omega_s} + B \cdot A_0}$$

$$= \frac{\frac{A_0}{1 + B \cdot A_0}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_s(1 + B \cdot A_0)}}.$$

$$\omega'_s = \omega_s(1 + B \cdot A_0) > \omega_s.$$

On constate que $A_0 \cdot \omega_s = A'_0 \cdot \omega'_s$.

On dit que **le produit du gain par la bande passante est conservé.**

- Si $\omega \ll \omega_s$:

$$A \approx A_0 \quad \text{et} \quad A' \approx \frac{A_0}{1 - B \cdot A_0}.$$

- Si $\omega \gg \omega_s$:

$$A = \frac{A_0}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_s}\right)^2}} \approx \frac{A_0}{\frac{\omega}{\omega_s}} = \frac{A_0 \cdot \omega_s}{\omega}.$$

- Si $\omega \gg \omega'_s$:

$$A' \approx \frac{A'_0 \cdot \omega'_s}{\omega} \approx A.$$

On en déduit (*fig.* 7.7) l'allure des courbes de réponse de l'amplificateur avec ou sans contre-réaction.

On démontre de même que $\omega_i' = \dfrac{\omega_i}{1 + B \cdot A} < \omega_i$ pour les fréquences de coupure inférieures.

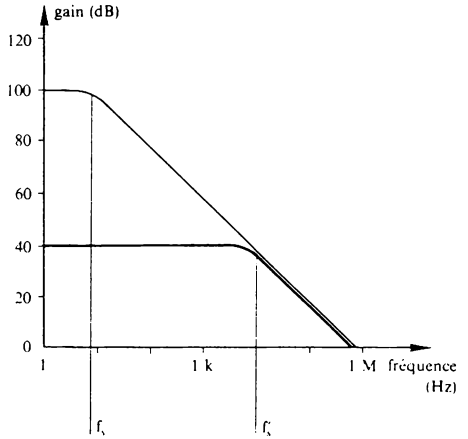


Fig. 7.7. **Courbes de réponse** en trait fin de l'amplificateur 741 en boucle ouverte, en gras du même avec contre-réaction.

3 APPLICATION À L'AMPLIFICATEUR OPÉRATIONNEL

3.1 Amplificateur opérationnel (ampli. op.)

On appelle ainsi un amplificateur de différence alimenté sous $-U_0$, $+U_0$ possédant les propriétés suivantes :

	ampli. op. parfait	ampli. op. type 741
amplification à vide en continu non saturé	∞	$> 50\,000$
résistance d'entrée	∞	$> 0{,}3$ MΩ
résistance de sortie	0	$< 75\ \Omega$

La tension de sortie est comprise entre $-U_0$ et $+U_0$.

Si l'amplificateur n'est pas saturé ($|u_s| < U_0$) la très grande valeur de A_0 entraîne que la tension d'entrée est très faible* (mais pas nulle, sinon $u_s = 0$) *et, puisque la résistance d'entrée est très grande, le courant d'entrée peut être considéré comme nul.

Ce courant s'ajoute aux courants d'entrée très faibles assurant la polarisation des bases des transistors assurant le rôle différentiel.

Les constructeurs indiquent les valeurs maximales de la moyenne des courants d'entrée (I_P) et de leurs différences (I_D).

Les principaux défauts sont les suivants :

– existence d'une tension de décalage (offset) se superposant à la tension d'entrée et suffisante pour le saturer ($< 7{,}5$ mV pour le 741);

– bande passante limitée (*fig.* 7.7);

– vitesse de balayage (*slew rate*) limitant la vitesse de variation de la tension de sortie (à 0,50 V/µs pour le type 741), si bien que l'amplitude maximale des signaux transmis sans distorsion varie avec la fréquence.

Sans contre-réaction, l'ampli. op. fonctionne en commutation sous l'action d'une tension d'entrée supérieure à l'offset. Pour fonctionner en amplificateur l'ampli. op. doit être muni d'une chaîne de réaction.

3.2 Amplificateur non inverseur

• Étudions ce type de réaction déjà traité dans l'ouvrage de Première F (*p.* 187), mais repris ici en mettant en évidence la chaîne de réaction (*fig.* 7.8).

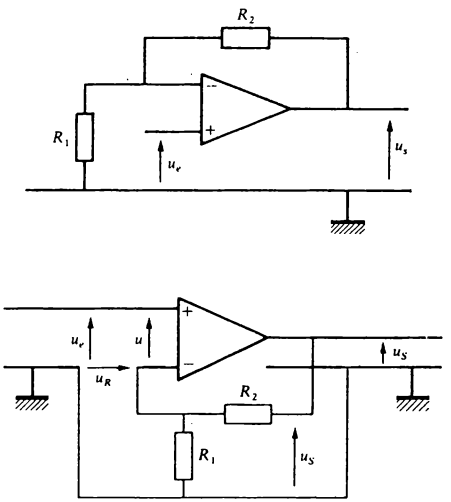


Fig. 7.8. **Montage non inverseur,** présenté de façon à faire apparaître la boucle de réaction.

Cette chaîne fait apparaître un diviseur de tension de rapport $\alpha = \dfrac{R_1}{R_1 + R_2}$, nous supposons que $0{,}01 \leqslant \alpha \leqslant 1$.

Remarque :

Le courant, circulant dans le diviseur de tension soumis à u_s, a une intensité bien supérieure à celle du courant; pratiquement nul pénétrant dans l'entrée de l'ampli. op.

Il en résulte $u_R = \alpha u_s$ et $B = \alpha$.

Le produit $A \cdot B$ étant positif, on a affaire à une contre-réaction.

A, amplification en tension de l'ampli. op. n'est pas égale à son amplification à vide car la résistance de sortie de l'ampli. op. n'est pas très inférieure à la résistance d'entrée du diviseur de tension. Toutefois le produit $A \cdot B$ est très supérieur à 1 (exemple : $A = 50\,000$, $B = 0{,}01$, $A \cdot B = 500$), d'où (§ 2.1)

$$A' \approx \frac{1}{B} = \frac{1}{\alpha} = 1 + \frac{R_2}{R_1}.$$

L'amplification est fixée par la chaîne de réaction, la dispersion des caractéristiques des amplificateurs opérationnels est sans grande importance.

Exemple :

Si $B = 0{,}01$

$$100\ \% \left\{ \begin{array}{ll} A = 50\,000 & A' = 99{,}8 \\ A = 100\,000 & A' = 99{,}9 \end{array} \right\} 0{,}1\ \%$$

Si $A = 50\,000$

$$10\ \% \left\{ \begin{array}{ll} B = 0{,}010 & A' = 99{,}5 \\ B = 0{,}011 & A' = 90{,}7 \end{array} \right\} 9\ \%.$$

• **L'amplification du système étant faible,** la tension d'entrée peut être élevée sans saturer l'amplificateur; la tension d'offset est souvent négligeable devant la tension d'entrée, et en tout cas n'arrive plus à saturer l'amplificateur.

La bande passante s'en trouve considérablement élargie.

Reprenons les calculs du § 2.3. Si $A = 50\,000$ et $A' = 100$, on passe de $f_s = 10$ Hz à $f'_s = 5$ kHz.

En supposant la résistance de sortie de l'ampli. op. négligeable devant la résistance d'entrée du diviseur de tension, on a (*fig.* 7.9) :

$$u_e = R_e i_e + \frac{R_1}{R_1 + R_2} A_0 R_e i_e$$

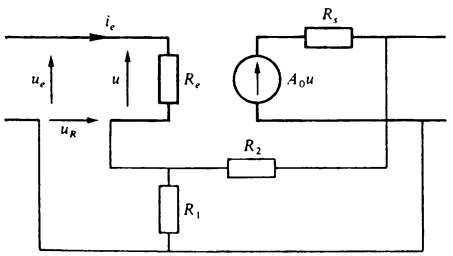


Fig. 7.9. **Calcul de la résistance d'entrée du système** (la charge est supposée très supérieure à R_s).

d'où le calcul de la résistance d'entrée du système :

$$\frac{u_e}{u_i} = R'_e = R_e\left(1 + A_0 \frac{R_1}{R_1 + R_2}\right)$$

la résistance d'entrée est considérablement augmentée.

Exemple :

$R_e = 0{,}3$ MΩ, $A_0 = 50\,000$, $\dfrac{R_1}{R_1 + R_2} = 0{,}01$.

$R'_e = 501$ $R_e = 150$ MΩ.

En reprenant le calcul du § 2.2, on montre que **la résistance de sortie de l'ensemble est très inférieure à celle de l'amplificateur opérationnel.**

Remarque :

La chaîne de retour de la figure 7.9 ne se ramène pas parfaitement au schéma de la figure 7.6. En effet, ce quadripôle présente des imperfections qui modifient les résultats établis.

3.3 Qualités d'un amplificateur opérationnel

Aucun amplificateur n'a toutes les qualités souhaitées. Leur choix résulte de compromis. La contre-réaction ne corrigeant pas tous les défauts, il faut bien choisir le type d'ampli. op. en fonction de ses besoins. Voici quelques exemples, à comparer au 741 (*fig.* 7.10).

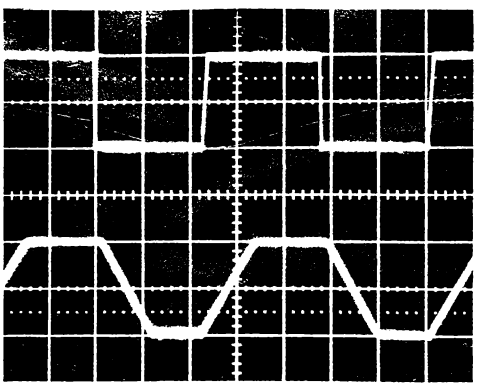


Fig. 7.10. **En raison du *slew vote*, l'ampli. op. est incapable de fournir des signaux parfaitement carrés** (comparaison entre le 741 et le 34001 bien meilleur oscillographe : 10 V/cm et 20 µs/cm).

– Pour une grande **impédance d'entrée,** le TDC 155 offre 10^6 MΩ, l'OPA 103 : 10^{13} Ω.

– Pour un produit **gain bande passante** élevé, le 318 offre 15 MHz (mais 15 mV maximum d'offset), le TDB 0157 : 20 MHz, le TDB 2022 : 95 MHz (mais 60 dB de gain en continu).

– Pour une forte **puissance de sortie** le TDC 155 offre 500 MW, le TDB 079 : 15 W, contre 0,5 W pour le 741.

– Pour une **vitesse de balayage** élevée, le 318 et le TDB 0157 offrent 50 V/µs, le TDB 2022 : 60 V/µs.

– Pour un faible **offset** le 308 A offre 0,75 mV, l'OPA 103 : 0,25 mV.

LABORATOIRE

1. Modification d'un amplificateur

Le but de cette manipulation n'est pas d'obtenir un montage réaliste, mais d'étudier les effets de la réaction sur un amplificateur.

> Pour pouvoir l'améliorer, il faut que l'amplificateur ait une bande passante limitée, on peut utiliser celui inclus dans les anciens générateurs BF Satec

La réaction est du type tension-série. La chaîne de retour comprend un amplificateur inverseur à ampli. op., éventuellement un second inverseur ce qui résout les problèmes de masses. Toutefois, on alimente l'amplificateur par un générateur indépendant du point de vue de sa masse. Le niveau d'entrée sera assez faible pour ne pas saturer l'ampli. op.

> Tracer la courbe de réponse de l'amplificateur seul, de l'amplificateur avec contre-réaction (par exemple si $A = 4$, prendre $B = \frac{1}{6}$, puis $B = \frac{1}{3}$). Ensuite, avec une réaction positive très faible, observer la possibilité « d'accrochage » qui transforme l'amplificateur bouclé en oscillateur. Pour chaque réaction, mesurer également la valeur de la résistance de sortie, observer le comportement de l'amplificateur en signaux carrés et triangulaires.

Avant de réaliser le montage, observer le déphasage amené par l'amplificateur seul, en déduire le schéma de montage en veillant aux masses, réaliser le type de réaction choisi.

2. Stabilité d'un amplificateur

On prend un amplificateur opérationnel initialement non compensé en fréquences, tel le 709, dans un montage non inverseur. On le munit successivement des réseaux de correction *a), b), c), d)*, suivants (*fig.* 7.11) entre les bornes 3 et 12 :

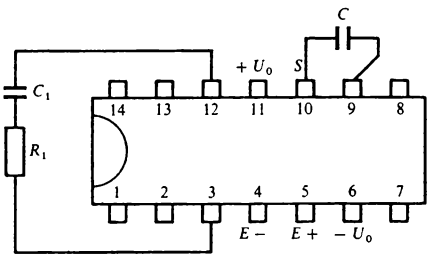


Fig. 7.11. **Branchement du 709 : + U_0, − U_0, alimentation continue.**

a) $C_1 = 10$ pF, $R_1 = 0$;
b) $C_1 = 100$ pF, $R_1 = 1{,}5$ kΩ;
c) $C_1 = 500$ pF; $R_1 = 1{,}5$ kΩ;
d) $C_1 = 5$ nF, $R_1 = 1{,}5$ kΩ

entre les bornes 9 et 10 :

a) $C = 3$ pF; *b*) $C = 3$ pF; *c*) $C = 20$ pF; *d*) $C = 200$ pF.

Pour chacun de ces réseaux de correction :

1° déterminer le gain minimal G_0 de l'amplificateur pour lequel il n'y a pas oscillation, la fréquence du signal d'entrée valant 1 kHz;

2° tracer les courbes de réponse pour des gains positifs égaux à $G_0 + k \cdot 15$ dB.

On veillera à ne pas saturer l'ampli. op.

Un générateur délivrant 1 MHz est nécessaire.

Cette manipulation est une illustration de l'exercice 15.

DOCUMENTAIRE

Le jeu de la vie

La réaction est un phénomène qui joue un rôle prépondérant dans l'évolution des systèmes vivants. Ce jeu inventé par J. H. CONWAY en 1970 reflète l'évolution de tels systèmes.

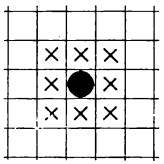
Ainsi on voit dans l'exemple (*f*) une ville qui se développe, dont la banlieue s'agrandit tandis que le centre s'asphyxie pour connaître un certain renouveau avant de disparaître totalement.

Ce jeu fait intervenir une **réaction** (les êtres existants font naître ou mourir d'autres êtres) **de taux réglable** suivant le nombre de voisins choisis dans la règle du jeu. Il faut **une période dans le temps pour parcourir la boucle de réaction :** les nouveaux-nés n'entraînent pas immédiatement des décès. Si le taux de réaction est mal choisi, le jeu devient sans intérêt.

Les motifs de départ peuvent mourir (*b*), survivre (*c*), osciller (*d*) (*f*), se déplacer (*e* en quatre générations), voir leur importance augmenter sans cesse... Certains motifs bien que simples (*a*) demandent plusieurs centaines de générations pour se stabiliser.

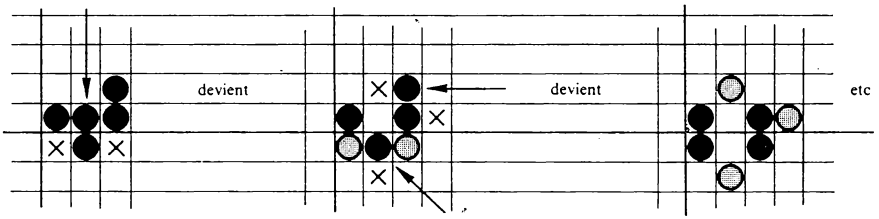
Règle :

- *Un être vivant se représente par une case teintée.*
- *Il peut avoir 8 voisins possibles.*
- *Il naît dans un site entouré de 3 voisins.*
- *Il meurt d'isolement s'il a 0 ou 1 voisin.*
- *Il meurt d'asphyxie s'il a 4 voisins ou plus.*
- *Les naissances et les morts engendrés par une situation ont lieu simultanément, donnant lieu, une période plus tard, à une nouvelle situation.*



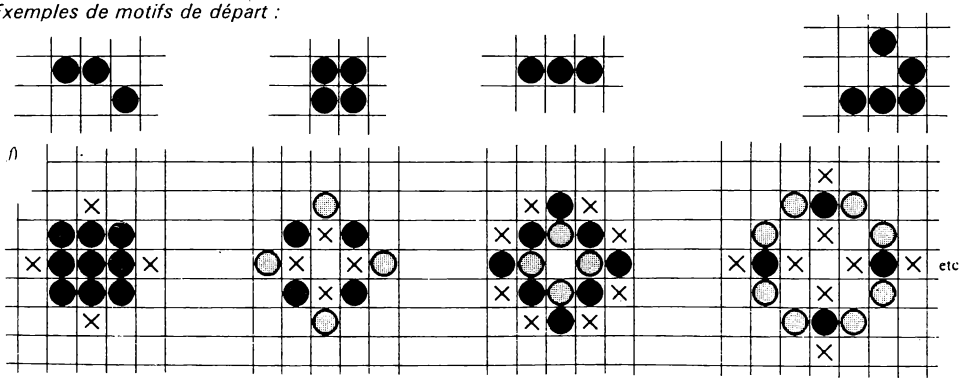
un être vivant et ses huit voisins possibles

Pour faciliter la lecture, nous avons représenté les nouveaux-nés en tramé.



les flèches noires indiquent ceux qui vont mourir, les croix les futures naissances.

Exemples de motifs de départ :



ENTRAINEMENT ET RECHERCHE

QUESTIONS RAPIDES

1

Quels sont les principaux éléments d'un système comportant une chaîne de réaction?

2

Rappeler l'expression de l'amplification d'un système bouclé en fonction de l'amplification de la chaîne d'action et de la chaîne de réaction. A quelle condition y a-t-il contre-réaction?

3

Pourquoi la réaction positive présente-t-elle des inconvénients?

4

La réaction positive est-elle dangereuse si on assure $0 \geqslant A \cdot B > -1$?

5

Pourquoi doit-on munir l'amplificateur opérationnel d'une contre-réaction si on veut l'employer en amplificateur?

6

Dans les exemples de la figure 7.5 *a*), préciser la nature des grandeurs x et y, la définition et l'unité de A et B [x, y, A, B étant définis (*fig.* 7.4)].
Comment faire en sorte que les contre-réactions n'opèrent que pour le signal et non pour le courant continu de polarisation?

EXERCICES

7

Décrire, en faisant apparaître la boucle de réaction, le fonctionnement :

- d'un régulateur à boules de watt,
- d'un four thermostaté par un bilame,
- d'une enceinte asservie,
- du phénomène d'auto-induction dans une bobine,
- d'une chasse d'eau.

8

Prévoir intuitivement la trajectoire de la voiture dans un virage si le conducteur a

- des réflexes lents mais des mouvements excessifs,
- des réflexes rapides et des mouvements excessifs,
- des réflexes rapides et des gestes mesurés,
- des réflexes lents et des gestes mesurés.

9

Nous avons vu que les défauts de A étaient atténués par la contre-réaction, qu'en est-il des défauts de B?

Calculer $\dfrac{\mathrm{d}A'}{\mathrm{d}B}$ et $\dfrac{\dfrac{\mathrm{d}A'}{A'}}{\dfrac{\mathrm{d}B}{B}}$.

10

On considère un amplificateur correspondant aux caractéristiques énoncées § 3.1. Son amplification en tension à vide à moyenne fréquence est de 32 dB, ses fréquences de coupure 50 Hz et 5 kHz. On le munit d'une contre-réaction tension-série de rapport 1/10. Calculer l'amplification en tension à vide de l'ensemble et les nouvelles fréquences de coupure.

11

Un amplificateur opérationnel a un gain valant 10^5 en continu et une fréquence de coupure de 20 Hz.

Calculer le gain et la fréquence de coupure de cet amplificateur bouclé en un montage non inverseur avec $R_1 = 1\ \mathrm{k\Omega}$ et $R_2 = 5\ \mathrm{k\Omega}$.

Les résultats du cours sont valables si

$$u = u_e - u_R,$$

avec $u_R = Bu_s$.

$$A \cdot B \approx 0 \Rightarrow x_R = A \cdot Bx \approx 0$$

il n'y a pratiquement pas de réaction

$$A' \approx A.$$

$A \cdot B \gg 1 \Rightarrow$ la chaîne de réaction détermine le comportement du système

$$A' \approx \frac{1}{B}.$$

12

Calculer à la manière du § 2.2 :

a) la résistance d'entrée d'un amplificateur muni d'une contre-réaction tension-série,

b) les résistances d'entrée et de sortie d'un amplificateur muni d'une contre-réaction intensité série.

13

On se propose d'étudier le comportement d'un système bouclé. A n'apporte aucun retard, mais B apporte un retard d'une unité de temps :

à $t < 0$, on applique $x_e = 0$,

à $t \geqslant 0$, on applique $x_e = 1$.

a) Calculer x_R, x, y_s, à $t = 1, 2, 3, 4, 5$, dans les trois cas suivants :

$A = 2$ et $B = \frac{1}{4}$,

$A = 2$ et $B = \frac{1}{2}$,

$A = 2$ et $B = 1$.

b) Doit-on s'étonner de la présence d'oscillations divergentes lorsque $AB > 1$ (penser à la décomposition en série de Fourier).

c) Calculer la valeur de y_s en fonction de A et B pour t entier. On obtient une suite géométrique, à quelle condition est-elle convergente? Si cette condition est remplie, quelle est la valeur de y_s lorsque $t \to \infty$?

14. Vitesse de balayage d'un ampli. op.

La vitesse de balayage (due essentiellement à la présence des réseaux de correction) limitée d'un ampli. op. fait qu'il ne peut pas restituer une tension échelon. Cette limitation fait qu'en régime sinusoïdal l'amplitude des signaux transmis sans déformation est limitée.

1° Soit une tension sinusoïdale $u = U_{Max} \sin \omega t$, exprimer en fonction de U_{Max} et de sa fréquence la valeur maximale de $\frac{du}{dt}$.

2° Un amplificateur est construit autour d'un ampli. op. de vitesse de balayage 0,5 V/μs alimenté sous − 12 V, + 12 V. La tension de sortie de l'amplificateur est celle de l'ampli. op. La tension d'entrée est sinusoïdale.

Quelle est l'amplitude maximale de la tension de sortie correctement transmise à 100 kHz; à 1 kHz?

15. Correction en fréquence d'un ampli. op. (*difficile*)

On considère un ampli. op. A dont on donne la courbe de réponse et le déphasage en fonction de la fréquence. On le munit d'une contre-réaction réelle B (réel > 0) pour réaliser un amplificateur.

$20 \lg \left(\frac{1}{B}\right)$ est porté sur la même figure.

1° *a*) À 100 Hz, quelle est la valeur du gain de l'ampli. op. seul?

b) Après avoir remarqué que, pour chaque fréquence, la « distance » entre les courbes G et $20 \lg \left(\frac{1}{B}\right)$ est représentative du taux de réaction AB, déduire les bandes de fréquence pour lesquelles en boucle fermée l'on a un gain égal à $20 \lg \left(\frac{1}{B}\right)$ et celles pour lesquelles ce même gain vaut $20 \lg |A|$.

c) Esquisser alors la courbe de réponse de l'ampli. op. muni de sa contre-réaction.

d) La courbe du gain en boucle ouverte se termine par une pente à 60 dB/octave, ce qui se traduit pour la courbe de phase, par une valeur extrême de $-\frac{3\pi}{2}$. Pour quelle valeur minimale de $\frac{1}{B_m}$ peut-on éviter tout risque d'oscillation? (Bien qu'à la limite de la stabilité, les performances d'un tel système seraient mauvaises : on dit que le degré de stabilité est insuffisant.) (*fig.* 2).

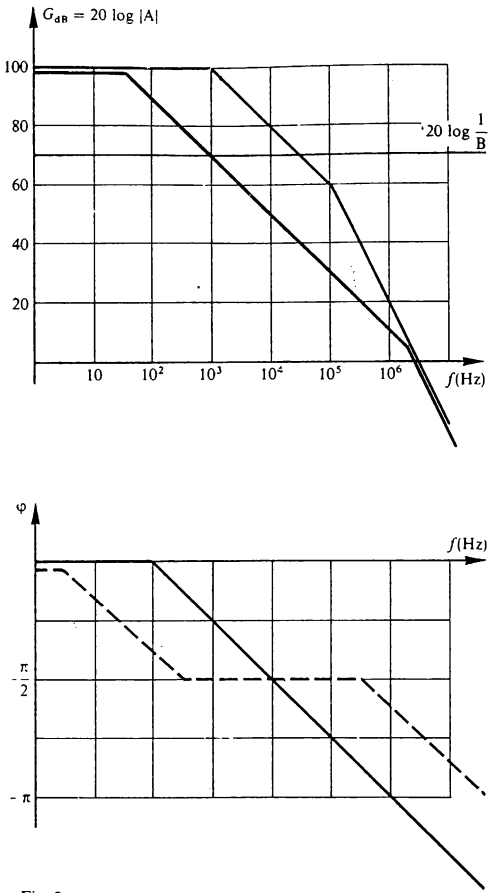


Fig. 2.

2° On munit l'ampli. op. d'un réseau de correcteurs formé de résistances et de condensateurs; on obtient alors pour l'ampli. op. la courbe en pointillés (*fig.* 2). (Ce réseau est souvent incorporé dans le même circuit intégré que l'ampli. op.; c'est en particulier le cas du 741 qui est alors dit « inconditionnellement stable ».)

a) On réalise un amplificateur de gain en continu : $\frac{1}{B_m}$: Quelle est sa fréquence de coupure?

b) Y a-t-il une nouvelle valeur minimale du gain de l'amplificateur qui évite tout risque d'oscillation?

c) Tracer la courbe de réponse du quadripôle qui, placé en cascade avec l'amplificateur du 1°, permettrait d'obtenir la courbe en pointillés du 2°.

PROBLÈME

16

L'amplificateur opérationnel Δ utilisé dans ce problème a une résistance d'entrée infinie, une résistance de sortie nulle et une amplification en tension égale à μ.

PARTIE A

On considère le montage de la figure 1 :

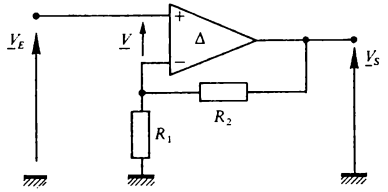


Fig. 1.

1° Exprimer $\underline{V_s}$ en fonction de $\underline{V}$, puis $\underline{V}$ en fonction de $\underline{V_E}$ et $\underline{V_S}$.

2° *a*) Montrer que, pour représenter ce montage, le schéma fonctionnel de la figure 2, traduit les relations suivantes :

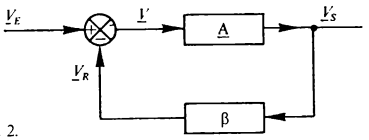


Fig. 2.

$$\underline{V} = \underline{V_E} - \underline{V_R};\quad \underline{V_S} = A\underline{V};\quad \underline{V_R} = \beta\underline{V_S}.$$

b) Exprimer $\underline{A}$ et β en fonction des éléments du montage.

3° Donner l'expression de l'amplification en tension $\underline{A_v} = \dfrac{\underline{V_S}}{\underline{V_E}}$.

4° *a*) Sachant que $\mu = \dfrac{\mu_0}{1 + j\dfrac{f}{f_0}}$, calculer $\underline{A_v}$ et mettre le résultat sous la forme $\underline{A_v} = \dfrac{A_0}{1 + j\dfrac{f}{f_0}}$.

b) Quelles sont les expressions de A_0 et f_c?

5° *a*) En admettant que $\underline{A_v} = \dfrac{A_0}{1 + j\dfrac{f}{f_c}}$ calculer l'amplification en tension maximale ainsi que la fréquence de coupure à − 3 dB.

b) En déduire la bande passante à − 3 dB.

c) Calculer le produit de l'amplification en tension maximale par la bande passante à − 3 dB.

d) Ce produit est-il dépendant des résistances R_1 et R_2?

6° *a*) Sachant que $\mu_0 = 10^5$; $f_0 = 10$ Hz et $R_1 \gg R_2$, calculer $|A_v|$ et $G_v = 20 \log |A_v|$ pour $f = 0$, $f = \dfrac{f_c}{2}$, $f = f_c$, $f = 2f_c$, $f \to \infty$. Présenter les résultats sous forme de tableau.

b) Donner l'allure de G_v en fonction de la fréquence (bien indiquer la valeur numérique de f_c).

PARTIE B

On se propose d'étudier le montage de la figure 3. Le composant Δ inclus dans le montage est identique à celui de la figure 1.

1° *a*) Représenter le modèle équivalent en régime sinusoïdal du montage de la figure 3.

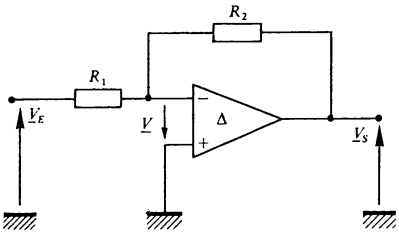


Fig. 3.

b) Exprimer $\underline{V_S}$ en fonction de $\underline{V}$ et $\underline{V}$ en fonction de $\underline{V_E}$ et $\underline{V_S}$.

2° *a*) Montrer que, pour représenter ce montage, le schéma fonctionnel de la figure 4, traduit les relations suivantes :

$$\underline{V'_E} = \alpha\underline{V_E};\quad \underline{V} = \underline{V'_E} - \underline{V_R};\quad \underline{V_S} = \underline{A}\,\underline{V};\quad \underline{V_R} = \beta\underline{V_S}.$$

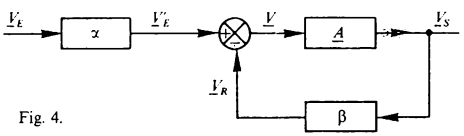


Fig. 4.

b) Exprimer $\underline{A}$, β et α en fonction des éléments du montage.

3° Donner l'expression de l'amplification en tension $\underline{A_v} = \dfrac{V_S}{V_E}$.

4° *a*) Sachant que $\underline{\mu} = \dfrac{\mu_0}{1 + j\dfrac{f}{f_0}}$, calculer $\underline{A_v}$ et mettre le résultat sous la forme $\underline{A_v} = \dfrac{A'_0}{1 + j\dfrac{f}{f'_c}}$.

b) Quelles sont les expressions de A'_0 et f'_c?

5° *a*) En admettant que $\underline{A_v} = \dfrac{A'_0}{1 + j\dfrac{f}{f'_c}}$ calculer l'amplification en tension maximale en valeur absolue ainsi que la fréquence de coupure à − 3 dB.

b) En déduire la bande passante à − 3 dB.

c) Calculer, en valeur absolue, le produit de l'amplification en tension maximale par la bande passante à − 3 dB.

d) Ce produit est-il dépendant des résistances R_1 et R_2?

PARTIE C

On désire comparer la bande passante à -3 dB d'un montage amplificateur non inverseur et d'un montage amplificateur inverseur de même amplification en valeur absolue.

1° Pour l'amplificateur non inverseur, on donne :

$$\underline{A}_{v_1} = \frac{A_1}{1 + j\dfrac{f}{f_1}},$$

avec $A_1 = \dfrac{1}{\beta_1}$; $\beta_1 = \dfrac{R_1}{R_1 + R_2}$; $R_1 = 1\ \text{k}\Omega$ et $M_1 = 10^6$ Hz = constant.

M_1 représente le produit de l'amplification en tension maximale par la bande passante à -3 dB.

a) On désire $A_1 = 1$. Comment faut-il choisir R_2 et quelle est la valeur de la bande passante à -3 dB?

b) Même question pour $A_1 = 10$.

2° Pour l'amplificateur inverseur, on donne :

$$\underline{A}_{v_2} = \frac{A_2}{1 + j\dfrac{f}{f_2}},$$

avec

$$A_{v_2} = \frac{\alpha_2}{\beta_2};\quad \beta_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2};\quad \alpha_2 = \frac{-R_2}{R_1 + R_2};$$
$$R_1 = 1\ \text{k}\Omega;\quad M_2 = |\alpha_2| \times 10^6\ \text{Hz}.$$

M_2 représente, en valeur absolue, le produit de l'amplification en tension maximale par la bande passante à -3 dB.

a) On désigne $|A_2| = 1$. Comment faut-il choisir R_2 et quelle est la valeur de la bande passante à -3 dB?

b) Même question pour $|A_2| = 10$.

3° Comparer les valeurs de la bande passante à -3 dB pour les deux montages amplificateurs.

Que vous suggèrent ces résultats?

(*D'après Bac* F_2, 1981.)

CHAPITRE 8

AMPLIFICATEUR OPÉRATIONNEL EN CONTRE-RÉACTION

Nous allons étudier quelques montages comportant un amplificateur opérationnel muni d'une contre-réaction.

Les caractéristiques remarquables de l'amplificateur confèrent à ces montages des propriétés intéressantes, de plus ils sont faciles à mettre en œuvre.

La plupart de ces montages ont fait l'objet de sujets de baccalauréat.

1 CONDITIONS D'ÉTUDE

• Le taux de réaction $A \cdot B$ est supposé très supérieur à 1, entraînant $A' \approx \frac{1}{B}$ (*ch.* 7 § 2.1) : la chaîne de réaction détermine le comportement du montage.

Toutefois s'il est bon de constater l'existence de la contre-réaction et d'en prévoir les avantages, notamment une bande passante bien supérieure à celle de l'ampli. op. lui-même, il est généralement inutile de transformer le montage de façon à faire apparaître la boucle de réaction à la manière des figures 7.4 et 7.9.

• Examinons le montage de la figure 8.1 avec **amplificateur inverseur, sortie à vide.** Les courants entrant dans l'ampli. op. sont infiniment faibles, dans tous les cas.

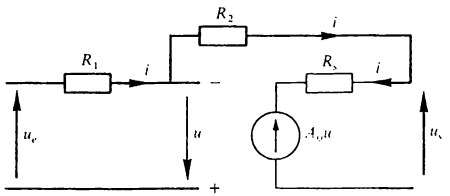


Fig. 8.1. Montage inverseur.

La sortie de l'ampli. op. est représentée par son modèle de Thévenin, d'où

$$u_e = R_1 i - u,$$
$$u_s = - R_2 i - u,$$
$$u_s = A_0 u + R_s i.$$

– Si l'amplificateur n'est pas saturé, ce que nous supposerons toujours, A_0 est très grand ($> 50\,000$), donc u est négligeable devant $A_0 u$.

– Si R_2 n'est pas très inférieure à R_s, u_s est du même ordre de grandeur que $A_0 u$, donc u est négligeable devant u_s.

– Si l'amplification du montage est moyenne (< 500), u_e est encore très grande devant u.

Exemple :

$u_s = 15$ V, $\left|\frac{u_s}{u_e}\right| = 100$, $|u_e| = 150$ mV, tandis que u est de l'ordre de $15/50\,000 = 0{,}3$ mV.

Il est légitime d'écrire :

$$u_e = R_1 i, \qquad u_s = - R_2 i$$

et

$$\frac{u_s}{u_e} = - \frac{R_2}{R_1}.$$

Calculons la résistance de sortie R'_s de ce montage (*fig.* 8.2) :

$$u_e = 0 \Rightarrow u = \frac{- u_s R_1}{R_1 + R_2},$$

$$i = \frac{- u}{R_1}, \quad i' = \frac{u_s - A_0 u}{R_s}, \quad i_s = i + i'.$$

Après avoir éliminé u_e, i, i' entre ces équations il vient

$$\frac{u_s}{i_s} = R'_s = \frac{(R_1 + R_2)R_s}{R_s + R_1 + R_2 + A_0 R_1},$$

A_0 et R_1 étant très supérieurs aux autres termes du dénominateur, $R'_s = \dfrac{(R_1 + R_2)R_s}{A_0 R_1}$.

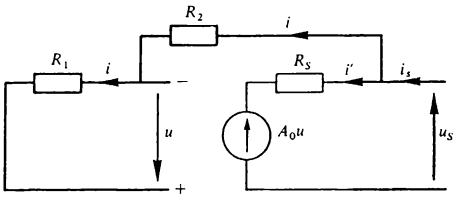
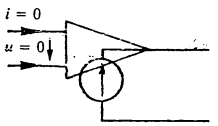


Fig. 8.2. **Résistance de sortie du montage inverseur.**

On constate que même si R_s est du même ordre de grandeur que R_1 et R_2, la résistance de sortie du montage est très faible devant R_1 et R_2; la valeur de R'_s étant de toutes façons presque nulle, on peut supposer $R_s = 0$.

• Finalement,

si l'amplification du montage est assez faible, c'est-à-dire si le taux de réaction est assez élevé, le schéma équivalent de l'amplificateur opérationnel se ramène à une représentation simple.



Attention! **Ce n'est pas parce que la tension d'entrée est nulle que, l'entrée doit être considérée comme un court-circuit,** en effet aucun courant ne peut la traverser.

2 AMPLIFICATEUR INVERSEUR

2.1 Montage de base (*fig.* 8.3 *a*)

$$u_e = R_1 i + 0, \qquad u_s = -R_2 i, \qquad \frac{u_s}{u_e} = -\frac{R_2}{R_1}.$$

résistance d'entrée : $\dfrac{u_e}{i} = R_1$.

La sortie de l'ampli. op. étant équivalente à un générateur de tension, **la résistance de sortie est nulle, l'amplification est indépendante de la charge.**

2.2 R_1 est la résistance drain-source d'un TEC

Lorsque la tension u_{DS} est inférieure à la tension de pincement, le TEC se comporte entre drain et source comme une résistance dont la valeur est commandée par u_{GS} (voir cours de Première F *p.* 175); u_{GS} commande l'amplification $-\dfrac{R_2}{R_{DS}}$ du montage (*fig.* 8.3 *b*).

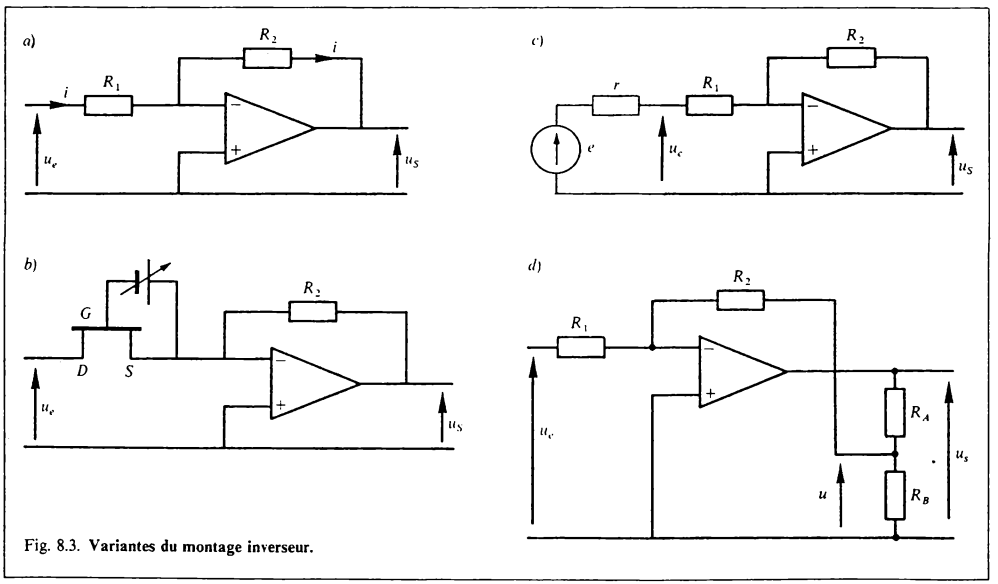


Fig. 8.3. **Variantes du montage inverseur.**

2.3 Pont diviseur en sortie

Alimentons un amplificateur inverseur (R_1, R_2) avec un générateur de f.é.m. e et de résistance interne r (*fig.* 8.3 *c*) :

$u_s = -\dfrac{R_2}{R_1}\, u_e$, mais R_1 étant la résistance d'entrée de l'amplificateur, $u_e = \dfrac{R_1}{R_1 + r}\, e$, soit

$$u_s = -\frac{R_2}{R_1 + r}\, e.$$

Si r est grande, une amplification élevée conduit à des valeurs de R_2 très élevées, sources de bruit. Le montage de la figure 8.3 *d* fournit un gain important sans utiliser de grande résistance; il suffit de choisir R_B très inférieure à R_2 :

$$u = \frac{R_B}{R_A + R_B}\, u_s, \quad \text{avec} \quad u = -\frac{R_2}{R_1}\, u_e,$$

ce qui donne

$$u_s = -\frac{R_A + R_B}{R_B} \times \frac{R_2}{R_1}\, u_e.$$

2.4 Utilisation d'impédances complexes

On substitue aux résistances R_1 et R_2, les impédances complexes $\underline{Z}_1$ et $\underline{Z}_2$, on a, bien sûr, une amplification égale à $-\dfrac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1}$.

Exemple :

$\underline{Z}_1 = R_1$, $\underline{Z}_2$ est réalisée avec un condensateur C_2 mis en parallèle avec une résistance R_2 :

$$\underline{A} = \frac{\underline{U}_s}{\underline{U}_e} = -\frac{(\underline{Z}_{C_2} /\!/ R_2)}{R_1} = -\frac{R_2}{R_1} \times \frac{\dfrac{1}{jC_2\omega}}{R_2 + \dfrac{1}{jC_2\omega}},$$

d'où

$$\underline{A} = -\frac{R_2}{R_1} \times \frac{1}{jR_2C_2\omega + 1},$$

soit

$$A = \frac{R_2}{R_1} \times \frac{1}{\sqrt{(R_2C_2\omega)^2 + 1}},$$

$$\varphi = \arg\left(-\frac{R_2}{R_1}\right) - \arg\,(jR_2C_2\omega + 1),$$

$$\varphi = \pi - \psi, \qquad \tan\psi = R_2C_2\omega.$$

Si $\omega = 0$:

$$A = -\frac{R_2}{R_1}, \quad \psi = 0, \quad \varphi = \pi.$$

Si $\omega = \dfrac{1}{R_2C_2}$:

$$A = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \text{(pulsation de coupure à } -3 \text{ dB)},$$

$$\tan\psi = 1, \quad \psi = \frac{\pi}{4}, \quad \varphi = \frac{3\pi}{4}.$$

Si $\omega \to \infty$:

$$A \to 0, \quad \tan\psi \to \infty, \quad \psi \to \frac{\pi}{2}, \quad \varphi \to \frac{\pi}{2}.$$

L'amplification dépend de la fréquence : on obtient un **filtre actif** passe-bas.

Outre le fait que le gain est indépendant de la charge, l'avantage par rapport à un filtre RC réside dans le fait que le gain peut être ajusté à la valeur désirée.

2.5 Z_1 est remplacée par un quadripôle

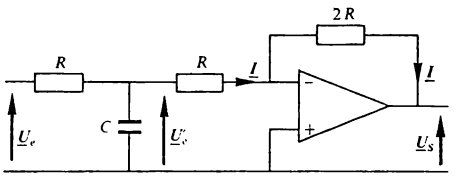


Fig. 8.4. **Filtre actif.**

• On voit, dans le montage de la figure 8.4, deux quadripôles en cascade :

– un amplificateur inverseur R et $2R$, de résistance d'entrée R, précédé d'un filtre RC chargé par cette résistance d'entrée.

• Mais on peut également voir un quadripôle en $T(R, C, R)$ dont la tension de sortie est nulle, donc travaillant dans les mêmes conditions que s'il était en court-circuit.

Calculons l'intensité $\underline{I}$ qui en sort :

$$\underline{U}'_e = \underline{U}_e \frac{\underline{Z}_C /\!/ R}{(\underline{Z}_C /\!/ R) + R}, \quad \underline{I} = \frac{\underline{U}'_e}{R},$$

$$\underline{U}_s = -2R\underline{I}.$$

On obtient également un filtre actif. Le calcul serait analogue si $2R$ était remplacée par un quadripôle.

2.6 Montage à boucles multiples

Considérons le montage de la figure 8.5 :

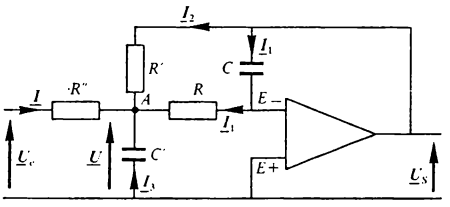


Fig. 8.5. **Filtre actif du second ordre.**

E_- étant pratiquement à la masse :

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_s}{\underline{Z}_C} \text{ et } \underline{I}_1 = -\frac{\underline{U}}{R}, \text{ d'où } \underline{U} = -\frac{R}{\underline{Z}_C}\,\underline{U}_s;$$

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}_s - \underline{U}}{R'}, \quad \underline{I}_3 = -\frac{\underline{U}}{\underline{Z}_C}, \quad \underline{I} = \frac{\underline{U}_e - \underline{U}}{R''}.$$

en A : $\qquad \underline{I} + \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = 0.$

Remplaçons $\underline{U}$ par $-\frac{R}{Z_C}\underline{U}_s$ dans les expressions des intensités, on obtient alors la relation entre $\underline{U}_s$ et $\underline{U}_e$.

Dans le cas où $R = R' = R''$ et $C = C'$:

$$\frac{\underline{U}_s}{\underline{U}_e} = -\frac{1}{1 + 3jRC\omega - R^2C^2\omega^2}.$$

On a affaire à un **filtre passe-bas du deuxième ordre.**

2.7 Générateurs commandés

• **Générateur de courant commandé par une tension**

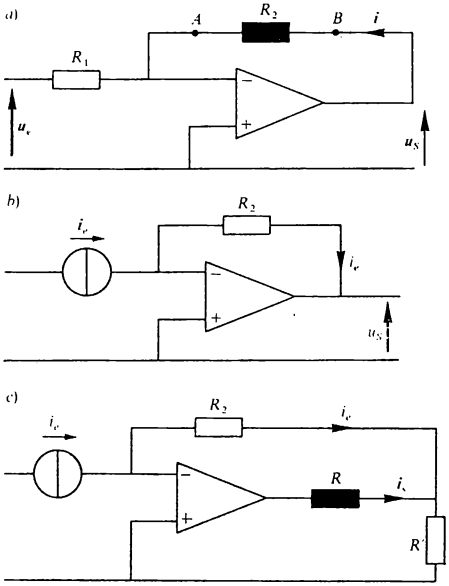


Fig. 8.6. **Générateurs commandés.**

Dans le montage de la figure 8.6 *a*, l'intensité du courant dans R_2 est égale à $\frac{u_s}{R_2} = -u_e\frac{R_2}{R_1}\times\frac{1}{R_2} = -\frac{u_e}{R_1}$, elle est indépendante de R_2. Le montage se comporte comme un générateur de courant, de bornes A et B. Sa résistance d'entrée est égale à R_1, sa résistance de sortie est très grande.

• **Générateur de tension commandé par un courant**

Dans le montage de la figure 8.6 *b*, la tension de sortie est égale à $u_s = -R_r i_e$, or la résistance de sortie est nulle (c'est celle du montage inverseur), donc la tension de sortie est commandée par i_e.

• **Amplificateur de courant**

Le montage de la figure 8.6 *c* équivaut à un amplificateur de courant quand on compare le courant d'entrée i_e et celui i_s circulant dans la charge R; il suffit de choisir R' très inférieure à R_2.

En effet la résistance de sortie est très grande, donc le courant est imposé dans R, la résistance d'entrée très faible, d'où

$$R'(i_e + i_s) = -R_2 i_e$$

et

$$i_s = \frac{R' + R_2}{R'}\,i_e.$$

3 AMPLIFICATEUR NON INVERSEUR

3.1 Montage de base (*fig.* 8.7 *a*)

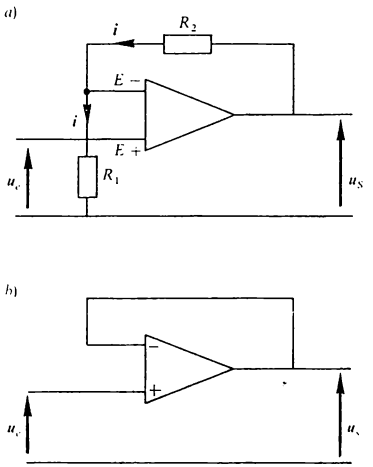


Fig. 8.7. **Amplificateur non inverseur et suiveur.**

C'est le montage vu dans le chapitre précédent. E_- est pratiquement au même potentiel que E_+ c'est-à-dire u_e :

$$u_e = R_1 i, \qquad u_s = (R_1 + R_2)i,$$

d'où

$$\frac{u_s}{u_e} = \frac{R_1 + R_2}{R_1} = 1 + \frac{R_2}{R_1}.$$

Le courant entrant dans l'ampli. op. étant nul, $R_e \to \infty$. La sortie de l'ampli. op. étant un générateur de tension, $R_s = 0$.

Le montage est celui d'un **générateur de tension commandé par une tension.**

On peut également remplacer R_1 par un TEC (§ 2.2) ou l'équiper d'un pont diviseur en sortie (§ 2.3).

3.2 Suiveur

Faisons $R_2 = 0$ (*fig.* 8.7 *b*) et supprimons R_1.

En se reportant à la figure 7.4, on a $u_R = u_s$, $B = 1$,

$A' = \dfrac{A}{1+A} \approx \dfrac{A}{A} = 1$ qui est conforme à $1 + \dfrac{R_2}{R_1}$, avec $R_2 = 0$ et $R_1 = \infty$.

On a toujours $R_e \to \infty$ et $R_s = 0$.

3.3 Emploi dans un filtre actif

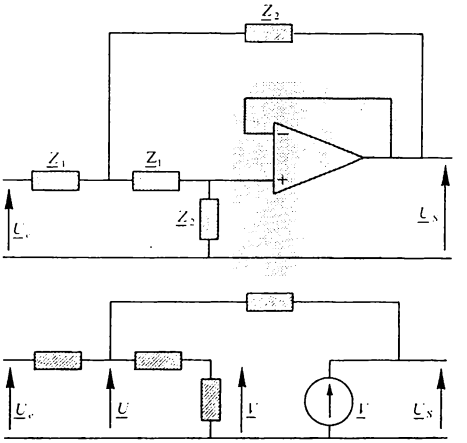


Fig. 8.8. **Filtre actif à alimentation contrôlée.** Le suiveur impose une tension de sortie égale à sa tension d'entrée.

Dans le montage de la figure 8.8, transformons $\underline{U}_e$, $\underline{Z}_1$, $\underline{Z}_1$, $\underline{Z}_2$ en un générateur de Thévenin équivalent de tension aux bornes $\underline{U}$.

Écrivons que le même courant traverse ce générateur et $\underline{Z}_2$ assurant la réaction :

$$\frac{\underline{U}_e\left(\dfrac{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}{2\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}\right) - \underline{U}}{\underline{Z}_1 /\!/ (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2)} = \frac{\underline{U} - \underline{U}_s}{\underline{Z}_2}.$$

avec $\underline{U}_s = \underline{V} = \dfrac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}\,\underline{U}$, en éliminant $\underline{U}$, on obtient finalement :

$$\frac{\underline{U}_s}{\underline{U}_e} = \frac{1}{\left(1 + \dfrac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_2}\right)^2}.$$

On réalise ainsi des filtres actifs du deuxième ordre.

4 DÉPHASEUR

Ce circuit (*fig.* 8.9) s'apparente à l'amplificateur de différence (*ch.* 11 § 1.2), mais on peut le traiter directement, par le calcul :

Par raison de symétrie : $\underline{U}_{E-M} = \dfrac{\underline{U}_e + \underline{U}_s}{2}$

et $\underline{U}_{E+M} = \underline{U}_e \dfrac{\underline{Z}_C}{\underline{R} + \underline{Z}_C}$.

$$\underline{U}_{E-M} \approx \underline{U}_{E+M} \Rightarrow \underline{U}_e + \underline{U}_s = 2\underline{U}_e \frac{\underline{Z}_C}{\underline{R} + \underline{Z}_C},$$

$$\underline{A} = \frac{\underline{U}_s}{\underline{U}_e} = \frac{\underline{Z}_C - \underline{R}}{\underline{Z}_C + \underline{R}} = \frac{1 - \mathrm{j}RC\omega}{1 + \mathrm{j}RC\omega}.$$

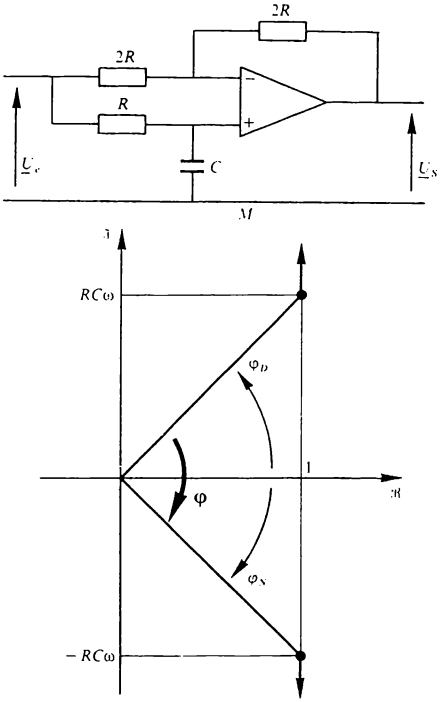


Fig. 8.9. **Déphaseur.**

$A = 1$: $\varphi = \varphi_N - \varphi_D$, $\tan\varphi_N = -RC\omega$ et $\tan\varphi_D = RC\omega$.

$\omega = 0$: $A = 1$, $\varphi = 0$;

$\omega = \dfrac{1}{RC}$: $\varphi = -\dfrac{\pi}{4} - \dfrac{\pi}{4} = -\dfrac{\pi}{2}$;

$\omega \to \infty$: $\underline{A} = -1$, $\varphi = -\pi$.

Le circuit ne fait que déphaser la tension d'entrée.

5 CHANGEURS D'IMPÉDANCE

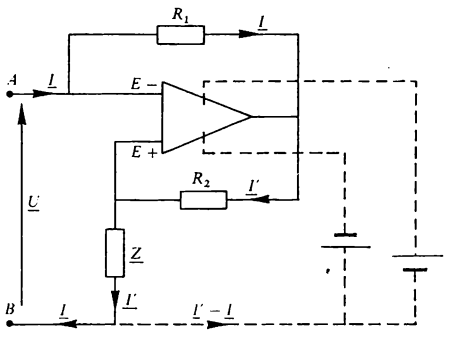


Fig. 8.10. **Simulateur d'impédance.**

Calculons l'impédance du dipôle de la figure 8.10 :

$$\underline{U} = R_1\underline{I} + (R_2 + \underline{Z})\underline{I'},$$

mais on retrouve $\underline{U}$ entre E_+ et la masse $\underline{U} = \underline{Z}\,\underline{I'}$.

En éliminant $\underline{I'}$, on obtient

$$\underline{U} = R_1\underline{I} + (R_2 + \underline{Z})\frac{\underline{U}}{\underline{Z}},$$

d'où $\dfrac{\underline{U}}{\underline{I}} = -\underline{Z}\dfrac{R_1}{R_2}$.

Si $\underline{Z}$ est une résistance, le dipôle apparaît comme une résistance négative. Dans une résistance positive, il y a perte d'énergie électrique, dans une résistance négative il y a gain d'énergie électrique, le dipôle se comporte donc en générateur. L'énergie apportée au circuit est prise à l'alimentation continue de l'ampli. op.

Ce montage (*fig.* 8.11) rappelle celui du § 3.3, mais il s'agit ici d'un dipôle.

$$R_1\underline{I} = \underline{Z}\,\underline{I'}, \quad \underline{U} = R_1\underline{I} + R_2(\underline{I} + \underline{I'}),$$

après avoir éliminé $\underline{I'}$ on obtient :

$$\frac{\underline{U}}{\underline{I}} = R_1 + R_2 + \frac{R_1R_2}{\underline{Z}}.$$

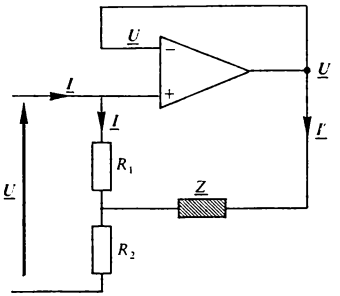


Fig. 8.11. **Autre Simulateur d'impédance.**

Si $\underline{Z}$ est un condensateur : $\underline{Z} = \dfrac{1}{jC\omega}$, l'impédance du dipôle est égale à $R_1 + R_2 + jR_1R_2C\omega$, c'est celle d'une bobine d'inductance $L = R_1R_2C$.

L'intérêt de ce montage, c'est qu'il se fabrique de manière intégrée, il occupe un volume d'un millimètre cube, ce qui n'est pas le cas pour une bobine.

LABORATOIRE

Tous les montages proposés se réalisent aisément et sont l'objet de mesures, pourvu que l'amplificateur opérationnel soit compensé en fréquence (voir *ch.* 7, *ex.* 15), comme le 741.

Seul le changeur d'impédance de la figure 8.10 comportant une réaction positive (circuit bouclé entre la sortie de l'ampli. op. et l'entrée E_+) est susceptible d'osciller. On veillera à l'alimenter avec un générateur ayant une grande résistance interne afin que l'effet de la contre-réaction l'emporte sur celui de la réaction positive.

Indiquer toujours les tensions d'alimentation de l'ampli. op. et veillez à ne pas le saturer.

Ce sont les valeurs des résistances et capacités entourant l'ampli. op. qui déterminent le comportement du montage. Il faut s'assurer qu'elles correspondent aux données de manière que les résultats expérimentaux et théoriques concordent.

Ces montages ont fait l'objet de très nombreux sujets de mesures et essais, en voici deux exemples.

1. Déphaseur

On reprend le montage de la figure 8.9 avec $R = 500\ \Omega$ et $C = 0{,}33\ \mu F$.

Pour des fréquences variant de 100 Hz à 40 kHz réparties de façon à peu près régulière sur une échelle logarithmique, mesurer

- le module de l'impédance d'entrée,
- le module de l'amplificateur en tension,
- le déphasage entre $\underline{U}_e$ et $\underline{I}_e$ et tracer les courbes correspondantes.

Reprendre la manipulation en permutant R et C dans le montage.

2. Correcteur RIAA

La tête de lecture magnétique d'un tourne-disque donne une tension proportionnelle à la vitesse

transversale du diamant qui suit le sillon (il s'agit en effet d'un phénomène d'induction). Or les sons-graves qui nécessiteraient de grandes amplitudes pour compenser la grande durée de leur période sont atténués à l'enregistrement pour éviter une trop grande amplitude des sinuosités du sillon, ce qui permet de réaliser davantage de tours de sillon sur le disque. Au contraire, les aigus sont renforcés à l'enregistrement en vue d'améliorer le rapport signal/bruit.

Par conséquent, à la reproduction, on accentue les sons-graves et on atténue les aigus. C'est le rôle du filtre RIAA. Sa courbe de réponse est normalisée. Le sujet du baccalauréat ci-dessous en donne un exemple de réalisation :

A) Préparation

Soit le montage suivant où l'ampli opérationnel est idéal (gain et impédance d'entrée infinis, impédance de sortie nulle) :

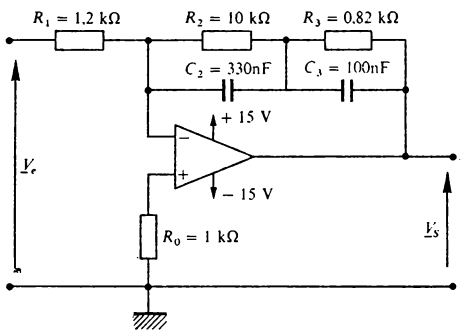


Fig. 8.12. **Correcteur RIAA.**

1° En admettant que l'amplification d'un montage inverseur est égale à $\frac{\underline{V_s}}{\underline{V_e}} = -\frac{\underline{Z_2}}{\underline{Z_1}}$, où l'on a

$\underline{Z_1}$: impédance placée entre l'entrée et la borne −

$\underline{Z_2}$: impédance placée entre la sortie et la borne −

Calculer littéralement la fonction de transfert $\underline{A_v} = \frac{\underline{V_s}}{\underline{V_e}}$.

2° Montrer que cette fonction peut s'écrire sous la forme :

$$\underline{A_v} = A_0 \times \frac{1 + \frac{j\omega}{\omega_1}}{\left(1 + \frac{j\omega}{\omega_2}\right) \cdot \left(1 + \frac{j\omega}{\omega_3}\right)}$$

Calculer littéralement A_0, ω_1, ω_2 et ω_3.

3° *Applications numériques :*

On donne :

$$\begin{array}{l} R_1 = 1{,}2 \quad k\Omega \\ R_2 = 10 \quad k\Omega \\ R_3 = 0{,}82\ k\Omega \end{array} \quad \left\{ \begin{array}{l} C_2 = 330\ nF \\ C_3 = 100\ nF \end{array} \right.$$

Calculer le gain G_0 (dB) associé à A_0, et les fréquences f_1, f_2 et f_3 associées aux pulsations ω_1, ω_2 et ω_3.

4° Déterminer le comportement du gain G(dB) et du déphasage de $\underline{V_s}$ par rapport à $\underline{V_e}$ pour des fréquences faibles ($f \to 0$), et pour des fréquences élevées ($f \to \infty$). Retrouver ces conclusions par une étude qualitative simple.

B) Manipulation

1° Réaliser le montage.

Indiquer les précautions à prendre si l'on veut que le montage fonctionne correctement en régime linéaire (niveau de sortie en particulier).

2° Relever la courbe de réponse en gain (dB) pour des fréquences allant de 10 Hz à 10 kHz.

Indiquer pour une des fréquences remarquables la méthode de mesure utilisée, en précisant :

- les conditions opératoires,
- les résultats intermédiaires obtenus,
- le gain en décibels à cette fréquence.

3° Relever la courbe du déphasage de $V_s(t)$ par rapport à $V_e(t)$, pour des fréquences allant de 10 Hz à 10 kHz.

Indiquer, pour une fréquence, la méthode de mesure utilisée, en donnant toutes indications utiles à la mesure.

Faire un tableau de mesure faisant apparaître parmi les points relevés, ceux correspondant aux trois fréquences remarquables f_1, f_2, f_3.

4° *Interprétation des résultats*

A partir des courbes de réponse en gain et en phase, relever des grandeurs caractéristiques du montage.

Quel rôle peut-on attribuer à ce montage?

DOCUMENTAIRE

L'électronique et l'avion de combat

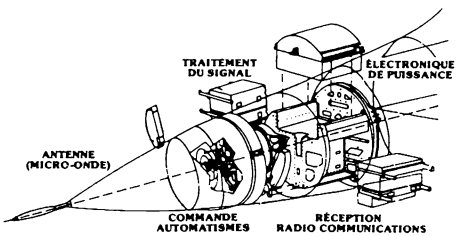
Électronique et aviation militaire sont étroitement associées, tant les besoins de la seconde ont contribué au développement de la première. D'ailleurs, les fabricants de composants en présentent une version « militaire » de haute fiabilité et utilisables dans les conditions les plus dures.
C'est ainsi que le radar a été réalisé à partir de 1935. Pendant la Deuxième guerre mondiale apparaissent les obus anti-aériens à détecteur de proximité, dont l'explosion est provoquée par l'arrivée au voisinage d'une cible. L'onde émise par l'émetteur, réfléchie par la cible, revient sur l'obus avec une fréquence supérieure si la cible se rapproche, inférieure si elle s'éloigne (effet *Doppler-Fizeau*), lorsque les deux fréquences sont égales, l'obus éclate.

Depuis, une vingtaine d'années, pour exploiter au mieux les performances des avions à réaction, les réflexes du pilote s'avérant trop lents, on installe des systèmes automatiques pour assurer la stabilité de l'avion en agissant sur les gouvernes. Aidés du radar, ils déterminent à chaque instant la position de l'avion par rapport au sol, ils corrigent au besoin la trajectoire en fonction des obstacles, ils permettent l'atterrissage sans visibilité.

Enfin, plus récemment, pour les missiles air-air embarqués, la cible sert d'écho radar ou d'émetteur infra-rouge. Le pilote désigne une cible au sol à l'aide d'un faisceau laser, maintenu automatiquement pointé quelles que soient les évolutions ultérieures de l'avion. Le missile pourchasse alors la cible dite illuminée par ce faisceau, ou bien est guidé directement par le faisceau.

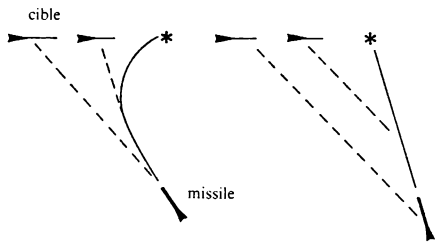
La précision du tir est de l'ordre du mètre.

L'électronique intervient aussi au sol : l'ordinateur détermine la route la plus sûre pour l'avion en fonction de la circulation aérienne. La formation des pilotes s'effectue de plus en plus à l'aide de simulateurs de vols, ensembles électroniques hautement sophistiqués qui reproduisent très fidèlement toutes les conditions d'un véritable vol.



(Document Thomson)

Deux méthodes pour pourchasser une cible, à gauche par la « courbe du chien », à droite par la « poursuite sur but futur ». Cette dernière économise le combustible, elle nécessite une vitesse du missile moins élevée, mais elle est difficile à réaliser si la cible ne se déplace pas à vitesse constante (on adopte en fait un compromis).



ENTRAINEMENT ET RECHERCHE

QUESTIONS RAPIDES

Dans tous ces exercices, sauf mention contraire, l'amplificateur opérationnel est supposé parfait :

$$R_e \to \infty, \quad A_0 = \infty, \quad R_s = 0.$$

1

Dans quelles conditions la tension d'entrée de l'ampli. op. peut-elle être considérée comme nulle? Cette tension d'entrée est-elle effectivement nulle?

2

Donner le schéma d'un amplificateur, d'un filtre actif, d'un déphaseur, d'une résistance négative.

3

Quels avantages essentiels procure la contre-réaction dans ces montages?

4

Quels sont les avantages d'un filtre actif construit autour d'un ampli. op. sur un quadripôle passif du même ordre et ayant même fréquence de coupure?

5

Rappeler comment une tension commande une valeur de capacité (voir cours de Première F, *p.* 270), une valeur de résistance, une valeur d'amplification.

6

Donner le schéma d'un amplificateur, construit à partir d'un ampli. op. alimenté sous -15 V, $+15$ V, d'amplification égale à 10. Quelle est la tension maximale applicable à l'entrée sans le saturer?

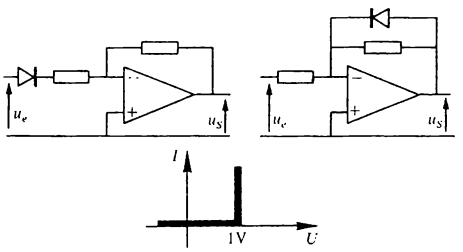
7

Dans un montage amplificateur inverseur on remplace la résistance R_1 par une lampe à incandescence.

Quels sont l'avantage et l'inconvénient d'une telle transformation?

8

On ajoute une diode dont on donne la caractéristique dans des montages inverseurs d'amplification initiale égale à -10. Tracer la courbe u_s en fonction de u_e.



EXERCICES

9

On considère le générateur de courant de la figure 8.6 *a*, calculer sa résistance interne $\frac{E}{I_{cc}}$ sans négliger la résistance de sortie R_s de l'ampli. op.

Application numérique : $R_1 = 1$ kΩ et $R_s = 50$ Ω.

10

On considère le dipôle de la figure 8.10 avec $R_1 = 5$ kΩ, $R_2 = 1$ kΩ et pour $\underline{Z}$ une résistance de 6 kΩ.

L'ampli. op. se sature lorsque la tension u_{SM} atteint $+15$ V ou -15 V.

1° Quelle relation y a-t-il entre u et i lorsque l'ampli. op. n'est pas saturé; lorsqu'il est saturé dans un sens; dans l'autre?

On obtient les équations de trois droites; déterminer les coordonnées des points d'intersection.

2° Tracer la caractéristique du dipôle lorsqu'il est alimenté

a) par un générateur de tension,

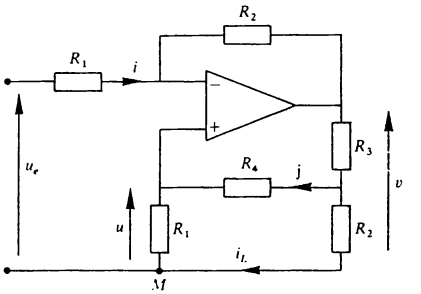
b) par un générateur de courant.

11

On étudie le montage ci-dessous :

1° Exprimer i_L en fonction de v_e, R_1, R_2, R_3 et i.

2° Montrer que si $R_4 \gg R_3$, i_L est commandée par la tension v_e. Quel est l'avantage de ce générateur de courant sur celui proposé figure 8.6 *a*?



Solution

1° Aucun courant n'entrant dans l'ampli. op., i traverse R_1 et R_2 et j traverse R_1 et R_2.

E_- étant pratiquement au même potentiel que E_+, on a $U_{E-M} = u$.

On écrit les équations suivantes :

$$u_e = R_1 i + u,$$
$$u - R_2 i = v,$$
$$v = R_3(i_L + j) + (R_1 + R_4)j,$$
$$u = R_1 j.$$

On élimine ensuite v puis j pour obtenir

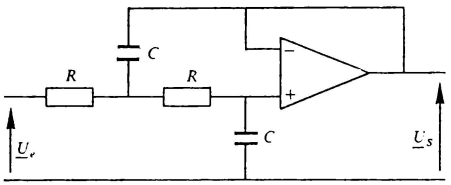
$$i_L = -\frac{R_2}{R_3} i - \frac{R_3 + R_4}{R_1 R_3} u_e + \frac{R_3 + R_4}{R_3} i_e,$$

si $R_4 \gg R_3$, $i_L \approx -\frac{R_4}{R_1 R_3} u_e$,

i_L est indépendant de la charge R_L, on a donc affaire à un générateur de courant commandé par u_e.

12

On considère le circuit suivant :



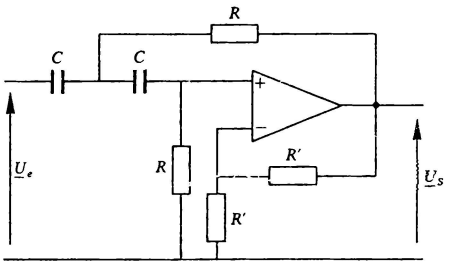
1° Montrer que $\underline{A} = \frac{\underline{U}_s}{\underline{U}_e}$ se met sous la forme $(\underline{A}')^2$, $\underline{A}'$ étant l'amplification en tension à vide du filtre RC.

2° Après avoir rappelé le diagramme logarithmique du filtre RC, en déduire celui du filtre actif étudié.

3° Montrer que la fréquence de coupure à -3 dB du filtre actif est égale à $f = f_0\sqrt{\sqrt{2} - 1}$, f_0 étant la fréquence de coupure à -3 dB du filtre RC.

13

On considère le filtre actif suivant :



1° Remplacer l'alimentation contrôlée incluse dans ce montage par son schéma équivalent.

2° Calculer $\underline{A} = \frac{\underline{U}_s}{\underline{U}_e}$.

3° Tracer l'allure de la courbe de réponse de ce filtre, y a-t-il une asymptote oblique? Si oui quelle est sa pente?

Chercher la fréquence de coupure à -3 dB.

Quelle est la nature du filtre utilisé?

4° Calculer $\arg \underline{A}$ pour $\omega = 0$, $\omega = \frac{1}{RC}$, $\omega \to \infty$.

14

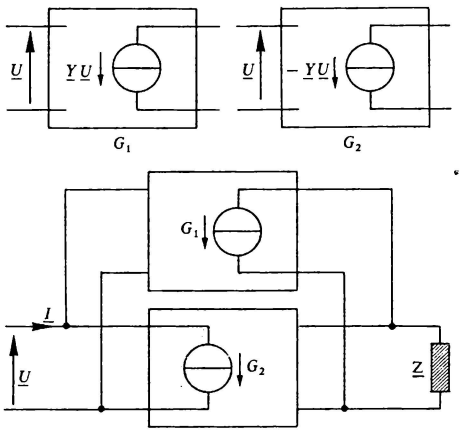
Le montage suivant, appelé gyrateur, comprend deux générateurs de courant G_1 et G_2 commandés par une tension. Il est chargé par une impédance $\underline{Z}$.

1° Exprimer en fonction de $\underline{Y}$, $\underline{U}$, $\underline{I}$ l'intensité du courant dans $\underline{Z}$ et la tension aux bornes de $\underline{Z}$.

2° En déduire l'impédance d'entrée du gyrateur chargé par $\underline{Z}$.

3° $\underline{Y}$ est réelle et $\underline{Y} = 0{,}10$ mA/V, $\underline{Z}$ est un condensateur de capacité 0,10 µF. A quel dipôle simple est équivalent le montage?

4° Quel doit être l'argument de $\underline{Y}$ pour que le montage toujours chargé par le condensateur soit équivalent à une résistance positive; à une résistance négative?



NIVEAU BAC

15

On effectuera les calculs de façon littérale puis les applications numériques lorsqu'elles sont demandées.

1° Soit le circuit (*fig.* 1) avec $R_1 = R_2 = 10$ kΩ, $C = 0{,}10$ µF.

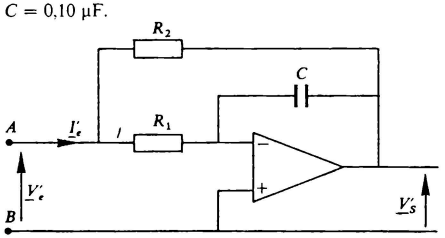


Fig. 1.

a) Exprimer $\underline{V}'_s$ en fonction de $\underline{V}'_e$ et de R_1, C et ω.

b) Exprimer les intensités I_2, puis $\underline{I}'_e$ en fonction de $\underline{V}'_e$ et de R_1, R_2, C et ω. Calculer l'admittance d'entrée $\underline{Y}'_e$ en fonction de R_1, R_2, C et ω.

c) Montrer que $\underline{Y'_e}$ est équivalente à l'admittance $\underline{Y}$ d'un dipôle (R, L) de structure parallèle dont on précisera les éléments en fonction de R_1, R_2, C. Calculer numériquement L et R.

2° Soit le circuit (*fig.* 2) avec $R_3 = R_4 = 10\ \text{k}\Omega$. Calculer l'admittance d'entrée $\underline{Y'_e}$

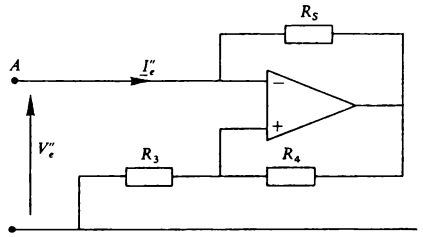


Fig. 2.

3° On associe en parallèle les deux dipôles précédents en reliant les bornes A entre elles et les bornes B entre elles. Soient $\underline{V_e}$ et $\underline{I_e}$ la tension et le courant d'entrée de l'ensemble.

a) Donner l'expression de l'admittance d'entrée $\underline{Y_e}$ en fonction de R_1, L, ω, R_3, R_4 et R_5.

b) Quelle valeur faut-il donner à R_s pour que l'admittance d'entrée soit celle d'une inductance pure L? Quelle propriété remarquable présente alors le dipôle du point de vue de sa réponse en fréquence?

(*D'après bac* F_2, 1981.)

16

1° Calculer $\underline{T} = \dfrac{\underline{V_2}}{\underline{V_1}}$, fonction de transfert du filtre (*fig.* 1) quelle est la valeur maximale de T? Déterminer la fréquence de coupure à -3 dB.

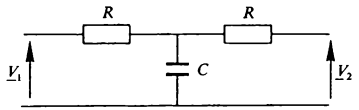


Fig. 1.

Application numérique :

$$R = 10\ \text{k}\Omega, \quad C = 20\ \text{nF}.$$

2° Déterminer le schéma équivalent de Thévenin du filtre vu de la sortie.

3° On charge le filtre par une résistance $R_L = R$. Déterminer la nouvelle fonction de transfert $\underline{T'}$, la valeur maximale de T', la fréquence de coupure à -3 dB.

4° On associe un filtre du même type à un amplificateur A avec $r = 2R$ (*fig.* 2).

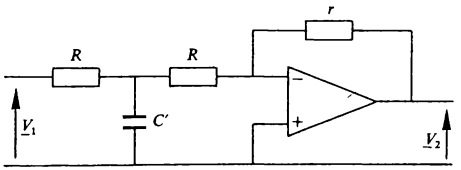


Fig. 2.

a) Exprimer $\underline{I_2}$, $\underline{I'}$, $\underline{I_1}$ en fonction de $\underline{V_2}$.

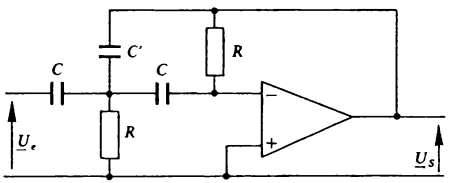
b) Calculer la fonction de transfert $\underline{T''} = \dfrac{\underline{V_2}}{\underline{V_1}}$, son module, et la valeur à donner à C' pour avoir la même fréquence de coupure qu'au 1°.

c) On charge ce circuit par R_L; $\underline{T''}$ et la fréquence de coupure sont-ils modifiés?

(*D'après bac* F_2.)

17

On étudie le filtre actif suivant avec $C = 2C'$:



Soit $\underline{A} = \dfrac{\underline{U_s}}{\underline{U_e}}$.

1° Étudier $A = \dfrac{U_s}{U_e}$ en fonction de ω :

– valeur de A pour $\omega = 0$, pour $\omega \to \infty$,

– fréquence de coupure à -3 dB (on pourra poser $X = (RC\omega)^2$),

– Y a-t-il une asymptote oblique? Si oui quelle est sa pente?

– tracé de la courbe de réponse.

2° Étudier arg $\underline{A}$ en fonction de ω :

– valeur d'arg $\underline{A}$ pour $\omega = 0$, $\omega \to \infty$ et à la fréquence de coupure à -3 dB.

3° $R = 1\ \text{k}\Omega$, on désire placer la fréquence de coupure à -3 dB à 200 Hz, calculer C'.

18

Dans le montage représenté figure 1, l'amplificateur est supposé idéal ($A_0 \to \infty$, $R_e \to \infty$, $R_s = 0$). Les valeurs efficaces des tensions sinusoïdales v_e et v_s sont notées V_e et V_S, les amplitudes $\hat{V}_e$ et $\hat{V}_s$.

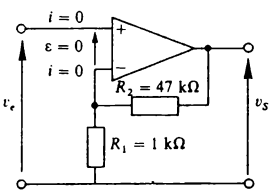


Fig. 1.

1° *a*) Calculer $A = \dfrac{v_s}{v_e}$. *Application numérique.*

b) Calculer l'amplitude $\hat{V}_{e_0}$ qui donne $\hat{V}_S = 15$ V.

c) Pour $\hat{V}_e > \hat{V}_{e_0}$, le signal de sortie présente une distorsion importante (« écrétage »), $|v_s|$ ne pouvant dépasser 15 V; or, V_e est susceptible de prendre toute valeur entre 50 mV et 300 mV. Tracer la courbe de linéarité $V_S = f(V_e)$ du montage, en mettant en évidence la portion de courbe correspondant à un signal de sortie déformé.

2° Afin d'éviter l'« écrétage » du signal de sortie pour les signaux d'entrée de grande amplitude, on modifie le montage (*fig.* 2). Le transistor à effet de champ (T.E.C.) y est équivalent à une résistance R dont la valeur dépend de E.

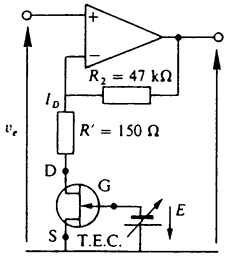


Fig. 2.

Pour $-0{,}5\ \text{V} \leqslant V_{DS} \leqslant 1{,}5\ \text{V}$, les caractéristiques ($I_D$, V_{DS}) à V_{GS} constantes du T.E.C. sont des droites passant par l'origine et les points :

$V_{GS(V)}$	0	−0,5	−1	−1,5	−2	−2,5	−3
$I_{D(mA)}$	8,7	6,9	5,3	3,9	2,7	1,7	0,96
$V_{DS(V)}$	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5

a) Tracer la courbe $R = f(E)$ sur feuille de papier millimétrique. On prendra :

$$1\,000\ \Omega \leftrightarrow 10\ \text{cm}, \quad 3\ \text{V} \leftrightarrow 15\ \text{cm}.$$

b) Dans les deux cas suivants : $E = 0$ V; $E = 3$ V, vérifier que v_{DS} ne dépasse pas les limites correspondant au fonctionnement du T.E.C. en résistance variable (on rappelle $|v_s| \leqslant 15$ V).

c) $V_{e_1} = 50$ mV. On veut le plus grand signal de sortie possible. Comment choisir E? Soit E_1 sa valeur. En déduire V_{S_1}. Le signal de sortie est-il écrêté?

d) $V_{e_2} = 300$ mV. Comment choisir E (soit E_2) pour que A soit faible? Valeur correspondante de V_{S_2}. Le signal de sortie est-il écrêté?

3° Pour obtenir un contrôle automatique de l'amplification, on lie E à V_S (par un système redresseur) de telle sorte que $E = k(V_S - V_{S_0})$.

a) Calculer k et V_{S_0} pour que $E = E_1$ quand $V_S = V_{S_1}$, et $E = E_2$ quand $V_S = V_{S_2}$.

b) Pour cinq valeurs intermédiaires de V_S comprises entre V_{S_1} et V_{S_2}, déduire E, puis R et V_e, afin de tracer la nouvelle courbe $V_S = g(V_e)$.

(*D'après bac* F_2, 1982.)

CHAPITRE 9

AMPLIFICATEUR SÉLECTIF

Après avoir présenté des exemples de filtres passe-haut et passe-bas, sélectionnant donc un large domaine de fréquences, nous allons étudier des filtres sélectionnant (ou rejetant) un domaine de fréquence étroit. Une réalisation de tels filtres consisterait à associer un filtre passe-haut et un filtre passe-bas convenablement choisis, mais on réduit le nombre de composants nécessaires grâce à des circuits sélectifs dont nous commençons par donner quelques exemples

1 DIPÔLES *RLC*

1.1 Bobine et condensateur en série

Ce dipôle a déjà été étudié dans le cours de Première F p. 299 et 300.

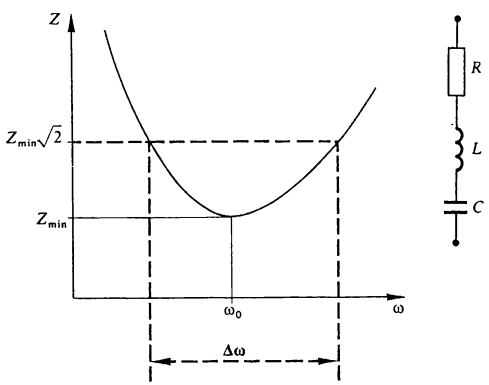


Fig. 9.1. **Circuit RLC série.**

• La bobine ayant une résistance R et une inductance L, calculons l'impédance de ce dipôle (*fig.* 9.1)

$$\underline{Z} = R + j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)$$

Introduisons les coordonnées réduites suivantes. Elles ont l'avantage de se prêter à une généralisation facile des résultats :

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad 2r = R\sqrt{\frac{C}{L}} = RC\omega_0 = \frac{R}{L\omega_0}$$

et

$$h = \frac{\omega}{\omega_0}.$$

$$\underline{Z} = R\left(1 + j\,\frac{LC\omega^2 - 1}{RC\omega}\right) = R\left(1 + j\,\frac{h^2 - 1}{2rh}\right),$$

d'où

$$Z = R\sqrt{1 + \frac{(h^2 - 1)^2}{4r^2h^2}}.$$

Si $\omega \to 0$, $h \to 0$, $Z \to \infty$.
Si $\omega \to \infty$, $h \to \infty$, $Z \to \infty$.

Pour $h = 1$ (soit $\omega = \omega_0$) Z est minimale et vaut R :

$$\underline{Z} = R \Rightarrow \arg \underline{Z} = 0.$$

• *Pour quelles valeurs de h a-t-on* $Z = Z_{min} \times \sqrt{2}$*?*

$$R\sqrt{1 + \frac{(h^2 - 1)^2}{4r^2h^2}} = R\sqrt{2} \Rightarrow (h^2 - 1)^2 = 4r^2h^2,$$

d'où $h^2 - 1 = \pm 2rh$, ce qui donne deux équations à résoudre :

a) $h^2 - 1 = -2rh$ *:*

$$h^2 + 2rh - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} h'_1 = \dfrac{-2r + \sqrt{\Delta}}{2} \\ h''_1 = \dfrac{-2r - \sqrt{\Delta}}{2} \end{cases}$$

avec $\Delta = 4r^2 + 4 > 2r$; seule h'_1 est positive.

b) $h^2 - 1 = +2rh$:

$$h^2 - 2rh - 1 = 0 \Rightarrow \quad h'_2 = \frac{2r + \sqrt{\Delta}}{2}, \quad h''_2 = \frac{2r + \sqrt{\Delta}}{2}$$

avec $\Delta = 4r^2 + 4 > 2r$: seule h'_2 est positive.

En notant $\Delta\omega$ l'intervalle de pulsations à l'intérieur duquel $Z < Z_{min}\sqrt{2}$, il vient

$\Delta\omega = \omega'_2 - \omega'_1 = (h'_2 - h'_1)\omega_0 = 2r\omega_0$,

d'où $$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = 2r = \frac{1}{Q_0}$$

On appelle facteur de qualité le circuit RLC série la quantité

$$Q_0 = \frac{1}{2r} = \frac{1}{RC\omega_0} = \frac{L\omega_0}{R}.$$

Remarque :

Il faut bien distinguer ce facteur de qualité Q_0 du circuit RLC étudié du facteur de qualité Q de la bobine intervenant dans ce circuit.

En effet, Q_0 a une valeur bien déterminée dès que R, L, C sont fixés, tandis que le facteur de qualité de la bobine dépend de ω et n'est égal à Q_0 que lorsque $\omega = \omega_0$ (à supposer que R soit la résistance de la bobine).

1.2 Bobine et condensateur en parallèle : circuit bouchon

Ce dipôle a déjà été abordé dans le cours de Première F, *p.* 303.

Le dipôle comporte un ensemble condensateur-bobine en parallèle. L'impédance complexe est égale à

$$\underline{Z} = \frac{\dfrac{jL\omega}{jC\omega}}{jL\omega + \dfrac{1}{jC\omega}} = \frac{jL\omega}{1 - LC\omega^2},$$

Son module est infiniment grand pour $\omega = \omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$.

En réalité, la bobine a une résistance non nulle si bien que l'indépendance ne devient pas infinie.

Représentons la bobine par sa structure parallèle équivalente L', R' (*fig.* 9.2), et supposons que son facteur de qualité Q soit élevé. Il en résulte que $L' = L$ et $R' = R \cdot Q^2$.

Si l'on reste au voisinage de la pulsation ω_0, Q, fonction de ω, reste voisine de Q_0. Ceci simplifie considérablement l'étude, puisque R' est alors considérée comme constante.

L'admittance du dipôle est égale à

$$\underline{Y} = \frac{1}{R'} - \frac{j}{L\omega} + jC\omega = \frac{1}{R'} + j\,\frac{(LC\omega^2 - 1)}{L\omega}.$$

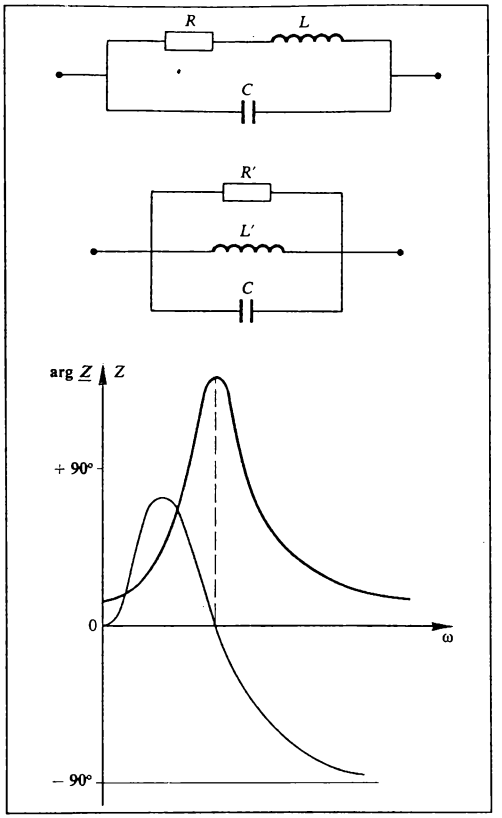


Fig. 9.2. **Circuit-bouchon.**

En posant $\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$, $h = \dfrac{\omega}{\omega_0}$ et $2r = RC\omega_0 = \dfrac{R}{L\omega_0} = \dfrac{1}{Q_0}$, alors

$$\frac{L\omega}{R'} = \frac{Lh\omega_0}{RQ_0^2} = \frac{Q_0 h}{Q_0^2} = \frac{h}{Q_0} = 2rh,$$

d'où

$$\underline{Y} = \frac{1}{R'}\left(1 + \frac{jR'(LC\omega^2 - 1)}{L\omega}\right) = \frac{1}{R'}\left(1 + \frac{j(h^2 - 1)}{2rh}\right),$$

soit

$$Y = \frac{1}{R'}\sqrt{1 + \frac{h^2 - 1}{4r^2h^2}}.$$

Ces expressions sont analogues à celles rencontrées § 1.1.

L'étude directe du circuit montre que pour $\omega = 0$, $\underline{Z} = Z = R$ et pour $\omega \to \infty$, $Z = 0$.

L'étude de l'expression de Y montre que pour $h = 1$, Y est minimale, valant $\dfrac{1}{R'}$ et $\underline{Z}' = R' = RQ_0^2$, ce qui entraîne $\arg \underline{Z} = 0$.

Les valeurs de ω pour lesquelles $Y = Y_{min} \times \sqrt{2}$ (soit $Z = Z_{Max} \times \frac{\sqrt{2}}{2}$), sont analogues à celles calculées § 1,1, ce qui permet d'écrire

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = 2r = RC\omega_0 = \frac{1}{Q_0}.$$

Rappelons que Q_0 est le facteur de circuit *RLC* série.

2 FILTRES PASSIFS

2.1 Filtre sélectif avec circuit bouchon

Considérons le filtre de la figure 9.3.

On écrit

$$\underline{T} = \frac{U_s}{U_e} = \frac{\underline{Z}}{\underline{Z} + R^*} = \frac{1}{1 + R^*\underline{Y}},$$

$\underline{Y}$ étant l'admittance étudiée au § 1.2.

$\omega \to 0$	$Y \to \frac{1}{R}$	$T \to \frac{1}{1 + \frac{R^*}{R}}$
$\omega \to \infty$	$Y \to \infty$	$T \to 0$

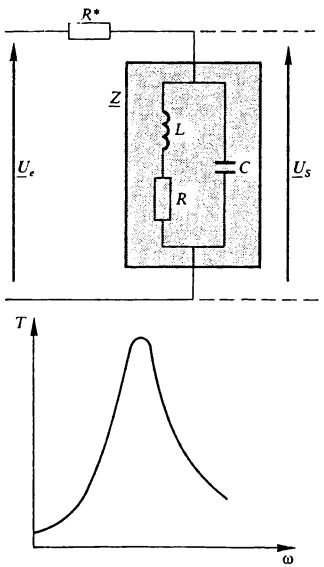


Fig. 9.3. **Filtre sélectif utilisant le circuit-bouchon.** Si $R^* \gg RQ_0^2$, les zones des courbes T et arg $\underline{T}$ sont : identiques à celles des courbes Z et arg $\underline{Z}$ de la figure 9.2.

Si le circuit bouchon est employé dans les mêmes conditions qu'au § 1.2 (très sélectif, ω voisine de ω_0), les conclusions déjà rencontrées restent valables :

$$\underline{T} = \frac{1}{1 + \frac{R^*}{R'}\left(1 + j\,\frac{h^2 - 1}{2r'h}\right)}.$$

Si $R^* \gg R'$:

$$\underline{T} \approx \frac{1}{\frac{R^*}{R'}\left(1 + j\,\frac{h^2 - 1}{2r'h}\right)} = \frac{1}{\underline{R^*Y}}.$$

$\underline{Y}$ est minimale, donc $\underline{T}$ est maximale pour $\omega = \omega_0$ alors $\underline{Y} = \frac{1}{RQ_0^2}$, $\underline{T} = T = \frac{RQ_0^2}{R^*}$ et arg $\underline{T} = 0$.

$$T = T_{Max} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow Y = Y_{Min}\sqrt{2}$$

correspond à $\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \frac{1}{Q_0}$.

Si $R^* \gg RQ_0^2$, le circuit sélectionne la pulsation $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$. Pour $\omega = \omega_0$, arg $\underline{T} = 0$, avec

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \frac{1}{Q_0}.$$

2.2 Filtre réjecteur avec circuit bouchon

On réalise un filtre réjecteur comme dans le montage de la figure 9.4. Lorsque ω est très petite ou très grande $T = \frac{U_s}{U_e}$ est très petite.

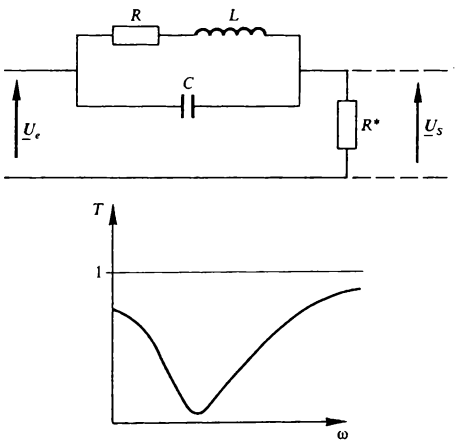


Fig. 9.4. **Filtre réjecteur utilisant le circuit-bouchon.**

Lorsque $\omega = \omega_0$, l'impédance du circuit bouchon devient très grande, si bien que T est très petite.

2.3 Filtre sélectif avec la résonance en tension

Ce filtre (*fig.* 9.5) a déjà été présenté dans le cours de première F (*p.* 301, 302), on a

$$\underline{T} = \frac{\underline{Z}_C}{\underline{Z}_R + \underline{Z}_L + \underline{Z}_C} = \frac{1}{jRC\omega - LC\omega^2 + 1}.$$

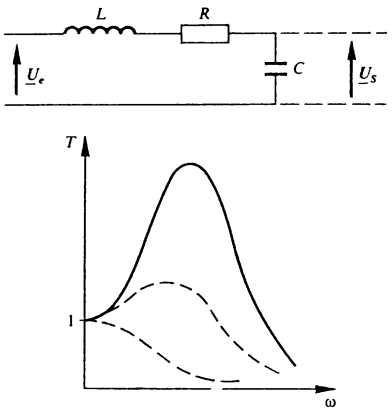


Fig. 9.5. **Filtre sélectif utilisant la résonance en tension.**

Posons $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, $2r = RC\omega_0 = \frac{R}{L\omega_0}$, $h = \frac{\omega}{\omega_0}$. Il vient :

$$\underline{T} = \frac{1}{j2rh + (1 - h^2)}, \quad \text{soit} \quad \underline{T} = \frac{1}{\sqrt{4r^2h^2 + (1 - h^2)^2}}.$$

Les courbes donnant 20 lg T en fonction de h ont été données à la figure 6.7.

Plaçons-nous dans le cas où le coefficient d'amortissement r est très inférieur à 1.

Lorsque $h \to 0$, $T \to 1$,

$$h \to \infty, \quad T \to \frac{1}{h^2} \to 0.$$

$T' = \frac{1}{h^2}$, d'où $G' = 20 \lg T' = -40(\lg h)$. Ceci correspond à une droite asymptote de pente -40 dB/décade en diagramme logarithmique.

• **Si $r \ll 1$,** $T \approx \frac{1}{1 - h^2}$, maximale pour $h = 1$. En reportant dans l'expression exacte de T, on obtient :

$$T_{Max} = \frac{1}{2r} \quad \text{et} \quad \underline{T} = \frac{1}{2jr}$$

entraînant $\arg \underline{T} = -\frac{\pi}{2}$.

• Cherchons **la bande passante** à -3 dB :

$$T = T_{Max} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2r\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2 \times 4r^2}}$$

Ceci entraîne la condition suivante :

$$4r^2h^2 + (1 - h^2)^2 = \pm(2 \cdot 4r^2).$$

Cherchons les solutions sous la forme $h = 1 + \varepsilon$, lorsque r est petite, la résonance est aiguë. Lorsque ε est petite, $h^2 \approx 1 + 2\varepsilon$.

L'équation précédente

$$4r^2(1 - 2\varepsilon) + 4\varepsilon^2 = \pm 8r^2,$$

or $\varepsilon \ll 1$, donc $4r^2 + 4\varepsilon^2 = \pm 8r^2$.

La seule solution acceptable est $\varepsilon^2 = r^2$, $\varepsilon = \pm r$. Par conséquent, les deux valeurs de h cherchées sont

$$h' = 1 + r \quad \text{et} \quad h'' = 1 - r.$$

La largeur de la bande passante est égale à

$$\omega' - \omega'' = \omega_0(h' - h'') = 2r\omega_0,$$

ce qui entraîne

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = 2r = \frac{1}{Q_0}.$$

Ce filtre sélectionne la pulsation $\omega_0 \frac{1}{\sqrt{LC}}$. ***Lorsque*** $\omega = \omega_0$, $T = \frac{1}{2r}$, $\arg \underline{T} = -\frac{\pi}{2}$; ***avec*** $\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \frac{1}{Q_0}$.

2.4 Filtre sélectif de Wien

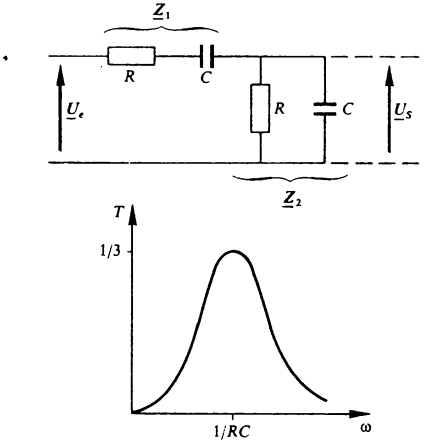


Fig. 9.6. **Filtre de Wien.**

Ce filtre (*fig.* 9.6) a déjà été étudié au chapitre 4, paragraphe 4.4. Le calcul donne :

$$\underline{T} = \frac{\underline{U}_s}{\underline{U}_e} = \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} = \frac{1}{\underline{Z}_1\underline{Y}_2 + 1},$$

avec $\underline{Y}_2\underline{Z}_1 = \left(\frac{1}{R} + jC\omega\right) \cdot \left(\frac{1}{jC\omega} + R\right)$,

d'où $$\underline{T} = \frac{1}{3 + j\left(RC\omega - \frac{1}{RC\omega}\right)}.$$

Comme précédemment, posons

$$\omega_0 = \frac{1}{RC} \quad \text{et} \quad \frac{\omega}{\omega_0} = h,$$

d'où $\underline{T} = \dfrac{1}{3 + j\left(h - \frac{1}{h}\right)}$ et $T = \dfrac{1}{\sqrt{9 + \left(h - \frac{1}{h}\right)^2}}$

Lorsque $h \to 0$, $T \to h \to 0$,

lorsque $h \to \infty$, $T \to \frac{1}{h} \to 0$.

$T' = h$ et $T'' = \frac{1}{h}$

avec

$G' = 20 \lg T' = 20 (\lg h)$ et $G'' = 20 \lg T'' = -20 (\lg h)$.

G' et G'' correspondent, en diagramme logarithmique, à deux droites asymptotes de pentes + 20 dB et − 20 dB par décade.

T est maximale lorsque $\left(h - \frac{1}{h}\right)^2$ est minimale, c'est-à-dire pour $h = 1$ ($\omega = \omega_0$). Alors $T = \frac{1}{3}$ et $\underline{T} = \frac{1}{3}$, ce qui entraîne arg $\underline{T} = 0$.

• Cherchons **la bande passante** à − 3 dB :

Pour quelles valeurs de h a-t-on $T = \underline{T}_{Max} \times \frac{1}{\sqrt{2}}$?

Pour trouver la condition écrivons :

$$\frac{1}{\sqrt{9 + \left(h - \frac{1}{h}\right)^2}} = \frac{\frac{1}{3}}{\sqrt{2}} = \frac{1}{3\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{9+9}}.$$

en élevant au carré, on aboutit à :

$$\left(h - \frac{1}{h}\right)^2 = 9, \quad \text{ou} \quad h - \frac{1}{h} = \pm 3,$$

a) $h - \frac{1}{h} = 3 \Rightarrow h^2 - 3h - 1 = 0$;

la seule solution positive est $h' = \dfrac{3 + \sqrt{13}}{2}$;

b) $h - \frac{1}{h} = -3 \Rightarrow h^2 + 3h - 1 = 0$;

la seule solution positive est $h'' = \dfrac{-3 + \sqrt{13}}{2}$.

La largeur $\Delta\omega$ de l'intervalle dans lequel

$$T > T_{Max} \times \frac{1}{\sqrt{2}}$$

est donnée par :

$$\Delta\omega = \omega' - \omega'' = (h' - h'')\omega_0 = 3\omega_0.$$

Ce filtre sélectionne la pulsation $\omega_0 = \dfrac{1}{RC}$, ***lorsque*** $\omega = \omega_0$, $T = \frac{1}{3}$ ***et*** arg $\underline{T} = 0$, ***avec*** $\dfrac{\Delta\omega}{\omega_0} = 3$.

3 FILTRES ACTIFS

On peut réaliser un filtre actif sélectif en faisant suivre un filtre passif sélectif d'un amplificateur suiveur. On réalise une économie de composants en plaçant le filtre sélectif dans la boucle de réaction d'un amplificateur opérationnel.

3.1 Dans la boucle de contre-réaction

• On retrouve dans le montage de la figure 9.7 *a*) **le montage inverseur** avec $\underline{A} = -\dfrac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1}$.

Ce filtre réjecteur (dû à un minimum de Z_2 à $\omega = \omega_0$) est inutilisable tel quel : le condensateur arrête le courant continu si bien qu'il n'y a plus contre-réaction en continu, la tension d'offset sature l'ampli. op. Il faudrait ajouter une résistance en parallèle avec L et C.

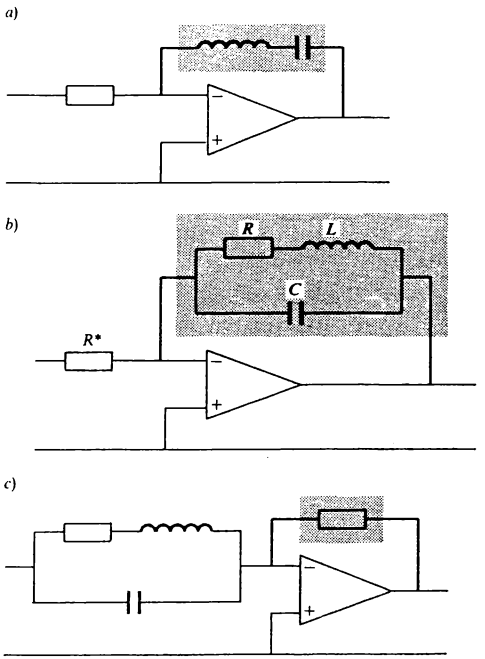


Fig. 9.7. **Filtres actifs.** Sur fond tramé : $\underline{Z}_2$, *b*) sélectif, *c*) réjecteur.

• Le montage de la figure 9.7 *b* est un **filtre sélectif.**

En effet, pour $\omega = \omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$, $\underline{Z}_2$ présente un maximum d'impédance entraînant pour l'amplification un maximum.

Exemple :

Bobine (0,10 H, 10 Ω), $C = 0{,}10\ \mu F$, $R = 1\ k\Omega$, $\omega_0 = 10^4$, $Q_0 = 100$:

$A = 10/1\,000 = 0{,}10$ en continu,

$A = 0$ en très hautes fréquences.

Pour $\omega = \omega_0$, la bobine est équivalente à une bobine parfaite mise en parallèle avec $R' = RQ_0^2 = 100\ k\Omega$. L'ensemble bobine parfaite-condensateur a une impédance infinie, il en résulte que l'amplification est égale à $\dfrac{R'}{R} = 100$.

De façon générale, l'amplification est égale à $\dfrac{Z_2}{R_1}$. Les résultats, notamment en ce qui concerne la bande passante, sont applicables, soit $\dfrac{\Delta\omega}{\omega_0} = \dfrac{1}{Q_0}$.

• Dans le montage de la figure 9.7 *c*, l'impédance Z_1 est pratiquement infinie pour $\omega = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$ si bien que l'amplificateur $\dfrac{R_2}{Z_1}$ prend une valeur nulle : il s'agit bien d'un filtre rejecteur. Il présente l'inconvénient d'avoir une impédance d'entrée complexe, variable avec la fréquence. On y remédie par un montage non inverseur.

3.2 Dans la boucle de réaction positive

• Étudions **le montage général** de la figure 9.8 *a* ou $\underline{T}$ est la transmittance d'un filtre passif.

on a

$$\underline{U}_s - \underline{T}\underline{U}_s = -R_2\underline{I} \quad \text{et} \quad \underline{U}_e = R_1\underline{I} + \underline{T}\underline{U}_s,$$

éliminons $\underline{I} = \dfrac{\underline{U}_e - \underline{T}\underline{U}_s}{R_1}$ et posons

$$\boxed{\alpha = \frac{R_2}{R_1},}$$

il vient $\underline{U}_s - \underline{T}\underline{U}_s = -\alpha(\underline{U}_e - \underline{T}\underline{U}_s)$, soit

$$\frac{\underline{U}_s}{\underline{U}_e} = \frac{-\alpha}{1 - \underline{T} - \alpha\underline{T}}.$$

Remarque :

Dans le circuit de sortie du quadripôle T, il y a la très grande résistance d'entrée de l'ampli. op., le quadripôle T se trouve en sortie à vide ».

Y a-t-il risque d'oscillation? Oui si le taux de contre-réaction est inférieur au taux de réaction positive.

En particulier si $1 - \underline{T} - \alpha\underline{T} = 0$, l'amplification devient infiniment grande : le montage oscille (voir *ch.* 10).

• Dans le montage de la figure 8.8 *b*, on a **le filtre sélectif** du § 2.1.

Aux très basses et très hautes fréquences, $\underline{T} = 0$ et

$$\frac{\underline{U}_s}{\underline{U}_e} = \frac{-\alpha}{1 - 0 - 0} = -\alpha.$$

Si T prend des valeurs plus élevées, l'amplification s'accroît devenant même infinie et provoque l'oscillation du montage, quand $1 - \underline{T} - \alpha\underline{T} = 0$, c'est-à-dire quand T_{Max} atteint la valeur $\dfrac{1}{1+\alpha}$. Pour éviter ce risque on choisit α assez faible et R^* assez grande.

Rappelons que T_{Max} est obtenue pour $\omega = \omega_0$.

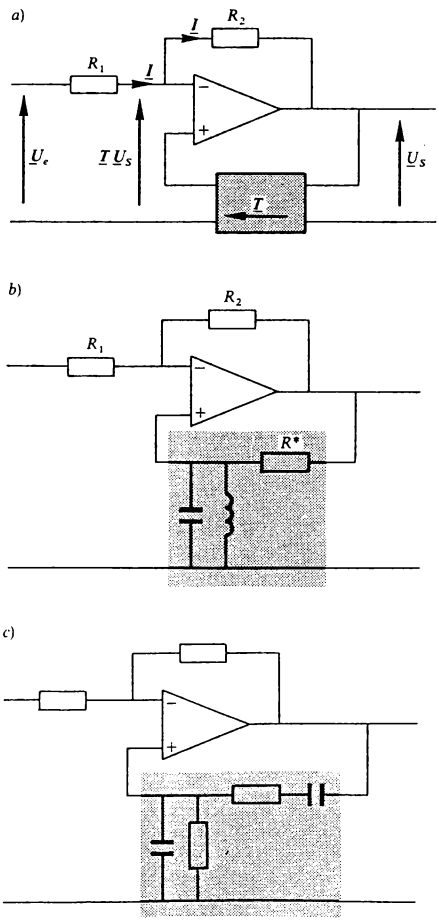


Fig. 9.8. **Filtres actifs avec bouche de réaction positive.**

• Dans le montage de la figure 8.8 *c*, on utilise le **filtre de Wien** du § 2.4 pour lequel

$$\underline{T} = \frac{1}{3 + j\left(h - \frac{1}{h}\right)},$$

d'où

$$\frac{\underline{U_s}}{\underline{U_e}} = \frac{-\alpha}{1 - \frac{1+\alpha}{3 + j\left(h - \frac{1}{h}\right)}} = -\alpha \frac{3 + j\left(h - \frac{1}{h}\right)}{2 - \alpha + j\left(h - \frac{1}{h}\right)}$$

et

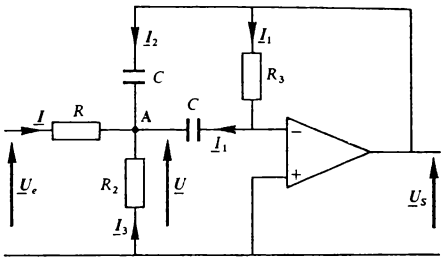
$$\frac{U_s}{U_e} = \alpha \sqrt{1 + \frac{9 - (2-\alpha)^2}{(2-\alpha)^2 + \left(h - \frac{1}{h}\right)^2}},$$

l'amplification est maximale lorsque $\left(h - \frac{1}{h}\right)^2 = 0$, c'est-à-dire pour $h = 1$ $\left(\text{ou } \omega = \frac{1}{RC}\right)$; on a encore affaire à un filtre sélectif. Toutefois, remarquons que si $\alpha = 2$, l'amplification croît à l'infini : le montage se met à osciller.

3.3 Filtre à boucles multiples

Nous reprenons là un exemple de filtre d'un type déjà étudié *ch.* 8, § 2.6 dans une version passe-bande ou sélective (*fig.* 9.9).

Le calcul montre que la valeur maximale de $A = \frac{U_s}{U_e}$ est atteinte lorsque $\omega = \frac{1}{C\sqrt{R'R_3}}$, avec $R' = R_1 /\!/ R_2$, alors $A_{max} = \frac{R_3}{2R_1}$. La bande passante à -3 dB a pour largeur $\Delta\omega = \frac{2}{R_3 C}$.



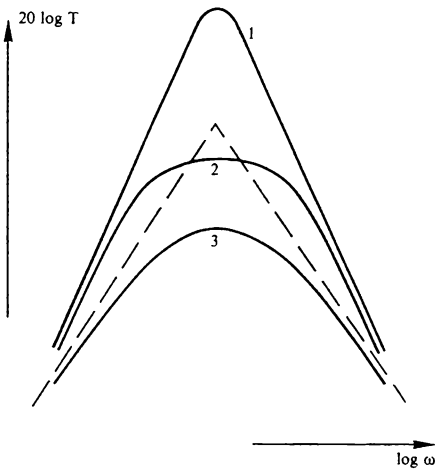


Fig. 9.9. **Filtre passe bande à boucles multiples.** Allure des courbes de réponse en diagramme logarithmique : ① $R' < R_3/4$; ② $R_3/4 < R' < R_3/2$, ③ $R_3/2 < R'$.

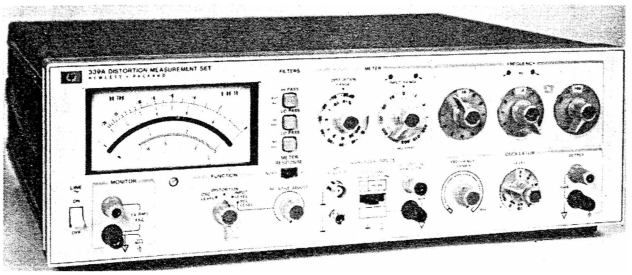
LABORATOIRE

1. Distorsiomètre

On a coutume d'étudier rapidement le comportement d'un amplificateur en lui appliquant un signal d'entrée triangulaire ou en créneaux. Si le signal de sortie est conforme, on vérifie l'absence de saturation et le bon comportement dans une large bande de fréquences (contenant le fondamental et les harmoniques du signal).

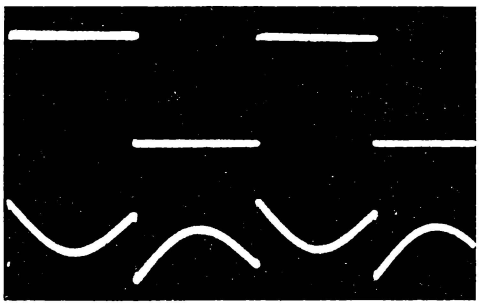
Un tel test est inapplicable à un amplificateur sélectif qui a une bande passante très étroite; il faut alors vérifier si cet amplificateur transmet correctement un signal sinusoïdal dont la fréquence appartient à sa bande passante.

On sait qu'une petite déformation d'un signal sinusoïdal est difficile à déceler sur l'écran de l'oscillographe. De plus, on souhaite quantifier cette déformation : c'est le rôle du distorsiomètre (*fig.* 9.10).

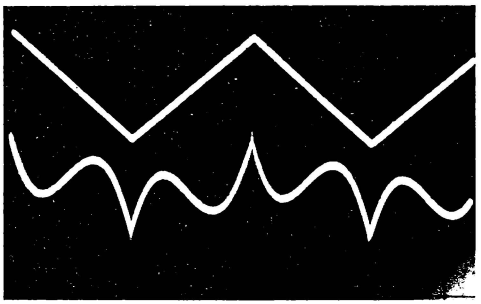


a)

Fig. 9.10. **Distorsiomètre.**
a) Le 339 A Hewlett Packard mesure un taux de 0,01 à 100 %, de 0,03 V à 300 V et de 10 Hz à 110 kHz.
b) On applique au distorsiomètre un signal carré/triangulaire. Le filtre réjecteur supprime le fondamental et l'on observe aux bornes de sortie l'ensemble des harmoniques et du bruit (à une constante multiplicative près).



b)



c)

Si le signal sinusoïdal est distordu par suite de la présence d'éléments non linéaires dans le système étudié, il apparaît des harmoniques (*ex.* 9) dans le signal de sortie.

Le taux de distorsion *D* est le rapport de la tension efficace des harmoniques à celle du fondamental

$$D = \frac{U_{\text{eff}}\ (\text{harmoniques})}{U_{\text{eff}}\ (\text{fondamental})}.$$

• On mesure la tension efficace du signal, en déplaçant la fréquence ω_0 d'un filtre réjecteur de façon à éliminer le fondamental, (le filtre réjecteur est accordé sur le fondamental quand la tension efficace de ce qu'il laisse passer est minimale). Ce filtre laisse passer les harmoniques et le bruit (*fig.* 9.10 *b*) dont on mesure la tension efficace. Enfin, on calcule le rapport D de ces deux tensions efficaces :

$$D' = \frac{U_{\text{eff}}\ (\text{harmoniques} + \text{bruit})}{U_{\text{eff}}\ (\text{fondamental} + \text{harmonique} + \text{bruit})}.$$

D' est voisin de D surtout lorsque la distorsion est faible.

• Mesurer le taux de distorsion D' d'un signal carré, d'un signal triangulaire, du signal de sortie d'un amplificateur en utilisation normale, d'un amplificateur saturé.

Lors de l'étude complète d'un amplificateur, on trace les courbes $D(U_s)$ pour diverses valeurs de la fréquence.

2. Analyse de Fourier d'un signal

Soit à déterminer la décomposition en série de Fourier d'un signal carré de fréquence 300 Hz. Prendre le filtre sélectif de la figure 9.7 *b*, avec $L = 0{,}1$ H et une boîte de capacités variant de 1 nF à 10 µF. La tension en créneaux et la tension de sortie du filtre sont observées à l'oscillographe. **Prendre soin de ne pas saturer l'amplificateur : le niveau d'entrée doit être très faible.**

En faisant varier la capacité, accorder le filtre successivement sur le fondamental et au moins sur les trois premiers harmoniques, l'accord se manifestant par un maximum de l'amplitude de la tension de sortie du filtre. Ceci est réalisé pour des valeurs C_0, C_1, C_2, C_3 de la capacité que l'on relève, on note également l'amplitude du signal de sortie.

On alimente maintenant le filtre avec un signal sinusoïdal.

Pour chaque valeur C_0, C_1, ... on recherche avec un très grand soin à réaliser la résonance, on relève la fréquence sur le B.F. et on mesure l'amplification du filtre. On en déduit les fréquences et les amplitudes des harmoniques.

Travail :

Donner les premiers termes de la décomposition en série de Fourier d'un signal carré. Tracer la courbe donnant la valeur crête à crête de la tension de sortie en fonction de la fréquence.

ENTRAINEMENT ET RECHERCHE

QUESTIONS RAPIDES

1

Donner l'expression du facteur de qualité du circuit *RLC* série. Quelle relation y a-t-il entre ce facteur de qualité et la largeur de la bande passante des filtres étudiés dans le cours avec bobine et condensateur?

2

Quel est l'argument de $\frac{\underline{U}_s}{\underline{U}_s}$ dans les filtres étudiés dans le cours avec bobine et condensateur lorsque $\omega = \omega_0$?

3

Citer des exemples de valeurs de L et C pour réaliser des filtres sélectionnant les fréquences de 50 Hz, 5 kHz, 500 kHz.

4

Donner deux exemples de filtres réjecteurs et deux exemples de filtres sélectifs.

5

Le filtre de Wien est-il plus ou moins sélectif que le filtre *LC*?

6

Qu'est-ce que le taux de distorsion?

7

Donner deux exemples d'application de filtres sélectifs (voir cours de Première F, p. 306).

EXERCICES

8

D'après les décompositions en série de Fourier des signaux carrés et triangulaires, calculer leur taux de distorsion D et le taux de distorsion D' que donnerait un distorsiomètre.

signaux carrés :

$$u = \frac{4U_M}{\pi}\left(\sin \omega t + \frac{1}{3}\sin 3\,\omega t + \frac{1}{5}\sin 5\omega t + \ldots\right),$$

signaux triangulaires :

$$u = \frac{8U_M}{\pi^2}\left(\sin \omega t - \frac{1}{9}\sin 3\omega t + \frac{1}{25}\sin 5\omega t - \ldots\right).$$

Conseil :

Sur l'exemple simple

$$u = u_1\sqrt{2}\sin \omega t + u_2\sqrt{2}\sin(k\omega t + \varphi),$$

vérifier, en se rappelant la définition de la valeur efficace, que

$$u_{\text{eff}} = \sqrt{u_{1\text{eff}}^2 + u_{2\text{eff}}^2}.$$

9

Soit un dipôle d'équation caractéristique

$$i = au + bu^2,$$

soumis à la tension $u = U\sqrt{2}\cos \omega t$.

Donner la décomposition en série de Fourier de l'expression de l'intensité i. Calculer le taux de distorsion de i.

Quelles sont les unités de a et de b?

10

Déterminer en diagramme logarithmique les asymptotes éventuelles, lorsque $\omega \to 0$ et $\omega \to \infty$, du filtre du § 2.1.

11

Étudier le filtre du § 2.1 lorsque $R^* = R'$ et $Q_0 = 100$. Donner les limites de $\underline{T}$ quand $\omega \to 0$, quand $\omega \to \infty$. Pour quelles valeurs de ω a-t-on $T = T_{\text{Max}}$? Donner alors la valeur de T_{Max}. Donner la bande passante à -3 dB.

Application numérique : $L = 0{,}10$ H; $R = 10\ \Omega$.

12

On retient le filtre de l'exercice 11 dans le montage de la figure 9.8 *b*, avec $\alpha = 1$. Répondre aux mêmes questions qu'à l'exercice 11.

13

Soit $T(\omega)$ l'expression de la transmittance $\frac{U_s}{U_e}$ d'un filtre.

T prend sa valeur maximale (ou minimale) pour $\omega = \Omega$.

1° A quelle condition la courbe de réponse du filtre est-elle symétrique par rapport à la droite verticale passant par le maximum (ou le minimum) de T :

a) dans le repère $T(\omega)$;

b) dans le repère $20\lg T(\lg \omega)$

$\left(\text{poser } h = \frac{\omega}{\Omega}\right)$?

2° Sélectionner parmi les exemples étudiés dans le cours, les filtres qui possèdent une telle symétrie, tout au moins au voisinage de Ω.

14

Dans le cours, on a fait au § 1.2 une étude du circuit bouchon faisant intervenir une expression de $\underline{Y}$ valable si le circuit est très sélectif, au voisinage de la résonance.

1° Si cette expression de $\underline{Y}$ était valable sans restriction, quelles seraient les valeurs de Z pour $\omega = 0$, $\omega \to \infty$ et de arg $\underline{Z}$ pour $\omega = 0$, $\omega \to \infty$?

2° En réalité, cette expression de $\underline{Y}$ n'est pas rigoureusement correcte. En partant de l'impédance exacte du circuit-bouchon, étudier :

a) Z en fonction de ω; donner la valeur de Z pour $\omega = 0$, et pour $\omega \to \infty$, la valeur maximale de Z, puis donner la valeur Ω de ω pour laquelle Z atteint sa valeur maximale;

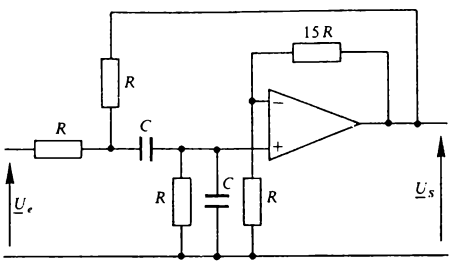
b) arg Z en fonction de ω; donner la valeur de arg $\underline{Z}$ pour $\omega = 0$, pour $\omega = \Omega$, puis pour $\omega \to \infty$, puis sa valeur maximale, donner la valeur de ω pour laquelle cette valeur maximale est atteinte.

PROBLÈME

15

Après avoir relu le paragraphe 3.3 du chapitre 8, étudier le filtre dont le schéma est fourni.

– Donner l'expression de $\underline{T} = \dfrac{\underline{U}_s}{\underline{U}_e}$.



– Étudier T lorsque $\omega \to 0$, $\omega \to \infty$, quelle est la valeur maximale de T? pour quelle valeur Ω de ω est-elle atteinte? quelle est la bande passante à -3 dB?

La courbe de réponse en diagramme logarithmique est-elle symétrique par rapport à la droite d'abscisse lg Ω?

– On veut que la valeur maximale de T soit atteinte lorsque la fréquence de $\underline{U}_e$ est de 5 kHz. Si $R = 1$ kΩ quelle valeur faut-il donner à C?

CHAPITRE 10

OSCILLATEURS SINUSOÏDAUX

Au cours des expériences précédentes, vous avez sûrement rencontré des systèmes qui, malheureusement, se mettaient à osciller dans certaines conditions.
Dans ce chapitre, nous allons rechercher au contraire à faire osciller les systèmes.
Nous les considérerons comme des générateurs alimentés en énergie par des sources continues et fournissant un signal sinusoïdal, et non comme des amplificateurs car leur tension de sortie des oscillateurs n'est pas l'image d'une tension d'entrée appliquée.

1 PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT

Nous vous proposons de construire un dispositif oscillateur fournissant directement un signal **sinusoïdal** à partir d'un amplificateur muni d'une boucle de réaction positive.

Les principales caractéristiques d'un tel oscillateur sinusoïdal sont

– la pureté du signal sinusoïdal de sortie

– sa fréquence, son amplitude et la stabilité de celles-ci.

1.1 Condition d'oscillation

Rappelons la relation d'amplification d'un système bouclé (*fig.* 10.1) (*cf. ch.* 7, § 1.4) :

$$\underline{A}' = \frac{\underline{A}}{1 + \underline{A} \cdot \underline{B}}$$

$\underline{A}$ et $\underline{B}$ étant généralement fonctions de la fréquence.

Supposons $\underline{A}$ réel positif donné et $\underline{B}$ réel.

– Lorsque $\underline{B}$ est réel positif, A' est inférieur à A (contre-réaction).

– Lorsque $\underline{B}$ est faiblement négatif, A' devient supérieur à A.

– Lorsque B atteint $-\frac{1}{A}$, l'amplification devient théoriquement infinie.

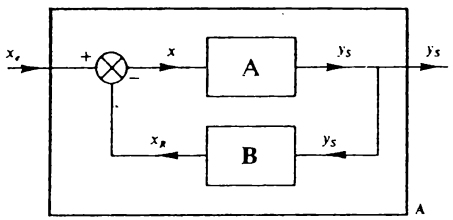


Fig. 10.1. **Configuration générale d'un système bouclé.**

• **De façon générale, si $\underline{A}(\omega) \times \underline{B}(\omega) = -1$, l'amplification devient théoriquement infinie.**

Cette condition, dite de *Barkhausen* n'est en général réalisée que pour au plus une seule valeur ω_0 de ω.

• Quand cette condition est remplie un signal d'entrée d'amplitude infiniment faible se transforme en un signal de sortie important. Ce signal d amplitude infiniment faible a pour origine le bruit thermique naissant dans un composant, si bien qu'il devient inutile d'appliquer une tension d'entrée. Les f.é.m. de bruit naissant dans les composants ont des pulsations variées, mais seule la pulsation ω_0 pour laquelle $\underline{A}\,\underline{B} = -1$ est à prendre en considération car elle seule correspond à une amplification infinie.

• **Lorsque la f.é.m. de bruit x_e cesse,** le système fournit toujours un signal de sortie. En effet, le système bouclé réinjecte au tour suivant, à l'entrée de l'amplificateur **A**, la tension

$$\underline{x}_e - \underline{x}_r = 0 - \underline{x}_r = -\underline{A}\,\underline{B}\,\underline{x}.$$

Or si la condition de Barkhausen est vérifiée, il vient

$$\underline{A} \cdot \underline{B} = -1 \Rightarrow \underline{x}_e - \underline{x}_r = \underline{x},$$

rien n'est changé pour l'entrée de l'amplificateur, tout se passe comme si la f.é.m. de bruit était maintenue.

En conclusion, on observe un signal de sortie de fréquence ω_0 sans avoir à appliquer de signal d'entrée : on a ainsi réalisé un oscillateur (*fig.* 10.2), du moins en théorie.

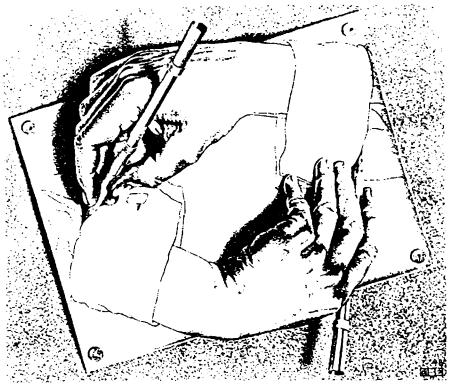


Fig. 10.2. **Mains dessinant** M. C. Escher (gravure).
(*Ph* © Collection Haags Gemeentemuseum. The Hague/Archives Photeb.)

1.2 Saturation

L'amplification est théoriquement infinie ce qui devrait conduire à un signal de sortie infiniment grand. Ceci suppose que $\underline{A}$ et $\underline{B}$ restent constants quelle que soit l'amplitude du signal. En réalité, il n'en est rien : l'amplificateur A, notamment, se sature, ce qui limite l'amplitude du signal de sortie.

Analysons plus en détail, le mécanisme dans la boucle.

Le signal est initialement sinusoïdal, sa pulsation est ω_0. Une distorsion due à la saturation se traduit par la présence d'harmoniques de pulsations supérieures à ω_0. Pour ces harmoniques, la condition $\underline{A} \cdot \underline{B} = -1$ n'est pas vérifiée, ils sont éliminés aux tours de boucle suivants.

Si $\underline{A} \cdot \underline{B} = -1$, le signal de sortie est sinusoïdal.

1.3 Stabilité et causes d'instabilité

• **La condition $\underline{A} \cdot \underline{B} = -1$,** si elle entraîne un signal de sortie sinusoïdal, détermine également **une instabilité de la pulsation ω_0.** En effet, les fonctions $\underline{A}(\omega)$ et $\underline{B}(\omega)$ varient toujours plus ou moins légèrement, la pulsation ω_0 pour laquelle on a la condition $\underline{A}\,\underline{B} = -1$ varie en conséquence.

Ces variations ont pour causes des variations de température, le vieillissement des composants, les variations de la charge qu'alimente l'oscillateur, etc.

• **Il arrive même que l'équation en ω ($\underline{A} \cdot \underline{B} = -1$) n'admette plus de solution :** il n'y a plus d'oscillations.

En choisissant $|B|$ légèrement supérieur à $\frac{1}{|A|}$, on garantit mieux l'oscillation, mais on constate que le signal présente alors une certaine distorsion (*fig.* 10.3). On observe également que la fréquence des oscillations varie avec la valeur du produit $A \cdot B$.

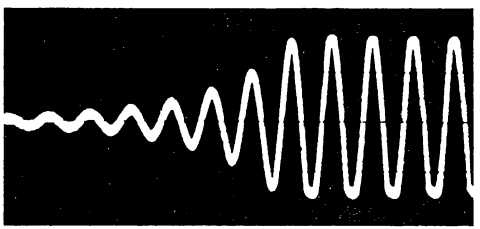


Fig. 10.3.

• **On cherche à éliminer la distorsion** en limitant l'amplitude du signal de sortie

– au moyen de deux diodes Zener placées entre les bornes de sortie

– ou en diminuant l'amplification A au fur et à mesure que l'amplitude du signal augmente.

> Si l'amplificateur A est réalisé au moyen d'un montage non inverseur à ampli. op. On remplace une résistance par une CTN, ou par une CTP, ou par un TEC monté en résistance variable commandée par l'amplitude de la tension de sortie.

• **Ces oscillateurs sont de conception simple,** mais les difficultés évoquées font que de plus en plus les générateurs de tension sinusoïdale font appel à des oscillateurs à relaxation dont on modifie la tension de sortie ou par des mémoires programmées générant la tension de façon numérique.

2 RÉALISATION D'UN OSCILLATEUR

N'oublions pas que la condition de Barkhausen est liée à une disposition de **A** et **B** réalisant

$$x = x_e - x_r.$$

Étant donné un amplificateur **A** et un filtre **B**, cette disposition est souvent impraticable car le fil de masse de **A** court-circuite des éléments de **B** tels que R (*fig.* 10.4 *a*). On est amené à croiser les fils de **B** ce qui revient à réaliser

$$\underline{U}_R = -\underline{A} \cdot \underline{B} \cdot \underline{U},$$

posons $\underline{B}' = -\underline{B}$, alors $\underline{U}_R = \underline{A} \cdot \underline{B}' \cdot \underline{U}$.

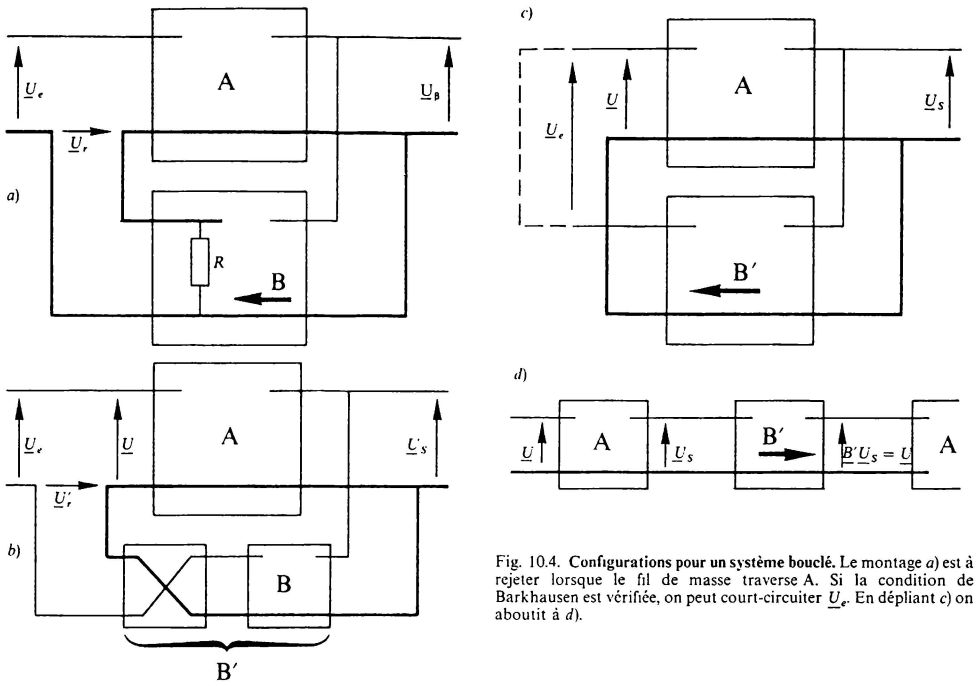


Fig. 10.4. **Configurations pour un système bouclé.** Le montage *a*) est à rejeter lorsque le fil de masse traverse A. Si la condition de Barkhausen est vérifiée, on peut court-circuiter $\underline{U}_e$. En dépliant *c*) on aboutit à *d*).

La condition de Barkhausen peut s'écrire

$$\underline{A} \cdot \underline{B} = -1, \quad \text{ou} \quad \underline{A}(-\underline{B}) = 1, \quad \text{ou} \quad \underline{A} \cdot \underline{B}' = 1.$$

A la sortie de **B′**, la tension est égale à $\underline{A} \cdot \underline{B}' \cdot \underline{U}$, si la condition $\underline{A} \cdot \underline{B}' = 1$ est remplie. Elle est égale à $\underline{U}$, c'est la tension à l'entrée de **A**, on peut alors court-circuiter les bornes d'entrée de l'ensemble ($\underline{U}_e = 0$).

Déplions enfin la boucle de réaction (*fig.* 10.4 *d*).

A la sortie de la chaîne de réaction **B′**, on retrouve l'entrée de l'amplificateur **A.**

La tension à la sortie de la chaîne de réaction doit nécessairement être égale à la tension à l'entrée de l'amplificateur, soit

$$\underline{A} \cdot \underline{B}' = 1, \quad A \cdot B' = 1 \quad \textit{et} \quad \arg \underline{A} + \arg \underline{B}' = 0.$$

2.1 Oscillateur de Wien

Reprenons le filtre de Wien (*ch.* 4, § 4.4) pour lequel

$$\underline{B}' = \frac{1}{3 + j\left(h - \frac{1}{h}\right)},$$

avec $h = \frac{\omega}{\omega_0}$ et $\omega_0 = \frac{1}{RC}$ (*fig.* 10.5).

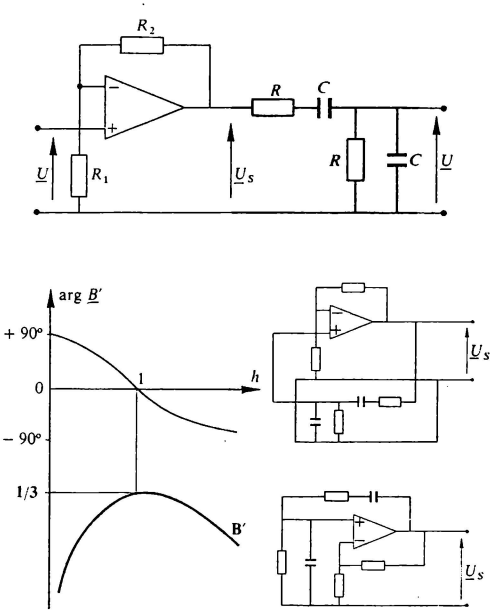


Fig. 10.5. **Oscillateur de Wien.**

arg $\underline{B'}$ n'est jamais égal à π.

arg $\underline{B'} = 0$ pour $\omega = \dfrac{1}{RC}$ alors $B' = \dfrac{1}{3}$.

Pour réaliser la condition de Barkhausen, il faut donc arg $\underline{A} = 0$ et $A = 3$, ce qui s'obtient avec un amplificateur non inverseur pour lequel $R_2 = 2R_1$.

Si $R_2 = 2R_1$, le montage oscille avec la pulsation $\dfrac{1}{RC}$.

Ce montage avait déjà été décrit comme celui d'un amplificateur sélectif (*ch.* 9, § 3.2), d'amplification égale à :

$$-\alpha \cdot \frac{3 + j\left(h - \dfrac{1}{h}\right)}{2 - \alpha + j\left(h - \dfrac{1}{h}\right)},$$

avec $\alpha = \dfrac{R_2}{R_1}$.

Cette amplification est infinie si les parties réelle et imaginaire du dénominateur sont nulles, ce qui entraîne $\alpha = 2$ et $h = 1$ donc $\omega = \dfrac{1}{RC}$. On retrouve les résultats déjà rencontrés.

2.2 Oscillateur à réseau déphaseur

Considérons le filtre de la figure 6 *a*) déjà étudié dans l'exercice 15 du chapitre 5.

Remarque :

Avec trois filtres *RC*, on s'attend à un déphasage variant de 3×0 à $3 \times -\dfrac{\pi}{2}$ passant par la valeur π pour une certaine valeur de ω. Mais les trois filtres ne sont pas indépendants : on les rend indépendants en intercalant des suiveurs, ou encore presque indépendants avec des filtres *R*, *C*; 10^2R, $10^{-2}C$, 10^4R, $10^{-4}C$. Mais revenons au filtre proposé...

Son **amplification à vide** est donnée par

$$\underline{B'} = \frac{1}{(1 - 5h^2) + j(6h - h^3)},$$

avec $h = \dfrac{\omega}{\omega_0}$ et $\omega_0 = \dfrac{1}{RC}$

arg $\underline{B'} = 0$ pour $h = 0$, ce qui n'a pas d'intérêt.

arg $\underline{B'} = \pi$ pour $h = \sqrt{6}$ alors $B' = \dfrac{1}{29}$.

Pour obtenir la condition de Barkhausen, on se place à arg $\underline{A} = \pi$ et $A = 29$, ce qui est réalisable avec un montage inverseur (*fig.* 10.6 *b* et *c*).

Si $R_2 = 29R_1$, le montage oscille à la pulsation $\dfrac{\sqrt{6}}{RC}$.

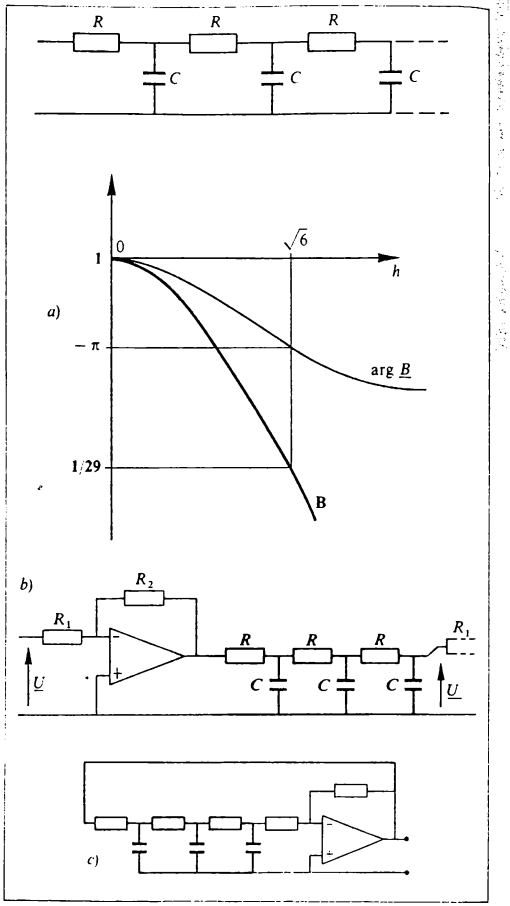


Fig. 10.6. **Oscillateur à réseau déphaseur.**

Attention!

Contrairement au montage précédent, la charge de B' n'est pas infinie mais égale à R_1. Pour que l'expression de B' proposée soit acceptable, il faut que $R_1 \gg Z_C$, sinon on est obligé d'intercaler un suiveur.

2.3 Oscillateur Colpitts

Étudions un oscillateur avec amplificateur de courant (c'est le cas d'un transistor monté en base commune) imposant $I = \underline{A}U$ (*fig.* 10.7).

B' est chargé par l'entrée de l'amplificateur **A** équivalente à une résistance R.

Le calcul montre que la condition de Barkhausen est remplie quand $\underline{A} = \dfrac{1}{2R}$, le montage oscille alors à la pulsation $\omega = \sqrt{\dfrac{2}{LC}}$.

Remarque :

ω est la pulsation propre du circuit formé par la bobine et les deux condensateurs en série.

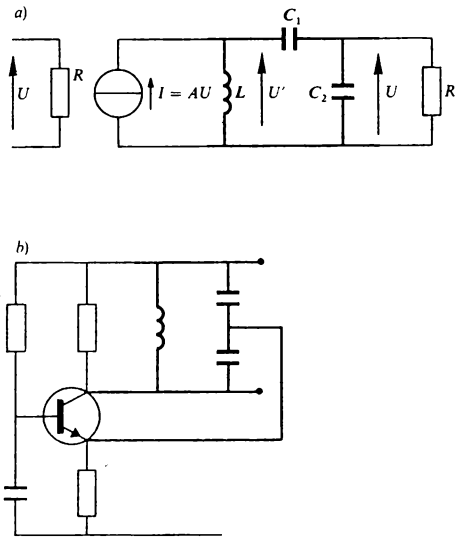


Fig. 10.7. **Oscillateur de Colpitts.** Dans le cours on a choisi $C_1 = C_2 = C$.

Réalisation d'un oscillateur

A montage inverseur $\Rightarrow \arg \underline{A} = \pi$,

A montage non inverseur $\Rightarrow \arg \underline{A} = 0$,

donc $\arg \underline{B'} = \pi$ ou 0.

On étudie $\arg \underline{B'}$: pour quelle valeur ω_0 de ω vaut-il 0 ou π?

$\Rightarrow \omega_0$ pulsation des oscillations,

$\omega = \omega_0 \Rightarrow$ | $\arg B' = \pi \Rightarrow$ **A** inverseur ou $\arg B' = 0 \Rightarrow$ **A** non inverseur

$\omega = \omega_0$: que vaut alors B'? $B' = B'_0$

$\Rightarrow$ on fera en sorte que $A = \dfrac{1}{B'_0}$.

2.4 Oscillateur à quartz

Les horloges, les émetteurs radio exigent des oscillateurs dont la fréquence est particulièrement bien définie et stable. Si un circuit *LC* autorise une précision de la fréquence d'oscillation de l'ordre de 10^{-5}, un oscillateur avec quartz atteint 10^{-7}, la dérive due au vieillissement du quartz étant inférieure à 10^{-8} par mois.

• *Une lame taillée dans un cristal de quartz* soumise à une pression, est le siège d'une différence de potentiel entre ses faces, et réciproquement (*effet piézo-électrique*). La lame munie de ses électrodes est équivalente au circuit de la figure 10.8 *a*), où C_2 représente la capacité statique entre les électrodes.

Une taille convenable conduit à des fréquences f_1 et f_2 pratiquement indépendantes de la température, mais pour atteindre une très grande précision, on enferme le quartz dans une enceinte thermostatée.

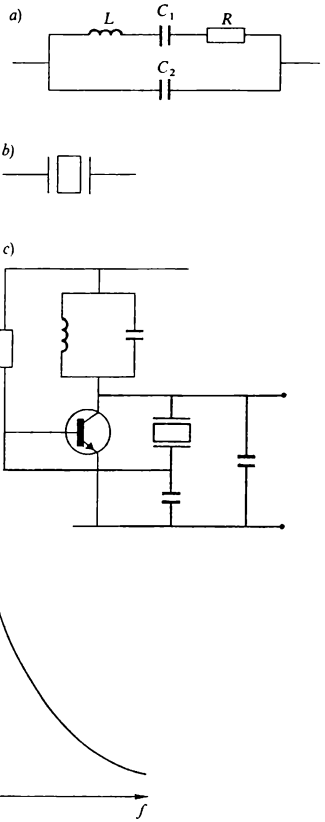


Fig. 10.8. **Quartz piézoélectrique**
a) Schéma équivalent. *b*) Symbole. *c*) Utilisation dans un oscillateur de Pierce, l'ensemble en noir constitue un amplificateur sélectif. *d*) Variation de l'impédance en fonction de la fréquence $f < f_1$, C_1 et C_2 prédominent; f_1 : résonance série avec *L* et C_1; $f_1 < f < f_2$ le caractère inductif prédomine; f_2 : résonance parallèle avec (*L*, C_1) et C_2; $f > f_2$, C_2 prédomine.

• **Les ordres de grandeur** sont pour C_1, une fraction de picofarad, pour C_2, quelques picofarads, f_1 et f_2 très voisines, sont comprises entre 4 kHz et 150 MHz, le facteur de qualité du circuit dépasse 10^6.

• **Le quartz s'insère dans la boucle de réaction** d'un montage à circuit oscillant *LC*. Le circuit *LC* impose au quartz, l'ordre de grandeur de sa fréquence d'oscillation. Le quartz fixe avec précision et stabilité cette fréquence (*fig.* 10.8 *c*).

3 OSCILLATEUR Á RÉSISTANCE NÉGATIVE

Pour le principe d'un oscillateur, on pense tout naturellement à la décharge oscillante d'un condensateur dans une bobine (cours de première F, *p.* 275). Mais cette décharge s'amortit en raison de la perte d'énergie par effet Joule dans la résistance de la bobine. Il faut compenser cet amortissement.

Incorporons dans le montage une résistance négative $-R$, c'est-à-dire un générateur apportant au circuit autant d'énergie que la résistance R en dissipe, les oscillations peuvent alors, en théorie, se poursuivre indéfiniment. La résistance négative pourra être réalisée avec un convertisseur d'impédance tel que celui décrit *ch.* 8, § 5 (voir *fig.* 10.9).

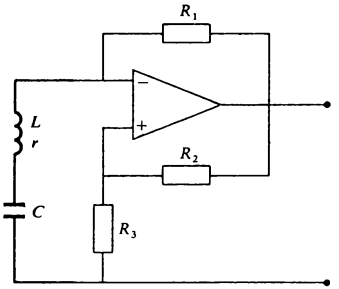


Fig. 10.9. **Oscillateur à résistance négative.**

LABORATOIRE

L'étude d'un oscillateur comporte essentiellement :

— la réalisation de l'ensemble électronique : quelles valeurs convient-il de donner aux éléments du montage pour obtenir l'oscillation?

— l'étude du signal : quelle fréquence, quel taux de distorsion?

— l'étude des paramètres extérieurs sur le signal : quelle influence exercent-ils?

Remarque :

On étudie souvent le montage d'abord en boucle ouverte de façon à prévoir les valeurs à donner aux éléments pour réaliser l'oscillateur sans tâtonnements. Le montage est prêt lorsque $\underline{A} \cdot \underline{B'}$ prend la valeur 1.

1. Essais

• Réaliser les oscillateurs des figures 9.5, 9.6, 9.7 et 9.9.

• Construire un oscillateur dont le quadripôle B' est donné *fig.* 10.10 *a*) avec $C = 0{,}10\ \mu F$, en choisissant R pour que la fréquence d'oscillation soit 2 kHz.

• Construire un oscillateur dont le quadripôle B' est imposé *fig.* 10.10 *b*). Les bobines sont des « 1 000 spires ».

Observer l'influence du sens de branchement des bobines et de leurs positions respectives.

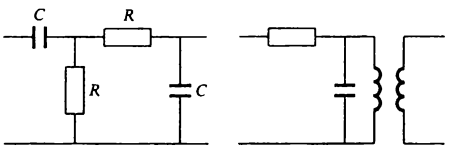


Fig. 10.10. **Sujets d'essais**
a) *b*) Nouveaux quadripôles B', entrée à gauche, sortie à droite;

2. Mesures

Construire l'oscillateur de la figure 10 *c*, avec une bobine sans noyau de fer, puis avec une bobine à noyau de fer de même inductance.

Pour chacun des cas, tracer les courbes donnant l'amplitude de U_s, son taux de distorsion, en fonction de R. Procéder par valeurs croissantes de R, depuis la non-oscillation jusqu'à la franche saturation, puis par valeurs décroissantes de R (après chaque variation de R, attendre 10 s avant de faire la mesure).

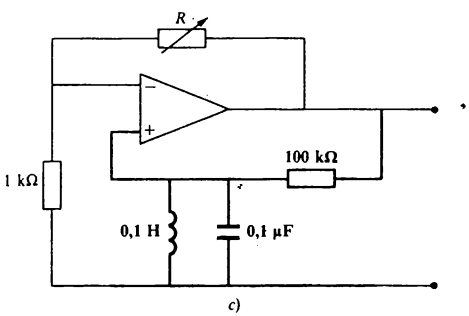
L'oscillateur étant juste prêt avec la bobine sans noyau de fer, observer son comportement lorsqu'on approche de la bobine :

— une plaque de fer,

— une plaque d'aluminium,

— une bobine identique associée à un condensateur identique à ceux de l'oscillateur.

Quelle est la distance minimale d'approche détectable? Reprendre les expériences, l'oscillateur étant saturé : dans quel sens varie la fréquence (utiliser un fréquencemètre).



c) oscillateur : notez la similitude avec le montage de la fig. 10.9.

DOCUMENTAIRE

Détecteurs de métaux

Voici le principe de fonctionnement d'un détecteur simple pour la recherche de trésors dans les souterrains des châteaux forts ou de pièces de monnaie dans le sable de la plage.

L'appareil comporte une *bobine exploratrice.*

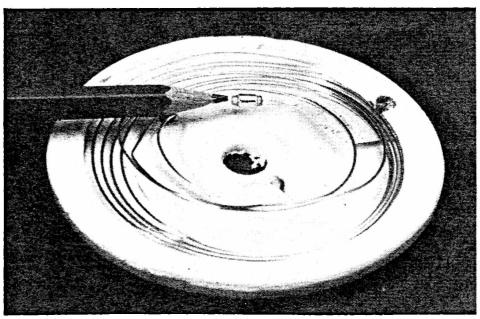
En présence d'un corps magnétique (fer, nickel...) son inductance augmente; en présence d'un métal non magnétique elle diminue. Cette bobine est celle du circuit *LC* d'un oscillateur dont on traduit les variations de fréquence. Celles-ci sont très faibles, aussi les décèle-t-on à l'aide de *battements* entre 2 signaux de fréquence très voisines.

> La pulsation de l'oscillateur est ω_0 en l'absence de corps étranger, sinon elle est ω. On réalise la somme du signal ω et d'un signal ω_0, il apparaît un signal de pulsation $\omega - \omega_0$ du domaine audible.

Cet appareil perfectionné détecte une pièce de 10 F à 30 cm (masse 1,2 kg). (*Photo* Bothoa Électronique.)

Badge anti-vol

On épingle sur les articles dans les magasins des badges. Ceux-ci comportent une spirale faisant office de bobine aux extrêmités de laquelle est relié un condensateur formant un circuit *LC*, détectable par l'oscillateur placé au-dessus de la sortie des caisses, tout comme vous avez pu le faire dans la manipulation du § 4.2.



Badge anti-vol.

ENTRAINEMENT ET RECHERCHE

QUESTIONS RAPIDES

1

L'oscillateur est un générateur capable de fournir l'énergie à un circuit. D'où vient cette énergie? Il est déclenché par un bruit de puissance très faible, quelle conclusion en tirer quant à la nature d'un au moins des quadripôles de l'oscillateur?

Peut-on réaliser un oscillateur avec deux quadripôles passifs?

2

Pourquoi ne respecte-t-on pas exactement la condition de Barkhausen?

3

Donner le schéma d'un oscillateur utilisant le filtre de Wien.

4

Dans le § 1.3, on indique des moyens de limiter l'amplitude des oscillations afin d'éviter la saturation.

Mettre en place successivement chacun de ces dispositifs sur l'oscillateur de la figure 10.5.

EXERCICES

5

On souhaite disposer d'un oscillateur à fréquence f_0 très élevée. Pour éviter de rechercher une lame de quartz trop mince, on réalise un premier système oscillant à la fréquence $\frac{f_0}{2}$. Que faut-il ajouter à ce système pour obtenir l'oscillateur désiré (revoir *exercice* 9, *ch.* 9)?

6

Calculer la fréquence d'oscillation d'un oscillateur à filtre de Wien, formé de R_1 et C_1 en série et de R_2 et C_2 en parallèle.

7

Recalculer l'expression de B' du § 2.2.

8

Donner le schéma d'un oscillateur en précisant les valeurs des composants, fournissant au choix des signaux dont les fréquences fondamentales correspondent aux sept notes de la gamme tempérée : do, ré, mi, fa, sol, la, si (voir documentaire, *ch.* 1).

9

On considère un quartz dont le schéma équivalent est donné à la figure 10.8 *a*, avec $C_1 = 0{,}05$ pF, $C_2 = 8$ pF, $R = 0$.

1° Calculer l'impédance du quartz. Exprimer f_1 et f_2 en fonction de L, C_1 et C_2.

2° Tracer les courbes représentant le module et l'argument de $\underline{Z}$ en fonction de la fréquence.

3° Si $f_2 = 100$ kHz :

a) Quelle est la valeur de L?

b) Quelle est la valeur de f_1?

c) Au voisinage de $f = f_1$, quelle est la variation du module de l'impédance lorsque la fréquence varie de 1 Hz? Comparer cette variation à celle d'un circuit LC série accordé sur f_1.

10

On se propose de vérifier la phrase du documentaire disant que la présence de l'objet non ferreux diminue l'inductance de la bobine exploratrice.

L'objet est équivalent à une spire d'inductance L_2 et de résistance R_2, où circule le courant induit, tandis que la bobine exploratrice a une résistance R_1 et une inductance L_1. M est l'inductance mutuelle entre la bobine et l'objet. Les courants ont la pulsation ω.

En vous rappelant que pour une fonction sinusoïdale, la dérivation par rapport au temps revient à une multiplication par $j\omega$ (cours de Première F, § 3.3 *p.* 287) et en vous aidant de la figure 20.15 *b*, *p.* 252, du cours de Première F, et des équations correspondantes, trouver la relation entre $\underline{U}_1$ et $\underline{I}_1$. En déduire, en fonction de R_1, R_2, L_1, L_2, M, la valeur de la résistance apparente R' et celle de l'inductance apparente L' de la bobine exploratrice en présence de l'objet.

PROBLÈMES

11

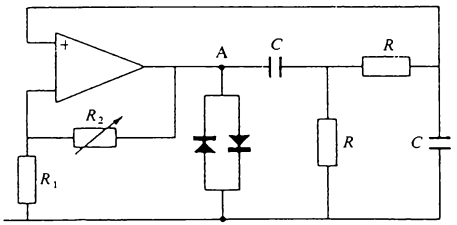
On considère le quadripôle de la figure 10.10 *a*, avec $C = 10$ nF et $R = 5{,}6$ kΩ. Soit $\underline{V}_1$ la tension d'entrée et $\underline{V}_2$ la tension de sortie, on pose $\underline{T} = \frac{\underline{V}_2}{\underline{V}_1}$ et $RC\omega = x$.

Montrer que $\underline{T} = \dfrac{1}{3 + j\left(x - \dfrac{1}{x}\right)}$.

Pour quelle valeur de ω, $\underline{T}$ est-il réel? Quelle est alors sa valeur? Le déphasage de $\underline{V}_2$ sur $\underline{V}_1$?

12

On réalise le montage suivant, montrer que l'on obtient un oscillateur. Quelle condition faut-il imposer à R_2 pour obtenir des oscillations stables? Quelle est la fréquence du signal obtenu?



(*D'après bac* F_2, 1981.)

13

1° Étude du circuit résonant (*fig.* 1). Celui-ci est alimenté par un générateur sinusoïdal de fréquence f variable.

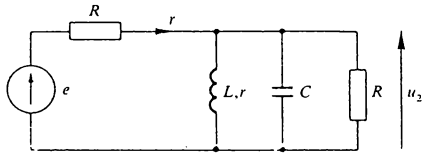


Fig. 1.

L'inductance L ayant une résistance série r transformer le schéma du circuit résonant selon le schéma de la figure 2. On admet que le circuit est suffisamment sélectif pour que R_p puisse être considérée comme constante au voisinage de la résonance.

$R_0 = 100$ kΩ, $R = 10$ kΩ, $C = 100$ nF,

L, r : inductance étalon de 100 mH.

e : tension sinusoïdale de valeur efficace de l'ordre de 10 V.

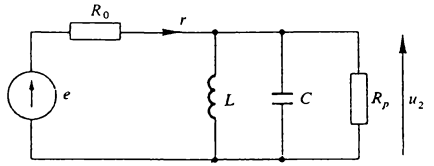


Fig. 2.

Montrer que l'ensemble (e, R_0) constitue un générateur de courant vis-à-vis du circuit résonant. En déduire que i et e sont en phase.

Dans ces conditions, calculer à I_{eff} constante, l'expression complexe $\underline{U}_2$ en fonction de L', C, ω, R_p et $\underline{I}$; en déduire la forme des courbes $|\underline{U}_2|$ (f) et $\varphi(f)$. (On appelle φ le déphasage de u_2 par rapport à i.)

Montrer qu'on peut déduire R_p et r de la mesure de e et u_2 à la résonance.

3° Chaîne ouverte (*fig.* 3).

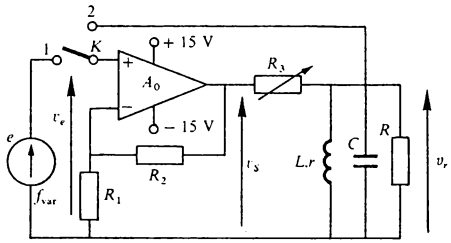


Fig. 3.

K en 1. Quelle relation complexe doit-il y avoir entre V_r et V_e pour que le montage puisse osciller quand on fermera K en 2?

Quelle sera la fréquence d'oscillation?

En déduire la valeur à donner à R_3 en fonction de R_1, R_2, R_p.

(On suppose que l'amplificateur opérationnel est parfait.)

(*D'après bac* F_2, 1982.)

CHAPITRE 11

D'AUTRES FONCTIONS ANALOGIQUES

Dans ce chapitre, nous poursuivons l'étude des circuits qui servent, par transformations sur les grandeurs électriques, à effectuer des opérations, au sens mathématique du terme. Ces méthodes et ces montages, qualifiés d'analogiques, permettent aussi bien des opérations simples, comme addition, soustraction, multiplication, que des manipulations plus sophistiquées comme la multiplication d'une différence, l'intégration et la dérivation d'une fonction.

1 ADDITION ET SOUSTRACTION DE DEUX TENSIONS

1.1 Additionneur

• Dans un système, les tensions représentant les signaux sont généralement prises par rapport à la masse. Une somme de ces tensions ne s'obtient pas par simple mise en série : on a recours à un additionneur.

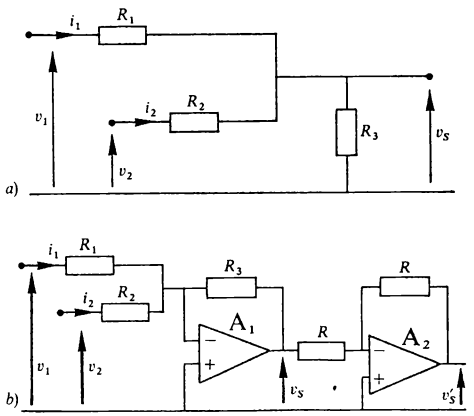


Fig. 11.1. **Additionneurs.**

• Considérons le réseau de résistances, schématisé sur la figure 11.1 *a*), sortie à vide :

$$i_1 = \frac{v_1 - v_s}{R_1}, \quad i_2 = \frac{v_2 - v_s}{R_2}, \quad i_1 + i_2 = \frac{v_s}{R_3}.$$

On en déduit, en éliminant i_1 et i_2 de ces équations,

$$v_s = \frac{\dfrac{R_3}{R_2} v_1 + \dfrac{R_3}{R_1} v_2}{1 + \dfrac{R_3}{R_1} + \dfrac{R_3}{R_2}}$$

Soit à réaliser la combinaison linéaire

$$v_s = \alpha_1 v_1 + \alpha_2 v_2,$$

après avoir choisi la valeur d'une résistance, la relation précédente fournit les deux autres.

Exemple :

$\alpha_1 = \frac{1}{2}$, $\alpha_2 = \frac{1}{3}$, $R_3 = 10$ kΩ impose

$R_1 = 20$ kΩ et $R_2 = 6{,}7$ kΩ.

• Les inconvénients de ce montage sont cependant nombreux :

a) il est difficile de déterminer les valeurs des résistances dès que le nombre d'entrées est supérieur à 2;

b) la résistance d'entrée de chaque voie dépend de la charge de l'additionneur et du niveau de l'autre entrée;

vous pourrez vérifier, par exemple, que pour la voie 1 :

$$R_e = R_1 + (R_2 /\!/ R_3), \quad \text{si} \quad v_2 = 0,$$

et $R_1[(R_1 /\!/ R_2) + R_3]/[R_1 /\!/ R_2]$,

si $v_2 = v_1$;

c) la résistance de sortie n'est pas nulle : toute charge placée en sortie vient en parallèle sur R_3, modifiant de ce fait le fonctionnement de l'additionneur;

d) les coefficients α_1 et α_2 sont inférieurs à 1.

• Le montage de la figure 11.1, *b*) évite ces inconvénients :

$$v_1 \approx R_1 i_1, \quad v_2 \approx R_2 i_2$$
$$v_s \approx -R_3(i_1 + i_2),$$

d'où $v_s = -\dfrac{R_3}{R_1} v_1 - \dfrac{R_3}{R_2} v_2$.

α_1 et α_2 étant donnés, il est facile de déterminer les valeurs des résistances (avec les mêmes valeurs numériques que dans l'exemple précédent, on a immédiatement

$$R_1 = 2R_3 = 20\ \text{k}\Omega \text{ et } R_2 = 3R_3 = 30\ \text{k}\Omega).$$

Les résistances d'entrée sont déterminées par $\dfrac{v_1}{i_1} = R_1$ et $\dfrac{v_2}{i_2} = R_2$. La résistance de sortie est pratiquement nulle.

Les coefficients α_1 et α_2 sont négatifs, mais l'amplificateur inverseur A_2 remédie à cet inconvénient ($v'_s = -v_s$).

Ces avantages persistent quel que soit le nombre d'entrées. Toutefois la bande passante diminue quand ce nombre augmente. Une application pratique d'un tel montage est développée dans le documentaire.

1.2 Réalisation d'un amplificateur de différence

Il est souvent nécessaire de réaliser la différence de deux tensions, pour mesurer la tension aux bornes d'une résistance dont aucune des extrémités n'est à la masse, ou pour réaliser un comparateur dans un système bouclé (*ch. 7*), ...

Il est possible de grouper en un seul montage, les amplificateurs inverseurs et non inverseurs vus précédemment (*fig. 11.2*).

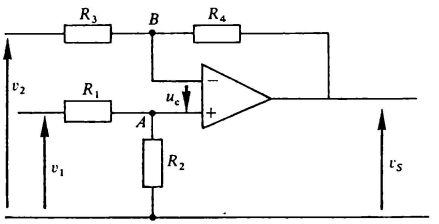


Fig. 11.2. **Amplificateur de différence.**

$$v_A = \frac{R_2}{R_2 + R_1} v_1 \quad \text{et} \quad v_B = (v_2 - v_s)\frac{R_4}{R_3 + R_4} + v_s,$$

d'où

$$v_B = v_2 \frac{R_4}{R_3 + R_4} + v_s \frac{R_3}{R_3 + R_4},$$

or $u_\varepsilon \approx 0$, car il y a contre-réaction par R_4, d'où $v_A = v_B$:

$$\frac{R_2}{R_1 + R_2} v_1 = v_2 \frac{R_4}{R_3 + R_4} + v_s \frac{R_3}{R_3 + R_4}.$$

$$v_s = \frac{R_3 + R_4}{R_3}\left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} v_1 - \frac{R_4}{R_3 + R_4} v_2\right).$$

Nous aurons réalisé un amplificateur de différence, c'est-à-dire que v_s sera proportionnelle à $v_1 - v_2$, si $\dfrac{R_2}{R_1 + R_2} = \dfrac{R_4}{R_3 + R_4}$ ou si $\dfrac{R_3}{R_4} = \dfrac{R_1}{R_2}$.

Le mode commun

Que se passe-t-il si la condition $\dfrac{R_3}{R_4} = \dfrac{R_1}{R_2}$ évoquée à la fin du § 1.2 n'est pas respectée?

Posons $\alpha_1 = \dfrac{R_2}{R_1 + R_2}$ et $\alpha_2 = \dfrac{R_4}{R_3 + R_4}$.

Posons $G_D = \dfrac{1}{2}\dfrac{\alpha_1 + \alpha_2}{1 - \alpha_2}$ et $G_{CM} = \dfrac{\alpha_1 - \alpha_2}{1 - \alpha_2}$, on peut alors écrire v_s sous la forme :

$$v_s = G_D(v_1 - v_2) + G_{CM}\frac{(v_1 + v_2)}{2},$$

G_D s'appelle **l'amplification différentielle** et G_{CM} : **l'amplification en mode commun.**

Un bon amplificateur de différence doit avoir une amplification en mode commun aussi faible que possible, on cite souvent la valeur de $\dfrac{G_D}{G_{CM}}$ appelée **rapport de réjection en mode commun** (RRMC).

Exemple :

$G_D = 10$ et $G_{CM} = 2$:

• si $v_1 = 0{,}10$ V et $v_2 = -0{,}10$ V,

$$v_s = G_D \times 0{,}2 = 2\ \text{V};$$

• si $v_1 = 1{,}1$ V et $v_2 = 0{,}90$ V,

$$v_s = G_D \times 0{,}2 + G_{CM} \times 1 = 2 + 2 = 4\ \text{V}.$$

L'amplification en mode commun entraîne une erreur inacceptable.

Les voltmètres électroniques à entrée flottante mesurent la différence des tensions entre les deux bornes d'entrée. Si on applique une tension $v_1 = v_2 = v$ entre ses bornes le voltmètre indique une tension non nulle v_s. Le RRMC mesure $\dfrac{v_s}{v}$.

On parle également de mode série : si l'on applique une tension somme d'une tension continue v_0 et d'une tension alternative v, le voltmètre *continu* indique une tension fluctuant de $v_0 + v'$ à $v_0 - v'$, le rapport de réjection de mode série mesure $\dfrac{2v'}{v}$.

Exemple :

Pour le multimètre *Métrix*, le constructeur indique :

Réjection de mode série : 60 dB à 50 Hz et à 60 Hz.

Réjection de mode commun : supérieure à 100 dB à 50, 60 Hz et continu.

Tension de mode commun : 500 V maximum.

2 MULTIPLICATION DE DEUX TENSIONS

Soit un haut-parleur alimenté par un amplificateur de puissance. Pour mesurer la puissance électrique qu'il consomme, il faut recueillir deux tensions, l'une proportionnelle à l'intensité du courant, l'autre à la tension à ses bornes (un amplificateur de différence est bien utile dans ce cas). Pour visualiser la puissance instantanée en fonction du temps sur un oscillographe, il faut réaliser le produit de ces deux tensions.

2.1 Multiplieur analogique

Par définition, un multiplieur analogique est un système électrique qui fournit une tension de sortie, fonction linéaire du produit de ses deux tensions d'entrée. Soit $v_s = K \cdot v_x \cdot v_y$.

K est le facteur d'échelle nécessaire pour assurer l'homogénéité de la relation, il est nécessaire que K s'exprime en V^{-1} pour que v_s s'exprime en volts. Aussi, on pose parfois $K = \frac{1}{V_0}$.

2.2 Emploi d'un multiplieur

• Nous avons déjà rencontré le wattmètre et ses applications (voir cours de Première F, *p.* 318). Un wattmètre ne réalise cependant pas la fonction qui vient d'être définie. En effet, il indique seulement la *valeur moyenne* du produit de la tension par le courant et non sa *valeur instantanée*. Il existe pourtant des composants qui traduisent cette fonction avec précision, la sonde à effet Hall (voir cours de Première F, *p.* 211) et certains groupements d'amplificateurs logarithmiques ou exponentiels (voir *exercices* 12 et 13). **Nous nous intéressons plus particulièrement aux circuits intégrés réalisant cette fonction.**

• Au préalable, définissons les *propriétés électriques* d'un tel composant. Les *tensions d'alimentation* sont, en général, symétriques; elles assurent des excursions de v_s, v_1, v_2 positives et négatives (pour un multiplieur qualifié de quatre quadrants); les *tensions limites* d'entrée et de sortie permettent un fonctionnement linéaire. Il faut ajouter les *résistances d'entrée* (grande) et *de sortie* (petite). Enfin, on peut définir *la bande passante* relative à chaque entrée (si v_1 est une tension continue, elle est définie par la valeur de la fréquence à laquelle $20 \lg \left|\frac{v_s}{v_2}\right|$ a chuté de 3 dB).

• Il existe des *imperfections particulières aux multiplieurs*. Lors d'une première utilisation, un certain nombre de réglages doivent être effectués.

Soit, par exemple, $K = 0{,}1\ V^{-1}$.

Pour v_1 (ou v_2) $= 0$, il faut $v_s = 0$: c'est le réglage de zéro. Pour $v_1 = v_2 = 10$ V, on doit avoir $v_s = 10$ V; c'est le réglage de la pleine échelle (*fig.* 11.3).

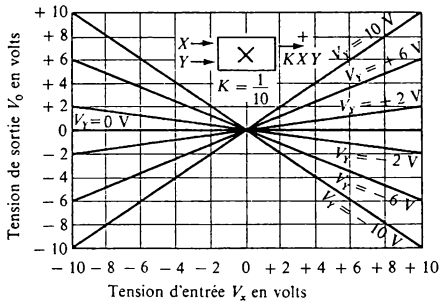


Fig. 11.3. **Caractéristiques de transfert d'un multiplieur.**

Maintenant les courbes, réelle et théorique, coïncident aux deux extrémités. En est-il de même ailleurs?

Toute discordance en un point, correspond à une erreur de linéarité en ce point définie par

$$E_R = \frac{v_{s\,\text{réelle}} - v_{s\,\text{théorique}}}{v_{s\,\text{théorique}}}$$

ou par

$$E'_R = \frac{v_{s\,\text{réelle}} - v_{s\,\text{théorique}}}{v_{s\,\text{pleine échelle}}}.$$

$v_{s\,\text{pleine échelle}}$ étant la tension maximale recueillie en sortie, par fonctionnement linéaire, avec bien sûr $E'_R < E_R$. Cette erreur se définit pour chaque entrée :

pour v_y = Cte, E'_{RX} = valeur maximale de E'_R,

pour v_x = Cte, E'_{RY} = valeur maximale de E'_R.

L'ordre de grandeur de cette quantité est de 2 %.

2.3 Applications

Un multiplieur réalise un grand nombre d'opérations classiques ses deux tensions d'entrée sont souvent notées v_x et v_y.

• Avec $v_x = v_y$, alors $v_s = kv_x^2$, on effectue une élévation au carré (*fig.* 11.4 *a*).

• Lorsque le multiplieur est inclus dans la boucle de contre-réaction d'un ampli. op. (*fig.* 11.5 *b*), alors la valeur $u_e = 0$ impose $v_1 = kv_2v_s$ d'où $v_s = \frac{v_1}{kv_2}$: le composant effectue le rapport de deux tensions.

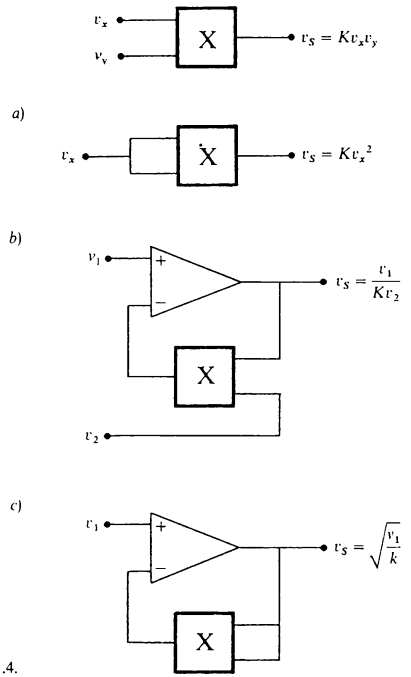


Fig. 11.4.

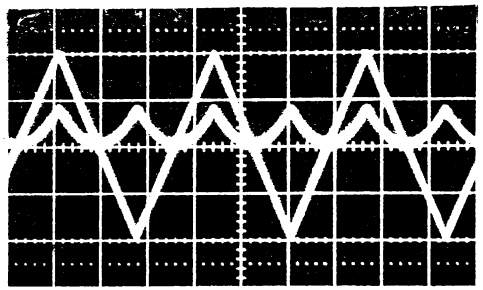


Fig. 11.5. **Utilisations du multiplieur.** Montage *a*) observation à l'oscillographe (600 Hz, entrée 0,5 V/cm, sortie 1 V/cm).

• De même (*fig.* 11.4 *c*), on a $v_e = kv_s^2$, d'où $v_s = \sqrt{\dfrac{v_e}{k}}$, v_s est alors fonction linéaire de la racine carrée de v_e.

3 INTÉGRATION D'UN SIGNAL

Cherchons à générer une tension en dents de scie (« triangulaire ») synchrone d'une tension rectangulaire. Pour chaque valeur de cette dernière, constante pendant une certaine durée, il s'agit d'obtenir une tension croissant linéairement dans le temps ce qui représente l'une des intégrales de la fonction de départ.

3.1 Réalisation de la fonction

• Appliquons un échelon de tension aux bornes d'un circuit RC (*fig.* 11.6 *a*). La tension aux bornes du condensateur est confondue avec une droite pendant les premiers instants de la charge. Précisons cette observation :

• A l'instant t, succédant immédiatement à $t = 0$, la tension aux bornes du condensateur étant encore très faible, on a approximativement $i \approx \dfrac{E}{R}$, donc

$$v_s = \frac{Q}{C} = \frac{1}{C}\int_0^{t_1} i\,dt \approx \frac{1}{C}\int_0^{t_1} \frac{E}{R}\,dt.$$

v_s peut être considérée, à un facteur près, comme l'intégrale de E prise entre 0 et t_1. Pourvu que t_1 soit très inférieur à la constante de temps τ du circuit.

Si R est très grande, t_1 peut être très grand. Ce serait le cas si l'on charge le condensateur par un générateur de courant (R infiniment grand).

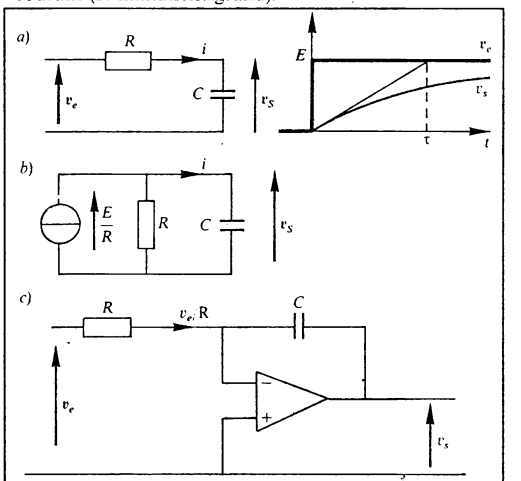


Fig. 11.6. **Intégrateur.**
a) Pour $t \ll \tau$, le circuit RC se comporte comme un intégrateur.
b) L'intégration est parfaite si R est très grande.
c) Intégrateur parfait.

Fabriquons un générateur de courant à partir de E suivant le montage de la figure 11.6 *c*.

La contre-réaction qui fait que la tension d'entrée de l'ampli. op. est pratiquement nulle permet d'écrire : $i \approx \dfrac{v_e}{R}$.

Ce courant i charge le condensateur. La tension aux bornes du condensateur, qui est pratiquement égale à v_s, est alors égale à

$$u_c = v_s = -\frac{1}{C}\int_0^t i\,dt = -\frac{1}{C}\int_0^{t_1} \frac{v_e}{R}\,dt.$$

Cette relation fait intervenir un coefficient de proportionnalité $\dfrac{1}{RC}$ dont l'unité (s^{-1}) assure l'homogénéité de la relation.

3.2 Réponse d'un intégrateur en régime sinusoïdal

L'intégrale par rapport au temps de $A \cdot \cos \omega t$ est $\left(\frac{A}{\omega}\right) \sin \omega t = \left(\frac{A}{\omega}\right) \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$. On note une division de l'amplitude par ω et un déphasage de $-\frac{\pi}{2}$.

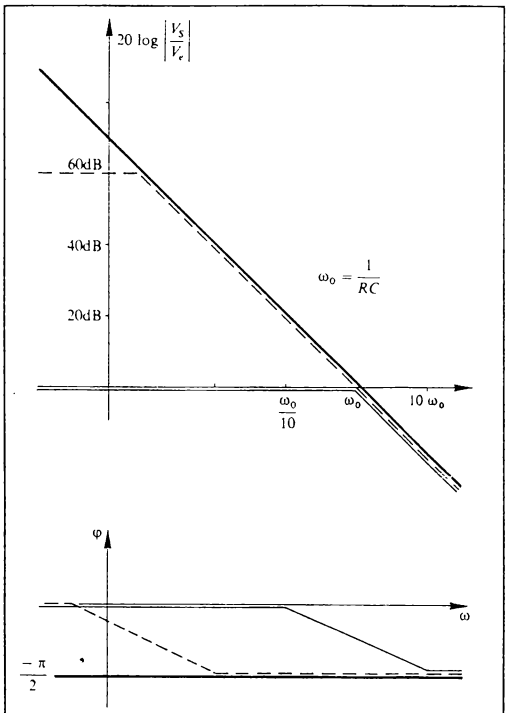


Fig. 11.7. **Courbe de réponse d'intégrateur.**
—— Intégrateur parfait,
----- Intégrateur à ampli. op,
—— Intégrateur en circuit *RC* (gain de l'ampli. op en boucle ouverte : 60 dB).

Pour l'**intégrateur à ampli. op.** (*fig.* 11.6 *c*),

$$\frac{\underline{v}_s}{\underline{v}_e} = -\frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1} = \frac{-1}{jRC\omega}$$

L'amplitude est divisée par $RC\omega$, le déphasage est de $-\frac{\pi}{2}(-j)$, mis à part le déphasage de $\pi(-)$, le but est atteint, on a affaire à un **intégrateur parfait.**

Pour le **circuit *RC***, $\frac{\underline{U}_s}{\underline{U}_e} = \frac{1}{(1 + jRC\omega)}$.

L'amplitude est divisée par $\sqrt{1 + R^2C^2\omega^2}$ et le déphasage est donné par tan $\varphi = -RC\omega$. Le but n'est atteint que si $RC\omega$ est très supérieur à 1, c'est-à-dire si ω est très supérieure à ω_0.

3.3 Réponse en régime non sinusoïdal

D'après le théorème de Fourier, tout signal périodique est décomposable en un signal continu (égal à la valeur moyenne du signal) et des harmoniques (*fig.* 11.8).

Pour la valeur moyenne, qui est un signal continu, donc de fréquence nulle, l'intégrateur réalisé avec l'ampli. op. présente une amplification infinie. En fait cette amplification n'est que très grande : celle de l'ampli. op. en boucle ouverte, elle va amener l'ampli. op. à la saturation, l'intégration ne fonctionne plus.

Il ne faut jamais appliquer une tension continue à un intégrateur parfait.

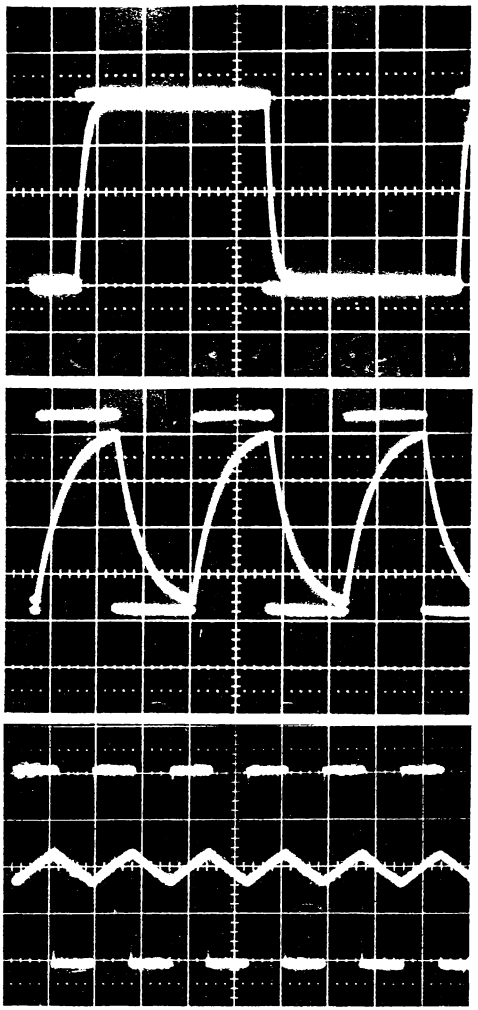


Fig. 11.8. **Comportement d'un circuit *RC*.**
Tension d'alimentation en créneaux. *a*) 60 Hz, *b*) 600 Hz, *c*) 6 kHz ($R = 47$ kΩ, $C = 5{,}64 \cdot 10^{-9}$ F).

On peut y remédier en plaçant une grande résistance R' en parallèle avec le condensateur, ce qui limite l'amplification en continu à $\frac{R'}{R}$. Cette résistance n'interviendra pas pour les harmoniques si ω est très supérieure à $\frac{1}{R'C}$.

L'intégrateur constitué par le circuit RC n'intègre pas une tension continue, mais celle-ci ne bloque pas son fonctionnement (*fig.* 11.9).

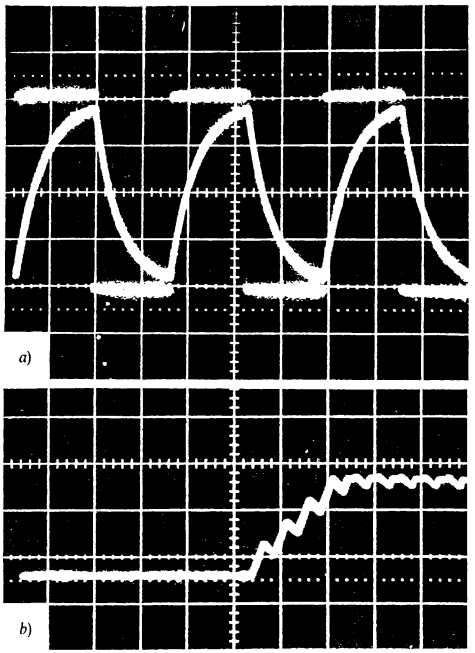


Fig. 11.9. **Comportement d'un intégrateur lorsque la tension d'entrée présente une composante continue.**
a) La réponse du circuit RC se centre sur la valeur moyenne de la tension d'entrée.
b) L'intégrateur à ampli. op ne cesse d'intégrer la composante continue ce qui l'amène à saturation.

Les **harmoniques** seront correctement intégrés par l'intégrateur à ampli. op. Ils le seront également par le filtre RC pourvu que leur fréquence soit très supérieure à ω_0.

4 DÉRIVATION D'UN SIGNAL

4.1 Étude d'un circuit dérivateur

Appliquons au circuit CR de la figure 11.10 un échelon de tension. Soit u la tension aux bornes du condensateur :

$$i = C\frac{du}{dt} \quad \text{et} \quad v_s = Ri = RC\frac{du}{dt}.$$

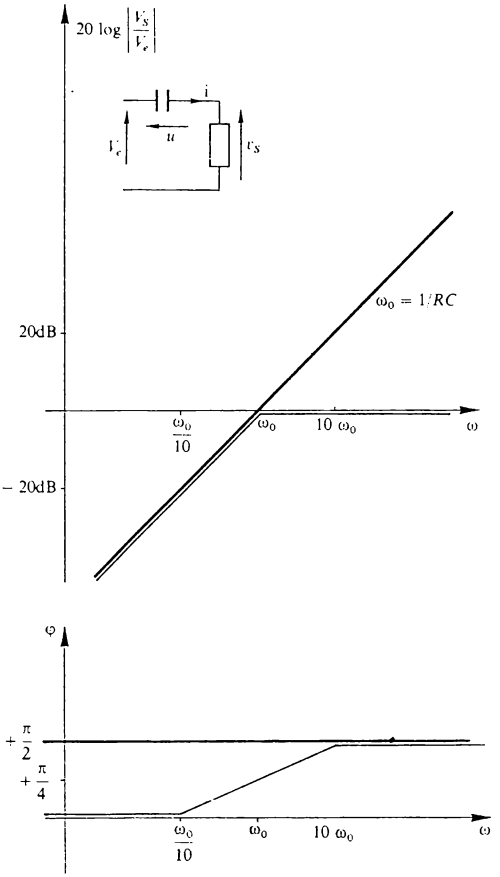


Fig. 11.10. **Courbe de réponse de dérivateur.** En gras : parfait. En maigre : circuit CR.

Au bout d'un temps assez long, le condensateur est pratiquement chargé, u est alors voisine de e si bien que $v_s = RC\frac{de}{dt}$, d'où $v_s = 0$, puisque e est une constante : v_s est bien la dérivée de la tension d'entrée.

De manière plus générale, **un tel circuit se comporte comme un dérivateur chaque fois que les conditions de fonctionnement sont telles que $v_s \ll v_e$.**

Cependant on pourrait s'interroger sur le fait que pour $t \ll \tau = RC$, la réponse du circuit « ressemble » à ce que l'on pourrait attendre d'un dérivateur : une impulsion indiquant par là que la dérivée du signal est très grande. Il s'agit là d'un cas particulier, car si l'on examine la réponse pour $t \ll \tau$ du même circuit à une tension en forme de rampe, on s'aperçoit que le phénomène transitoire obtenu n'a aucun rapport avec la dérivée.

4.2 Réponse à un régime sinusoïdal

La dérivée de $A \cos \omega t$ est $-A\omega \sin \omega t$, soit $A\omega \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$. Elle s'obtient par une multiplication de l'amplitude par ω et un déphasage de $\frac{\pi}{2}$.

Or la transmittance du circuit CR est égale à

$$\frac{\underline{v}_s}{\underline{v}_e} = \frac{jRC\omega}{1 + jRC\omega}.$$

Elle entraîne une multiplication de l'amplitude par $\frac{RC\omega}{\sqrt{1 + R^2C^2\omega^2}}$, terme qui n'est proportionnel à ω que si $RC\omega$ est très inférieur à 1. Elle entraîne un déphasage de $\frac{\pi}{2} - \psi$, avec $\tan \psi = RC\omega$, ce déphasage sera voisin de $\frac{\pi}{2}$ si $RC\omega$ est très faible.

Le but ne sera atteint que si $RC\omega$ est très inférieur à 1, c'est-à-dire pour des pulsations ω très inférieures à ω_0.

4.3 Réponse en régime non sinusoïdal

Un signal périodique étant décomposable en série de Fourier, **pour qu'il soit dérivé, il est nécessaire que toutes ses composantes le soient.**

L'examen du diagramme de Bode du circuit CR montre que cela n'est pas possible puisque les fréquences des harmoniques vont jusqu'à l'infini tandis que le circuit ne dérive que si ω est très inférieure à ω_0. Toutefois moyennant un choix convenable de ω_0, on peut espérer dériver le fondamental et les premiers harmoniques. La figure 11.11 montre ce qu'il en est avec un signal rectangulaire.

Remarque :
Un dérivateur supprime la composante continue d'un signal.

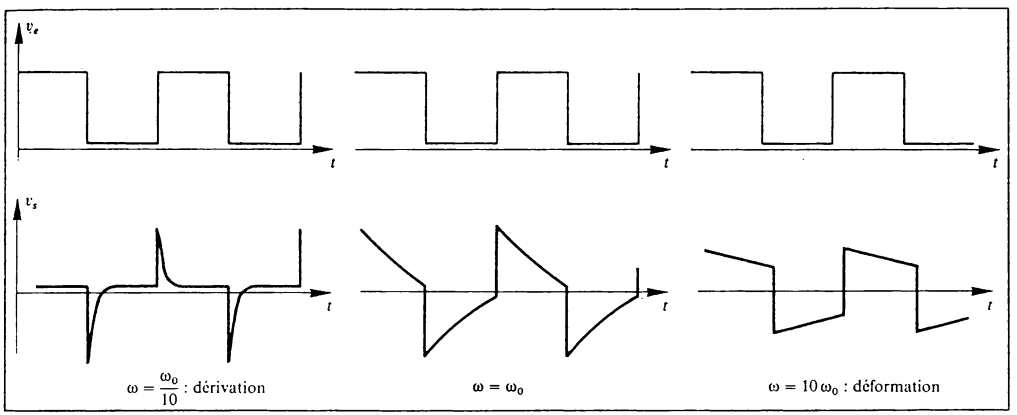


Fig. 11.11. **Réponse d'un circuit *CR* à un signal rectangulaire.** Lorsque $\omega < \omega_0/10$, la largeur à mi-hauteur de l'impulsion recueillie vaut 0,7 τ.

LABORATOIRE

Le multiplieur MC1495/1595 est *un circuit intégré analogique*. Il effectue une multiplication algébrique aussi bien entre tensions continues qu'entre tensions variables pour des fréquences atteignant 10 MHz. Les qualités essentielles de ce circuit intégré sont :

- une excellente linéarité;
- une large gamme de tension d'entrée (− 10 V à + 10 V) et de sortie (− 10 V à + 10 V);
- un facteur d'échelle ajustable;
- une alimentation compatible avec celle des amplificateurs opérationnels : ± 15 V.

1. Présentation

Dans le montage, $K = 0{,}1\ V^{-1}$, d'où $V_s = + 10$ V, quand $V_X = V_Y = + 10$ V.

La maquette est conforme à la figure ci-dessous :

2. Réglages préliminaires

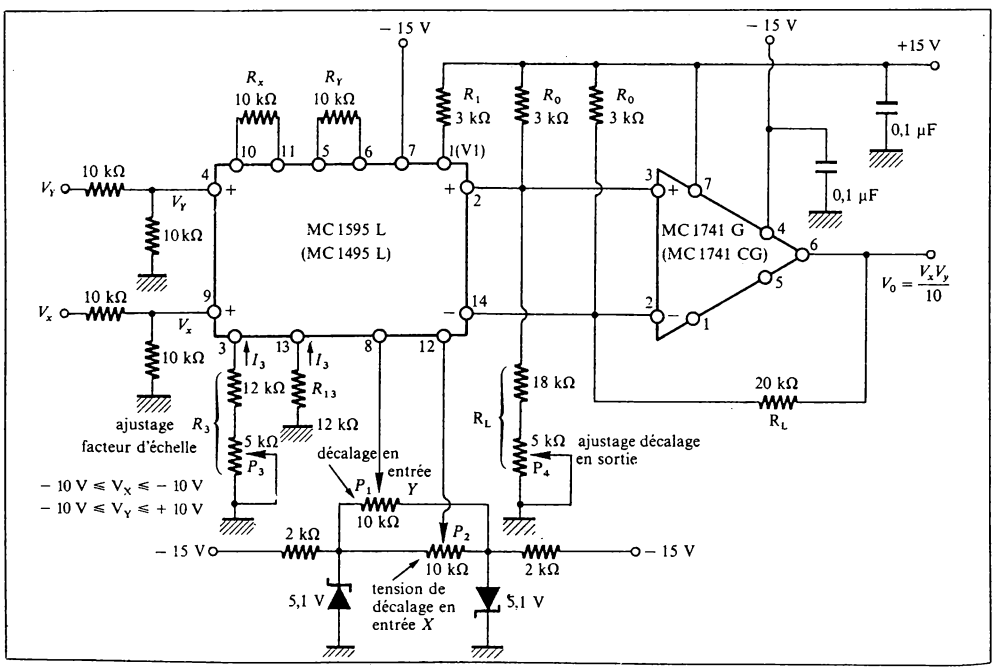
Comme tout système analogique travaillant en continu, le multiplieur est soumis à des déséquilibres et à des dérives qu'il convient de compenser au début de la manipulation. Il faut effectuer ou vérifier ces réglages dans l'ordre indiqué :

- décalage à l'entrée v_X.
  - régler $v_X = 0$,
  - connecter un générateur BF (1 kHz; v_{eff}) à l'entrée v_Y,
  - ajuster P_2 (borne 12) pour obtenir une tension alternative nulle en v_s,

- décalage à l'entrée v_Y.
  - régler $v_Y = 0$,
  - connecter un générateur BF (1 kHz; 1 V_{eff}) à l'entrée v_X,
  - ajuster P_1 (borne 8) pour obtenir une tension alternative nulle en v_s;

- décalage en sortie :
  - vérifier $v_X = v_Y = 0$,
  - ajuster P_4 pour avoir une tension continue nulle en v_s;

- facteur d'échelle :
  - vérifier $v_X = v_Y = + 10$ V;
  - ajuster P_3 pour avoir $v_s = + 10$ V.



• Reprendre, si nécessaire, ces réglages dans le même ordre, jusqu'à obtention des valeurs désirées.

3. Caractéristiques du circuit

• *Linéarité :*

Avec $v_X = +10$ V, on doit avoir :

$$v_s = K v_X v_Y = 0{,}10 \times 10 \times v_Y = v_Y.$$

On appelle erreur de linéarité la quantité $L = \dfrac{v_S - v_Y}{v_Y}$, que l'on exprime en pourcentage.

A l'aide d'un voltmètre numérique (une précision de 10^{-3} est nécessaire), relever les valeurs de $v_s - v_Y$ pour $0 \leqslant v_Y \leqslant +10$ V, puis chercher la valeur maximale de L.

• Bande passante

Avec $v_X = +5$ V; appliquer $v_Y = 5 \sin \omega t$, en prenant $f = \dfrac{\omega}{2\pi}$ variable. Relever la courbe de gain $\dfrac{v_s}{v_Y}$.

Que vaut la bande passante à -3 dB?

4. Applications

• En faisant varier $v_X = v_Y$ de $+10$ V à -10 V, relever la courbe $v_s = f(v_X$ ou $v_Y)$. Comparer à la courbe théorique $v_s = 0{,}1\, v_X^2$.

• Appliquer les tensions $v_X = v_Y = 5 \sin \omega t$ pour $\dfrac{\omega}{2\pi} = f = 1\,000$ Hz. Observer la tension de sortie v_s (entrée sur DC). Interpréter la figure observée.

• Appliquer une tension triangulaire telle que $v_X = v_Y$ d'amplitude crête à crête, égale à 20 V de valeur moyenne nulle, de fréquence 1 kHz. Observer et interpréter v_s, puis appliquer v_X (ou v_Y) sur l'entrée X de l'oscillographe, v_s sur l'entrée Y (en mode Lissajous). Observer et relever la figure sur l'écran.

• Réaliser un signal v_X correspondant à

$v_X = 5 + 5 \sin \omega t$, avec $\omega = 2\pi f = 2\pi \times 300$ rad/s.

Appliquer $v_Y = 5 \sin \omega' t$, avec $\omega' = 2\pi \times 3000$ rad/s.

Observer v_s. Il s'agit d'une *modulation d'amplitude,* telle qu'en génèrent les émetteurs radio en grandes ondes et en petites ondes.

DOCUMENTAIRE

Signal TV de luminance

Une caméra de prises de vues en télévision couleurs fournit trois signaux correspondant aux couleurs primaires, rouge, vert, bleu. Le signal de luminance traduit par une gamme de gris l'éclairement de la scène enregistrée, ce qui suppose connue, au préalable, la variation de la sensibilité de l'œil aux différentes couleurs.

L'œil humain est très sensible au vert, un peu moins au rouge et assez peu au bleu : le signal de luminance doit tenir compte de ce fait. En appelant *R, V, B,* les trois signaux de couleurs issus d'un point de l'image, si $R = V = B = 1$ volt (par exemple) cela signifie que la puissance reçue par la caméra de prises de vues en provenance de ce point image est la même pour les trois couleurs.

Si $R = 1$ volt et $V = B = 0$ volt, alors le point est rouge; il est vert quand $V = 1$ volt, $R = B = 0$ volt. Cependant dans les deux cas, l'impression de l'œil est différente car à puissance lumineuse égale, un point vert paraît plus clair à l'œil qu'un point rouge. Aussi constitue-t-on un signal de luminance Y en effectuant la **somme** des trois signaux *R, V, B,* après leur avoir appliqué une pondération liée à la sensibilité chromatique de l'œil. On aboutit aussi à la relation $Y = 0{,}30R + 0{,}59V + 0{,}11B = R = V = B$: c'est le signal transmis par l'émetteur de télévision.

Les récepteurs monochromes traduisent ce signal en une image noir et blanc. On appelle *compatibilité directe* ce procédé.

Inversement, un récepteur couleur doit être capable de recevoir une émission en noir et blanc. Pour cela, il est nécessaire que les signaux de chrominance, ceux qui apportent l'information relative aux couleurs, s'annulent à la réception pour le blanc, le gris et le noir. Or, pour ces teintes, les signaux sont justement $R = V = B$.

$$Y = 0{,}30R + 0{,}59V + 0{,}11B.$$

Il suffit, alors, de transmettre des différences de tension $(R - Y)$ et $(B - Y)$ pour remplir la condition précédente.

Un récepteur couleur reçoit trois signaux de génération d'images : $(R - Y)$, $(B - Y)$ et Y. Pour récupérer les informations primaires *R, V, B,* des matriçages sont mis en place : R est obtenue par la somme de $(R - Y)$ et de Y; B par la somme de $(B - Y)$ et de Y; V par la différence entre Y et $(0{,}30R + 0{,}11B)$.

ENTRAINEMENT ET RECHERCHE

QUESTIONS RAPIDES

1

Donner des exemples de situations qui nécessitent l'emploi d'additionneurs ou d'amplificateurs de différence.

2

Quelle est la plus importante cause d'imperfection dans un amplificateur de différence?

3

Définir le rapport de réjection du mode commun pour un amplificateur de différence.

4

Comment s'exprime la tension de sortie pour un multiplieur?

5

Quelles sont les erreurs introduites par un multiplieur?

6

Citer quelques applications des multiplieurs analogues.

7

A quelle inéquation doit obéir la constante de temps τ d'un intégrateur RC pour qu'il intègre correctement un signal périodique de fréquence f_0?

8

On applique une tension continue à un intégrateur parfait. Comment sa tension de sortie évolue-t-elle en fonction du temps?

9

Peut-on fabriquer un dérivateur parfait?

EXERCICES

10

On dispose des trois signaux R, V, B issus d'une caméra de TV couleur. Représenter le montage des circuits délivrant les signaux Y, $R - Y$, $B - Y$.

11

On dispose des signaux Y, $R - Y$, $B - Y$. Représenter le montage des circuits délivrant les informations primaires R, V, B.

12

On rappelle la loi liant la tension et l'intensité du courant aux bornes d'une diode : $I \approx I_s \exp\left(\frac{qV_D}{kT}\right)$.

Cette diode est placée en contre-réaction sur un amplificateur opérationnel; celui-ci est attaqué par une résistance R (montage inverseur).

a) Quelle est la relation qui lie v_s à v_e pour ce montage?

b) On intervertit diode et résistance. Donner la nouvelle relation qui existe entre v_s et v_e.

c) Quelles sont les limitations technologiques dans les deux montages. Quel est le signe de v_e et celui de v_s en fonction du sens de branchement de la diode?

13

On dispose de deux amplificateurs, dits logarithmiques et exponentiels, pour lesquels on a respectivement :

$$v_{s_1} = K_1 \lg \frac{v_1}{V_{10}} \quad \text{et} \quad v_{s_2} = K_2 \exp\left(\frac{v_2}{V_{20}}\right).$$

a) Préciser les unités des constantes K_1, K_2, V_{10}, V_{20}.

b) On additionne deux tensions issues d'amplificateurs logarithmiques. Quelle est la fonction réalisée?

c) On additionne deux tensions issues d'amplificateurs exponentiels. Quelle est la fonction réalisée?

14

On considère le montage de la figure ci-dessous :

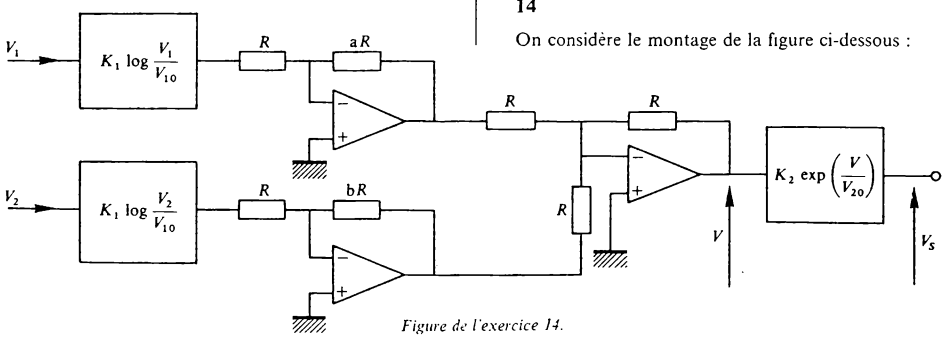


Figure de l'exercice 14.

a) Calculer v_s en fonction des constantes K_1, K_2, V_{10}, V_{20}, a, b et v_1 et v_2.

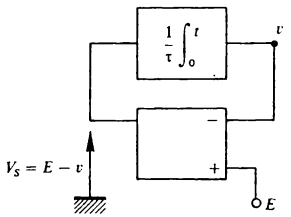
b) En déduire la manière de réaliser un multiplieur (est-il « 4 quadrants »?), un élévateur au carré, un extracteur de racine carrée, de racine cubique.

c) Comment faut-il modifier le montage pour réaliser un diviseur (v_1 divisé par v_2)?

15

Calcul analogique

Un calculateur analogique simule le fonctionnement d'appareils régis par une équation différentielle. Il comprend des intégrateurs, des additionneurs, des inverseurs. Déduire du schéma ci-dessous :

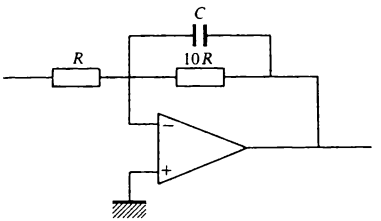


l'équation différentielle simulée (E est un échelon de travail).

Comment arrive-t-on à imposer une condition initiale à v (par exemple, $v = +3$ V à $t = 0$)? L'intégrateur est supposé presque parfait, c'est-à-dire qu'il comporte un amplificateur opérationnel.

16

D'après le circuit de la figure ci-dessous :



dessiner le diagramme de Bode et sa fonction de transfert.

On donne $C = 0{,}10$ µF, $R = 10$ kΩ.

On lui applique le signal de valeur

$v = 3 + 2 \sin (2\pi \times 5 \times t) + 1 \sin (2\pi \times 100 \times t)$(V).

Calculer la tension de sortie.

17

Un circuit dérivateur CR a une constante de temps de 1 ms. On lui applique à l'entrée un signal rectangulaire de fréquence 10 Hz. Quelle est la largeur à mi-hauteur des impulsions recueillies en sortie?

18

Sauriez-vous concevoir un dérivateur monté à partir d'un amplificateur opérationnel, d'une résistance et d'une capacité? Quelle serait son impédance d'entrée?

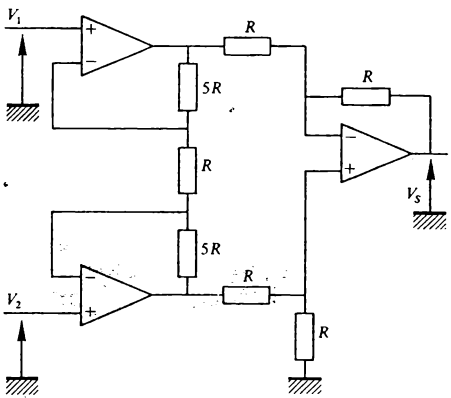
(En pratique, on n'utilise jamais de dérivations ainsi conçues : les déviateurs obtenus sont, en effet, instables.)

19

Pourquoi dit-on d'un voltmètre continu (constitué d'un galvanomètre à cadre mobile) qu'il « intègre »?

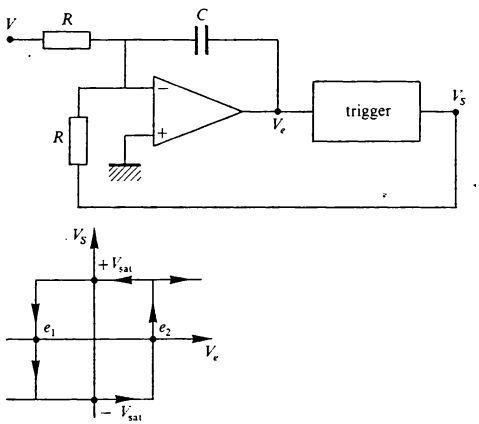
20

D'après le montage de la figure ci-dessous :



Calculer v_s en fonction de v_1 et v_2.

21



Le montage de la figure est constitué d'un intégrateur à deux entrées et d'un trigge de Schmitt dont on donne la fonction de transfert, avec $-V_{sat} < v < +v_{sat}$.

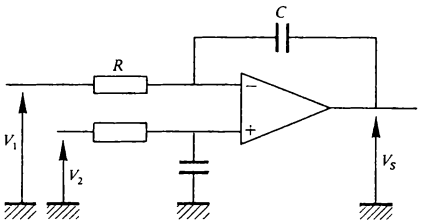
a) On suppose que $v_e = 0$ V, $v_s = -V_{sat}$. Comment v_e évalue-t-elle en fonction du temps? Que se passe-t-il quand $v_e = e_2$?

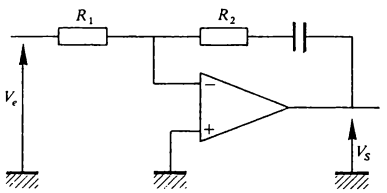
b) En déduire la période de cet oscillateur, en fonction de v, V_{sat}, R et C, e_1 et e_2.

c) Comment cette période varie-t-elle quand V varie?

22

Quelles fonctions réalisent les montages représentés sur la figure?





23

Un intégrateur RC se voit appliquer un signal rectangulaire v

$$\left(v = +2\ \text{V pour } 0 \leqslant t \leqslant \frac{T}{2},\right.$$
$$\left. v = -2\ \text{V pour } \frac{T}{2} \leqslant t \leqslant T\right),$$

avec $T = 10\ \mu s$ et $RC = 1$ ms. Dessiner la forme du signal réponse du circuit (avec une échelle convenable), en supposant l'intégration parfaite.

24

Un dérivateur RC se voit appliquer un signal rectangulaire v identique à celui de l'exercice précédent.

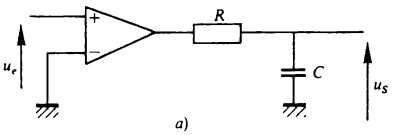
Construire la forme de sa réponse pour $T = 15$ ms, $RC = 1$ ms. (Rappelez-vous que la valeur moyenne du signal de sortie doit être nulle.)

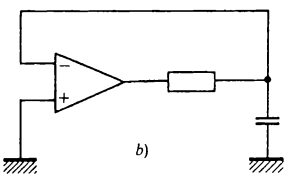
25

L'amplificateur 741, et tous ceux qui lui sont compatibles, sont assimilés à un amplificateur de gain 100 dB, suivi d'un filtre passe-bas de fréquence de coupure 10 Hz, la résistance de sortie de l'ensemble étant très faible.

a) On place en cascade un filtre RC, de fréquence de coupure 100 Hz. Montrer que le gain du système vaut 40 dB quand la phase globale a tourné de π (diagramme asymptotique) (figure).

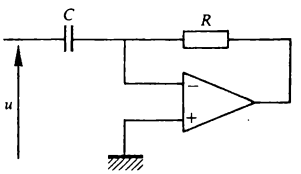
b) Montrer alors que le système *b*) risque d'être instable (réaction positive).





26

On pourrait constituer un dérivateur à amplificateur opérationnel suivant le schéma de la figure.

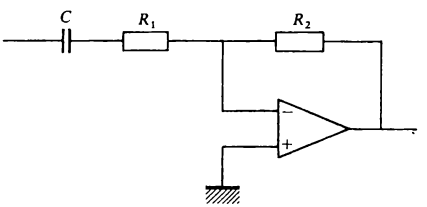


a) Calculer l'amplification complexe de ce montage.

b) Montrer que pour $u = 0$, on est ramené à l'étude de la stabilité faite dans l'exercice précédent.

27

On réalise alors un dérivateur de la façon suivante :



tracer le diagramme de Bode relatif à ce circuit. Dans quelle bande fréquence la dérivation est-elle correcte ($C = 1$ nF; $R_1 = 10$ kΩ; $R_2 = 100$ kΩ).

PROBLÈME

28

A) On donne un redresseur simple alternance auquel on applique une tension sinusoïdale v de valeur efficace 12 V, de fréquence 50 Hz (*fig.* 1).

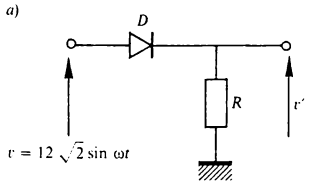


Fig. 1.

1° On suppose la diode D parfaite.

Dessiner la forme de la tension de sortie v' en fonction du temps.

2° Calculer la valeur moyenne de v' sur une période. Quelle est la fréquence du fondamental de v'?

3° On pose $\eta = \frac{v'_{Moy}}{v_{eff}}$. Calculer η.

4° On utilise un intégrateur, réalisé par un circuit RC pour récupérer la valeur moyenne de v'. Calculer la constante de temps RC du circuit qui atténue le fondamental de v' de 20 dB.

5° On applique le signal ainsi obtenu à un voltmètre continu, commuté sur le calibre 10 V. Quel étage faut-il interposer entre l'intégrateur et le voltmètre pour ne pas perturber le fonctionnement de l'intégrateur?

Sur quelle graduation l'aiguille du voltmètre s'arrête-t-elle quand la tension v est appliquée au redresseur (il y a 100 graduations)?

6° On applique au système redresseur un signal (*fig.* 2) de forme rectangulaire, d'amplitude $V_M = 12$ V.

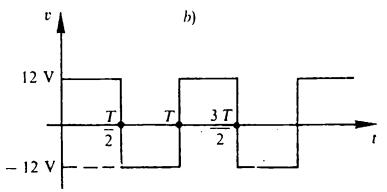


Fig. 2.

Calculer sa valeur efficace et sa valeur moyenne après redressement. Sur quelle graduation l'aiguille du voltmètre s'arrête-t-elle cette fois-ci? Quelle conclusion en tire-t-on?

B) Un multiplieur analogique a une tension de sortie donnée par $v_s = KV_1V_2$, K vaut 0,10 V^{-1}.

1° On applique sur ses deux entrées le signal sinusoïdal précédent. Dessiner la courbe de la tension de sortie. Quelle est alors la fréquence du fondamental de v_s? Quelle est sa valeur moyenne?

2° On intègre ce signal à l'aide d'un circuit RC, pour lequel $RC = 32$ ms. Que vaut l'atténuation du fondamental?

3° On désire que la tension issue de l'intégrateur commande un voltmètre continu, avec pour indication 5,4 V sur le calibre 10 V.

Proposer un montage (la résistance du voltmètre vaut 100 kΩ).

4° On applique à ce système le signal rectangulaire précédent. Qu'indique le voltmètre dans les mêmes conditions? Conclusion.

5° On applique à ce système un signal sinusoïdal de valeur efficace 6 V. Sur quelle division l'aiguille du voltmètre s'arrête-t-elle (calibre 10 V)?

C) Le montage représenté sur la figure 3 emploie un multiplieur dont les deux entrées sont réunies à la sortie d'un amplificateur opérationnel (on a $K = 0{,}10$ V^{-1}).

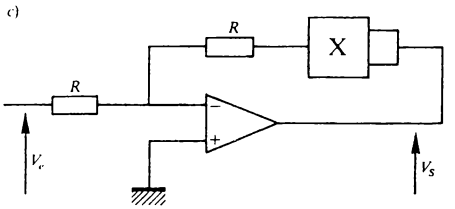


Fig. 3.

1° Indiquer quelle est la fonction d'un tel circuit.

2° Quel est le signe de v_e?

3° On fait précéder ce montage d'un amplificateur de gain 0 dB, qui inverse le signe des tensions qui lui sont appliquées.

Proposer un montage possible.

4° On applique au montage ainsi constitué un signal continu v. Quelle est la valeur de v_s?

5° Proposer alors, en tenant compte de la partie B, le schéma de principe d'un voltmètre efficace vrai, en précisant bien quelles sont les fonctions mises en œuvre.

6° Quel est l'avantage de ce dernier système par rapport à celui étudié dans la partie B?

Solution

A)

1° Voir figure 4.

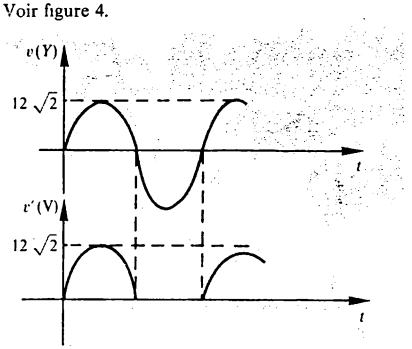


Fig. 4.

2° On a

$$v'_{Moy} = \frac{1}{T}\int_0^T V'\,dt = \frac{1}{T}\int_0^{T/2} V' \sin \omega t\,dt,$$

soit

$$v'_{Moy} = \frac{V'}{T} \times \frac{1}{\omega}\,[-\cos \omega t]_0^{T/2} = \frac{V'}{\pi},$$

avec $V' = 12\sqrt{2}V$, d'où $v'_{Moy} = 5{,}4$ V. La fréquence du fondamental est 50 Hz.

3° On a $\eta = \dfrac{5{,}4}{12} = 0{,}45$.

4° L'atténuation d'un circuit RC est de 20 dB pour $\omega \dfrac{10}{RC}$ (diagramme de Bode). Il faut donc $2\pi f = \dfrac{10}{RC}$, d'où $RC = \dfrac{10}{2\pi f} = \dfrac{10}{6{,}28 \times 50} = 0{,}032$ s.

5° Il faut interposer un amplificateur de gain unité, à grande impédance d'entrée : ce sera un montage suiveur.

La valeur moyenne mesurée est alors 5,4 V. L'aiguille s'arrête sur la division 54.

6° La valeur efficace V_{eff} de ce signal est telle que

$$V_{eff}^2 = \frac{1}{T}\int_0^T v^2\,dt = \frac{1}{T}\int_0^T (12\ V)^2\,dt$$

$$V_{eff}^2 = (12\ V)^2 \Rightarrow V_{eff} = 12\ V.$$

La valeur moyenne V_{Moy} du signal redressé vaut :

$$V_{Moy} = \frac{1}{T}\int_0^{T/2} v\,dt = \frac{12\ V}{2} = 6\ V.$$

L'aiguille s'arrête sur la graduation 60. Bien que de même valeur efficace que le signal sinusoïdal précédent, l'indicateur du voltmètre n'a pas la même signification car un tel système ne « mesure » les valeurs efficaces que pour des signaux ayant le même η.

B)

1° Les valeurs extrêmes atteintes par v_s sont 0 V et 28,8 V. La fréquence du fondamental est de 100 Hz. Le signal a une ondulation sinusoïdale autour de sa valeur moyenne qui vaut $\dfrac{28{,}8\ V}{2} = 14{,}4$ V (*fig.* 5).

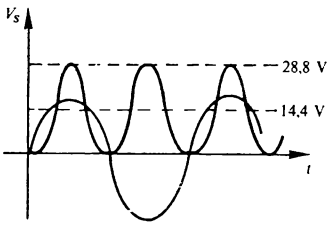


Fig. 5.

2° L'intégrateur est le même que précédemment, mais la fréquence du fondamental est double. Son atténuation sera donc plus forte de 6 dB : elle vaut 26 dB.

3° On peut réaliser un montage qui obéit au cahier des charges suivant : tension continue d'entrée égale à 14,4 V; résistance d'entrée grande; tension continue de sortie à 5,4 V, ce montage atténue. Cette propriété s'obtient par un pont diviseur, avec $\dfrac{5{,}4}{10^5} = \dfrac{9}{R'}$, soit $R' = 166$ kΩ (*fig.* 6).

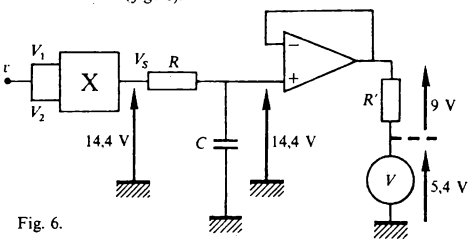


Fig. 6.

4° Dans les mêmes conditions, la valeur moyenne du signal de sortie du multiplieur vaut 14,4 V, donc elle est la même que dans le cas précédent. Le circuit réalise une mesure de valeur efficace vraie.

5° La valeur crête du signal de sortie du multiplieur est alors $(6\sqrt{2})^2 \times 0{,}10 = 7{,}2$ V. Sa valeur moyenne vaut 3,6 V. La déviation de l'aiguille est quatre fois plus petite : l'échelle du voltmètre efficace vraie ainsi constitué n'est pas linéaire.

C)

1° L'amplificateur opérationnel est bouclé : il y a contre-réaction par le multiplieur. Celle-ci impose

$$K\frac{V_s^2}{R} = -\frac{V_e}{R} \Rightarrow KV_s^2 = -V_e,$$

d'où $$V_s = \sqrt{\frac{-V_e}{K}}.$$

2° Il faut donc que $V_e < 0$.

3° Nous réalisons un montage inverseur, d'amplification -1 (*fig.* 7).

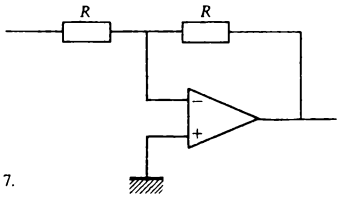


Fig. 7.

4° On a alors $V_s = \sqrt{\dfrac{V}{K}}$, avec $V \geqslant 0$.

5° Le schéma d'un tel voltmètre comprend :

- un multiplieur,
- un intégrateur,
- un inverseur,
- un extracteur de racine carrée,
- un organe d'affichage (*fig.* 8).

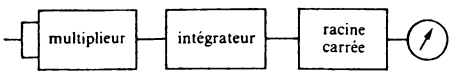


Fig. 8.

6° L'organe d'affichage a cette fois un cadran gradué linéairement.

CHAPITRE 12

AMPLIFICATION DE PUISSANCE

Dans ce chapitre, nous recherchons le moyen de fournir une puissance non négligeable ($\geqslant 1$ W) à une résistance de charge en général faible (quelques ohms), puis de comparer les valeurs des puissances P_T dissipées dans le (ou les) élément(s) actif(s), à celles de la puissance P_{ce} délivrée par l'alimentation et de la puissance P_s reçue par la charge.

Sauf mention contraire, nous envisageons l'amplification d'un signal de fréquence sonore, dont la période est donc très inférieure à la constante de temps thermique des composants. Les puissances calculées sont alors des *puissances moyennes*.

Le gain en tension demandé à ces amplificateurs est de peu d'intérêt : il est voisin de 1, l'amplification de puissance provenant surtout d'une amplification en courant.

1 AMPLIFICATION EN CLASSE A

Dans ce cas, **le transistor est polarisé au milieu de la droite de charge.** Il dissipe au repos une puissance non négligeable : $\frac{V_{CC}}{2} \cdot I_{CO}$ (*fig.* 12.1).

On a $V_{CC} = RI_{CO} + U_{CE_0}$.

$$U_{CE_0} = \frac{V_{CC}}{2} \Rightarrow R\frac{V_{CC}}{2I_{CO}}.$$

Si nous appliquons sur la base une variation sinusoïdale de courant, la tension de collecteur devient :

$$u_{CE} = \frac{V_{CC}}{2} - V \sin \omega t.$$

L'amplitude V de la tension variable recueillie sur la charge vaut au maximum $\frac{V_{CC}}{2}$.

Posons alors $V = \alpha \frac{V_{CC}}{2}$, avec $0 \leqslant \alpha \leqslant 1$: α est le **taux d'attaque** de l'étage de puissance.

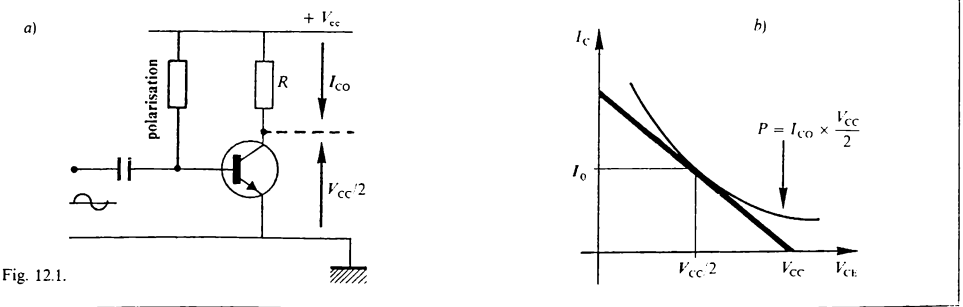


Fig. 12.1.

1.1 Puissance utile ou puissance reçue par *R*

Par définition,

$$P_s = \frac{1}{T}\int_0^T (Ri_C^2)\,dt,$$

or $i_C = I_{CO} + \frac{\alpha V_{CC}}{2R}\sin \omega t$, soit

$$P_s = \frac{1}{T}\int_0^T R\left[I_{CO}^2 + \frac{\alpha V_{CC} I_{CO}}{2R}\sin \omega t + \left(\frac{\alpha V_{CC}}{2R}\right)^2 \sin^2 \omega t\right] dt.$$

Cette intégrale se décompose en trois parties que nous calculons séparément :

$$P_{s_1} = \frac{1}{T}\int_0^T RI_{CO}^2\,dt = RI_{CO}^2,$$

$$P_{s_2} = \frac{1}{T}\int_0^T R \times \frac{\alpha V_{CC} I_{CO}}{2R}\sin \omega t\,dt = 0,$$

d'après la figure 12.2 *a*,

$$P_{s_3} = \frac{1}{T}\int_0^T R\left(\frac{\alpha V_{CC}}{2R}\right)^2 \sin^2 \omega t\,dt = \frac{R}{2}\left(\frac{\alpha V_{CC}}{2R}\right)^2,$$

d'après la figure 12.2 *b*, d'où

$$P_s = RI_{CO}^2 + \frac{1}{2}R\left(\frac{\alpha V_{CC}}{2R}\right)^2,$$

or (*fig.* 12.1)

$$\frac{V_{CC}}{2R} = I_{CO} \Rightarrow P = RI_{CO}^2 + \frac{R}{2}(\alpha I_{CO})^2.$$

Cette expression de la puissance est la somme de deux termes : la puissance P'_s, dissipée au repos (en continu), et la puissance P''_s, due à la variation de tension sinusoïdale aux bornes de la charge ou « puissance modulée » :

$$P_s = P'_s + P''_s.$$

Au maximum ($\alpha = 1$), on a $P''_s = \frac{1}{2}RI_{CO}^2$, ce qui était prévisible (courant sinusoïdal d'amplitude I_{CO}).

1.2 Puissance fournie par l'alimentation

L'alimentation délivre un courant d'intensité $I_{CO} + \alpha I_{CO} \sin \omega t$, sans la tension (constante) V_{CC}. On a donc

$$P_{CC} = \frac{1}{T}\int_0^T V_{CC} i_{CC}\,dt = V_{CC} \times \frac{1}{T}\int_0^T i_{CC}\,dt.$$

La puissance délivrée par une alimentation stabilisée est toujours le produit de sa tension par l'intensité moyenne du courant qu'elle débite.

Or, la valeur moyenne de i_{CC} (*fig.* 2 *c*) est I_{CO}, puisque $i_{CC} = I_{CO} + \alpha I_{CO} \sin \omega t$, d'où

$$P_{CC} = V_{CC} I_{CO}.$$

En classe A, la puissance fournie par l'alimentation est indépendante de l'amplitude du signal.

1.3 Puissance dissipée par le transistor

On peut calculer directement P_T par

$$\frac{1}{T}\int_0^T u_{CE} i_C\,dt.$$

Mais il est plus simple d'écrire la conservation de la puissance :

$$P_{CC} = P_T + P_s,$$

d'où

$$P_T = V_{CC} I_{CO} - \left[RI_{CO}^2 + \frac{1}{2}R(\alpha I_{CO})^2\right],$$

or $R = \frac{V_{CC}}{2I_{CO}}$, donc $P_T = \frac{V_{CC}}{2I_{CO}}\left(1 - \frac{\alpha^2}{2}\right)$.

Pour $\alpha = 0$, on retrouve la puissance dissipée au repos $P_{T_0} = \frac{V_{CC}}{2I_{CO}}$. Pour $\alpha = 1$, $P_T = \frac{P_{T_0}}{2}$.

En fonctionnement, le transistor dissipe moins qu'au repos.

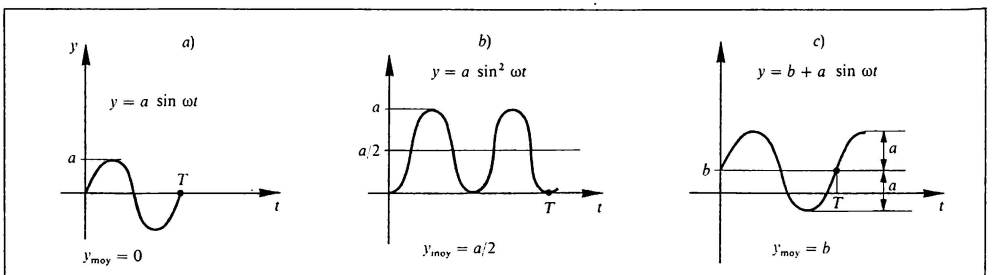


Fig. 12.2.

En effet, en fonctionnement, le point de fonctionnement du transistor s'éloigne de l'hyperbole de dissipation au repos.

Le transistor devra pouvoir consommer P_{T_0}, supporter la tension V_{CC} et l'intensité $2I_{CO}$.

1.4 Problèmes pratiques à résoudre

• En général, **c'est $(P''_s)_{MAX}$ qui est imposée.** (Remarquons à ce propos que la charge dissipe en permanence une puissance « continue » égale à P'_s. Dans le cas d'un haut-parleur, cela se traduit par un échauffement de la bobine et un déplacement de celle-ci par rapport à sa position de repos.)

On a alors :

$$(P_T)_{MAX} = 2(P''_s)_{MAX},$$
$$(P_{CC})_{MAX} = 4(P''_s)_{MAX}.$$

Ce qui revient à dire que, pour fournir 1 W à une charge, il faut employer un transistor pouvant dissiper 2 W, et une alimentation capable de fournir 4 W.

• **On est donc amené à parler de rendement.**

Par définition, $\eta = \dfrac{P''_s}{P_{CC}} = \dfrac{\alpha^2}{4}$, il vaut (au maximum) 0,25 pour $\alpha = 1$. En pratique, $\alpha_{MAX} < 1$ à cause des limitations du transistor, V_{CEsat} et I_{CEO}.

2 AMPLIFICATION EN CLASSE B

Le principe est différent de l'amplification en classe A. Le signal électrique sinusoïdal est partagé en deux : les alternances positives et négatives sont amplifiées séparément, puis recombinées dans la charge.

2.1 Principe de fonctionnement

• Considérons l'**amplificateur** (*fig.* 12.3 *a*) **employant un transistor NPN** monté en collecteur commun, mais sans polarisation de base.

Si nous supposons ce transistor parfait (tension de seuil nulle, $V_{CEsat} = 0$), nous savons qu'il ne conduit que pour $v > 0$. Alors, on a $v_s = v$ (*fig.* 12.3 *b*).

– quand $v < 0$, le courant de collecteur ne pouvant s'inverser, on a $v_s = 0$,

– quand le transistor conduit, le gain en tension est voisin de 1, le gain en courant peut être grand ($\approx \beta$). Le point de repos Q a pour coordonnées : $I_C = 0$, $U_{CE} = V_{CC}$ (*fig.* 12.3 *c*).

• **Imaginons un montage semblable** assurant la conduction du transistor seulement pour $v < 0$ (*fig.* 12.4 *b*). Le fonctionnement de ce montage employant un transistor PNP est symétrique du précédent.

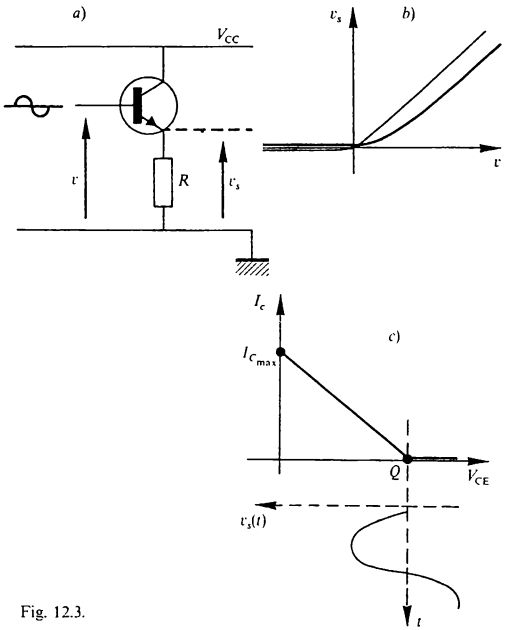


Fig. 12.3.

• **Regroupons ces deux montages** (*fig.* 12.4). Nous retrouvons bien la superposition du fonctionnement des deux étages collecteur commun.

– Pour $v \geqslant 0$, T_1 conduit, on a $v_s = v$.

– Pour $v \leqslant 0$, T_2 conduit, on a $v_s = v$.

Les deux alternances de la tension v sont traitées séparément, mais v_s est bien l'image de v.

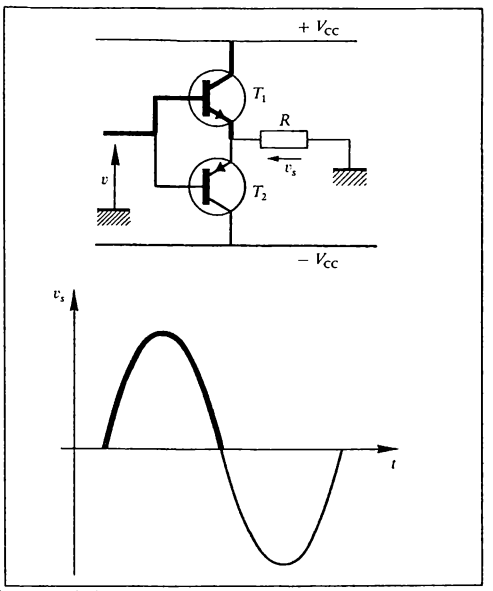


Fig. 12.4. **Principe d'un amplificateur classe B.**

2.2 Caractéristiques de fonctionnement

• **La caractéristique de transfert** est donnée sur la figure 12.5 *a*. Elle est la combinaison des caractéristiques de transfert des deux montages vus précédemment.

En pratique, elle présente une partie non rectiligne autour de $v = 0$. Ceci est dû à l'existence des seuils de conduction de chaque transistor. Ce phénomène crée une **distorsion « de croisement » ou « de raccordement »**, qui fait que tout signal d'amplitude inférieure à 0,6 V ne crée pas de courant de sortie. On lutte contre cette distorsion en polarisant légèrement les bases pour les amener au seuil de conduction (*fig.* 12.5). Le dipôle *D* employé est une résistance, ou une CTN, ou un ensemble de deux diodes (on parle de classe AB).

C'est pour ces circuits que la question de stabilité thermique se pose avec le plus d'acuité. En effet la charge résistive *R* est en général faible (quelques ohms) : elle ne limite pas le courant dans les transistors quand il y a emballement thermique.

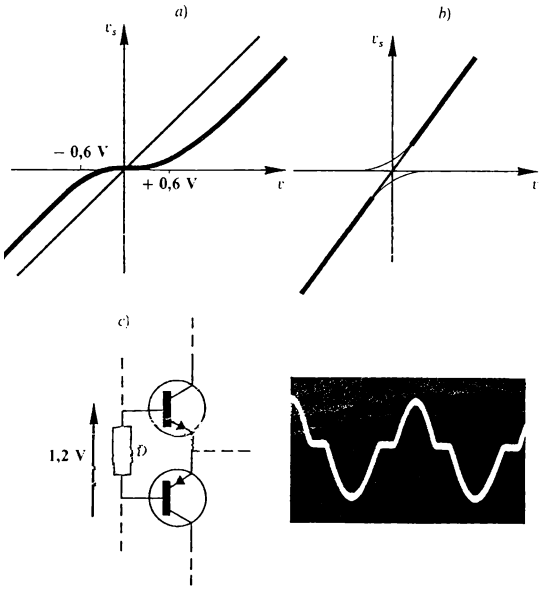


Fig. 12.5. **Distorsion de croisement.**
a) Courbes $v_s(v)$ réelle et théorique.
b) La distorsion de croisement est réduite par :
c) Une prépolarisation des bases.
d) Observation d'une distorsion de croisement sur un signal sinusoïdal.

• La **caractéristique de sortie** est obtenue en combinant les droites de charge de chaque transistor (*fig.* 12.6).

On peut écrire :

$$i_s = i_{C_1} + i_{C_2},$$
$$2V_{CC} = v_{CE_1} - v_{CE_2},$$
$$V_{CC} = v_{CE_1} + v_s = -(v_{CE_2} + v_s).$$

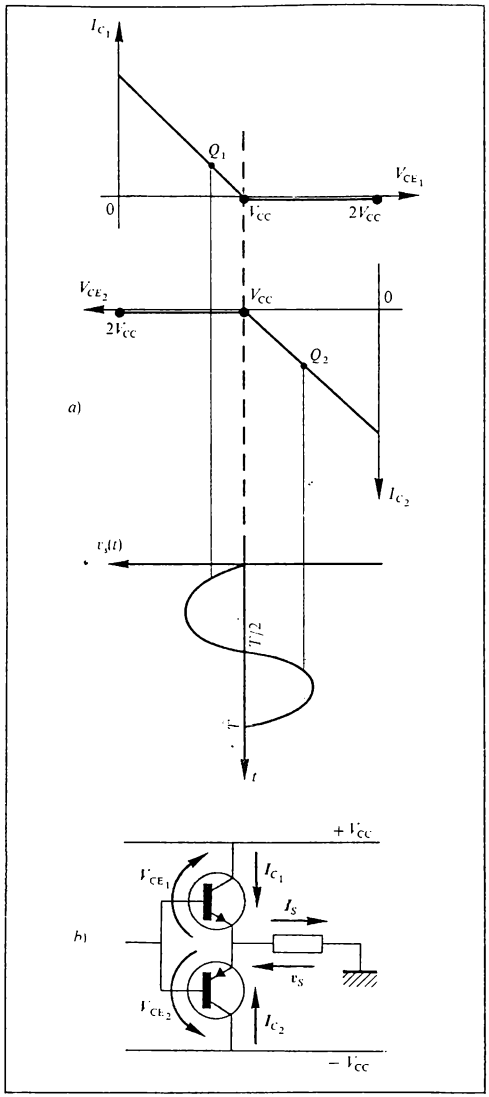


Fig. 12.6. **Caractéristiques de sortie.**
a) De chaque transistor. *c*) De l'amplificateur.

2.3 Calcul des puissances mises en jeu

Le courant i_s dans la charge est supposé sinusoïdal, soit I_s son amplitude. La valeur maximale que peut prendre I_s est $I_{C_1 max}$ (ou $I_{C_2 max}$).

De même la valeur maximale de l'amplitude de v_s est égale à V_{CC}.

Posons $I_s = \alpha I_{C_1 max}$ et $i_s = I_s \sin \omega t$. On a $0 \leqslant \alpha \leqslant 1$.

• *Puissance utile* P_s :

$$P_s = R\left(\frac{I_s^2}{2}\right) = R\alpha^2 \frac{I_{C_1MAX}^2}{2} = \alpha^2 P_{sMAX},$$

avec $$P_{sMAX} = R\frac{I_{C_1MAX}^2}{2} = \frac{V_{CC}^2}{2R}.$$

• *Puissance fournie par l'alimentation*

Chaque alimentation fournit, sans tension constante, du courant pendant une demi-période (*fig.* 10.9).

On a donc :

$$P_{CC_1} = V_{CC_1} \cdot (I_{CC_1})_{moyen} = V_{CC_1} \cdot \frac{I_s}{\pi}.$$

$$P_{CC_2} = (-V_{CC_2}) \cdot (I_{CC_2})_{moyen} = V_{CC_2} \cdot \frac{I_s}{\pi}$$

(voir cours de Première, F, *p.* 145).

Alors

$$P_{CC} = 2V_{CC}\frac{I_s}{\pi} = 2V_{CC}\frac{\alpha I_{CMAX}}{\pi} = \alpha(P_{CC})_{max},$$

avec

$$(P_{CC})_{MAX} = \frac{2V_{CC}I_{CMAX}}{\pi} = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{V_{CC}^2}{R}.$$

• *Puissance dissipée* P_T *par chaque transistor :*

A cause de la symétrie du montage, on a

$$2P_T = P_{CC} - P_s,$$

soit

$$2P_T = \alpha \cdot \frac{2}{\pi} \cdot \frac{V_{CC}^2}{R} - \frac{\alpha^2}{2} \cdot \frac{V_{CC}^2}{R} = \frac{V_{CC}^2}{2R}\left(\frac{4}{\pi}\alpha - \alpha^2\right).$$

Étudions la fonction $P_T(\alpha)$:

– Cette puissance est nulle pour $\alpha = 0$, en effet les deux transistors sont bloqués en l'absence de signal.

– Elle est maximale pour $\alpha = 0{,}65$ et vaut alors $P_{TMAX} = \frac{V_{CC}^2}{\pi^2 R} \approx 0{,}1\frac{V_{CC}^2}{R}$.

– Elle diminue ensuite pour des valeurs de α supérieures.

Ces résultats concordent avec l'étude du mouvement du point de fonctionnement sur la droite de charge.

• *Conclusions pratiques*

Prenons comme référence la puissance utile maximale. Pour $P_{sMAX} = 10$ W, il faut employer deux transistors complémentaires dissipant chacun 2 W et deux alimentations fournissant chacune environ 6,6 W.

Quel rendement peut-on attendre d'un amplificateur de ce type? En définissant le rendement par $\eta = \frac{P_s}{P_{CC}}$, on détermine

$$\eta = \frac{\alpha^2 P_{sMAX}}{\frac{4\alpha}{\pi} P_{sMAX}} = \frac{\pi}{4}\alpha.$$

Il vaut zéro pour $\alpha = 0$ et $\frac{\pi}{4}$ (soit 78 %) pour $\alpha = 1$.

2.4 Améliorations

Le montage précédent présente l'inconvénient de nécessiter deux sources d'alimentation. Il est possible, par l'utilisation d'une **capacité réservoir,** de n'en employer qu'une (*fig.* 12.7).

Le fonctionnement est le suivant :

– au repos, le condensateur se charge sous la tension $\frac{V_{CC}}{2}$. Sa capacité, de forte valeur, équivaut à une source de tension constante (*fig.* 12.7 *a*);

– pour une tension d'entrée $v > 0$, T_1 conduit, T_2 est bloqué. On retrouve le schéma de la figure 12.4 *a*, mais avec une tension d'alimentation égale à $\frac{V_{CC}}{2}$;

– pour une tension d'entrée $v < 0$, T_1 est bloqué. C'est alors la capacité qui joue le rôle d'alimentation $\frac{V_{CC}}{2}$ pour le reste de l'alternance.

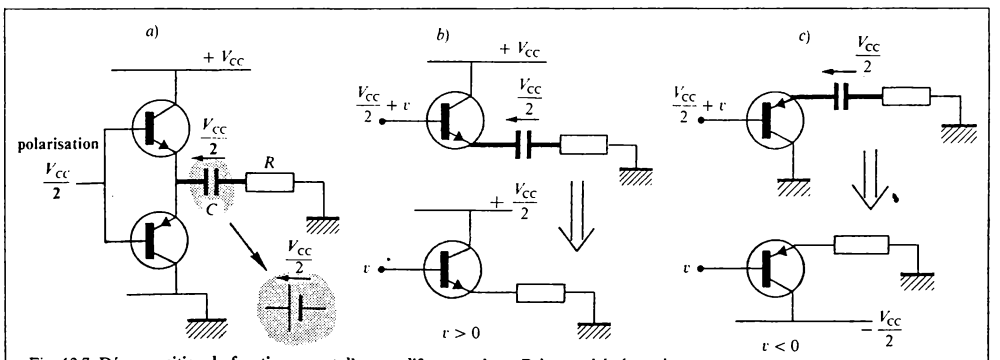


Fig. 12.7. **Décomposition du fonctionnement d'un amplificateur classe B à capacité réservoir.**

Le calcul de la valeur de C est délicat. En dernière approximation. le condensateur introduit une fréquence de coupure basse f_B égale à $\frac{1}{2\pi C(R_s + R)}$, en appelant R_s la résistance de sortie de l'étage (qui est faible et généralement très inférieure à la charge R).

Exemple :

$R = 8\ \Omega$, $f_B = 30$ Hz, on a aussi $C > 330\ \mu$F.

2.5 Utilisation d'un préamplificateur à ampli. op.

Nous avons exclu pour le moment, la question de l'attaque d'un tel étage en classe B. A l'heure actuelle, la solution généralement retenue est l'utilisation d'un amplificateur opérationnel pour lequel la contre-réaction est prise sur les émetteurs des transistors de sortie (*fig.* 12.8).

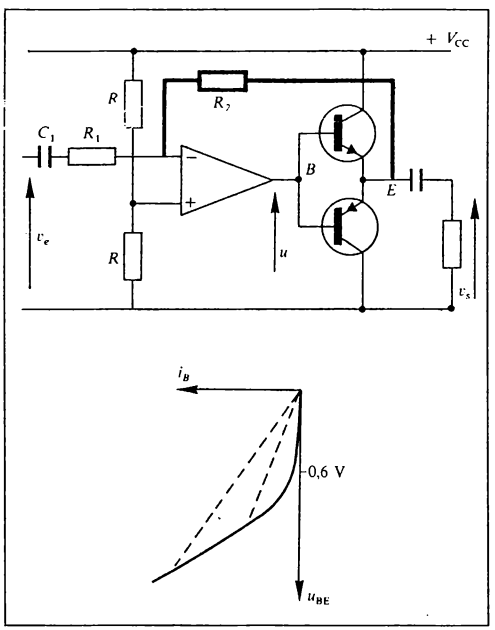


Fig. 12.8. **Schéma complet d'un amplificateur de puissance.** Distinguez la contre-réaction continue assurant la polarisation et la contre-réaction dynamique. Caractéristique d'entrée d'un transistor, la résistance d'entrée varie suivant le point de fonctionnement.

Cette connexion élimine la distorsion de croisement.

Remarquons alors que la vitesse de balayage du montage est celle de l'amplificateur opérationnel.

Étudions en effet ce qui se passe pour le signal. On suppose qu'à la fréquence du signal, les condensateurs se comportent comme des court-circuits.

Supposons que $R_1 = 1$ kΩ, $R_2 = 10$ kΩ,

les transistors conduisent dès que $U_{BE} \geqslant 0{,}6$ V,

et l'amplification à vide de l'ampli. op. vaut $A_0 = 100\,000$.

– Lorsque u_s donc u sont grands, la résistance dynamique entre B et E est moyenne, et l'ampli. op. est muni d'une contre-réaction efficace :

$$|u_{BE}| = \frac{R_2 + R_{BE}}{R_1}\,|u_e|,$$

$$|u_s| = |u_{BE}|\,\frac{R_2}{R_2 + R_{BE}} = |u_e|\,\frac{R_2}{R_1},$$

d'où

$$|u_s| = 10 \cdot |u_e| \quad \text{et} \quad |u_s| = 0{,}7\ \text{V} \Rightarrow |u_e| = 0{,}07\ \text{V}.$$

– Lorsque la classe B est bloqué, les courants de base des transistors sont nuls, donc la boucle de réaction de l'ampli. op. est coupée.

Alors $|u_{BE}| = A_0|u_e| = 100\,000 \cdot |u_e|$, ceci sera valable tant que $|u_{BE}|$ sera inférieure à 0,6 V, ce qui entraîne $|u_e|$ inférieure à 6 μV.

– Lorsque $6\ \mu\text{V} < |u_e| < 0{,}07$ V, la résistance entre B et E est élevée. La contre-réaction est faible si bien que la relation $|u_{BE}| = \frac{R_2 + R_{BE}}{R_1}\,|u_e|$ n'est pas applicable :

$$|u| = x\,|u_e|, \quad \text{avec} \quad 10 < x < 100\,000.$$

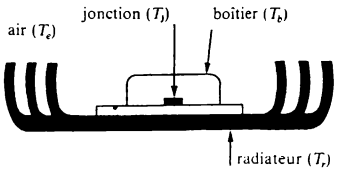
– C'est la très grande valeur de A_0 qui fait que celui classe B est débloqué dès que u_e atteint 6 μV.

Rappelons que cette valeur de A_0 décroît très rapidement lorsque la fréquence du signal augmente (*fig.* 7.7).

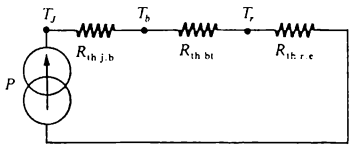
3 DISSIPATION THERMIQUE

La puissance P_T dissipée par un transistor l'est au niveau de la pastille de silicium. Elle entraîne un échauffement de celle-ci. En régime permanent, on évacue la chaleur ainsi produite vers l'extérieur du boîtier. Or un certain nombre de milieux solides séparent la jonction de l'air ambiant (*fig.* 12.13). La transmission s'effectue par conduction de la jonction vers le boîtier, du boîtier vers le radiateur, puis par convection du radiateur dans le milieu ambiant extérieur. Cependant, cette évacuation de chaleur n'a lieu que si la température extérieure est inférieure à celle

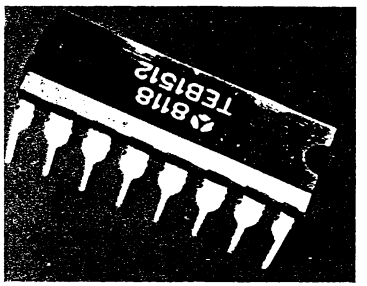
a)



b)



c)



(*Photo* Thomson semiconducteurs.)

d)

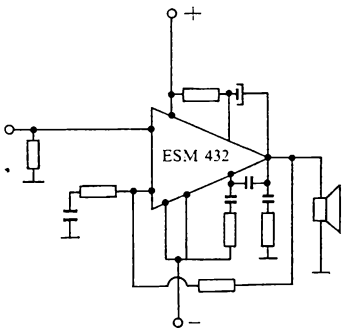


Fig. 12.9. *a*) **Transistor de puissance monté sur radiateur.**
b) Schéma équivalent électrique.
c) Amplificateur basse fréquence intégré ESM 432 (− 15 V, + 15 V. 20 W de 20 Hz à 50 kHz, courant d'entrée 0,2 µA, R th j b < 5 °C/W).
d) Schéma d'un amplificateur pour « chaîne hi-fi » de moyenne puissance.

du transistor. Il est commode d'établir alors une analogie :

différence de potentiel électrique ↔ différence de température
courant électrique ↔ puissance dissipée
résistance électrique ↔ résistance thermique

Cette analogie conduit à une loi d'Ohm thermique :

$$\Delta T = R_{th} \cdot P,$$

avec P en watts, R_{th} en degrés Celsius par watt et ΔT en degrés Celsius.

Pour une puissance P donnée, un écart de température ΔT étant imposé ($T_j - T_e$, sachant que T_j maximale est 175 °C pour un transistor au silicium), on calcule la résistance thermique maximale à interposer entre jonction et ambiance.

Voici quelques ordres de grandeur...

R_{thjb}	R_{thbr}	R_{thra}
2N3055 boîtier TO3 1,2 °C/W	(avec graisse silicone) 0,2 °C/W	Radiateur en aluminium carré de 20 cm de côté, horizontal : 3,5 °C/W
MJE520 boîtier plastique 3,2 °C/W	avec rondelle de mica : 0,3 °C/W	

Exercice d'application :

Un transistor fonctionne dans les conditions suivantes :

$$P = 20\ \text{W};\quad T_j = 175\ °\text{C};\quad T_a\ 30\ °\text{C},$$

avec

$$R_{thjb} = 2\ °\text{C/W},\quad R_{thbr} = 0{,}25\ °\text{C/W}.$$

Quelle résistance thermique doit-on employer pour le radiateur?

Le calcul donne

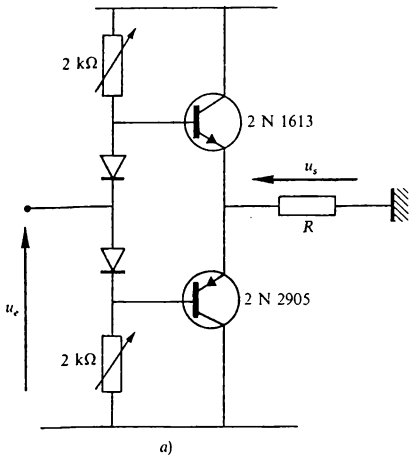
$$R_{th} = \frac{\Delta T}{P} = \frac{175 - 30}{20} = 7{,}25\ °\text{C/W},$$

d'où pour le radiateur seul : 7,25 − (2 + 0,25) = 5 °C/W.

On en déduit, en régime permanent, la température des divers éléments :

$$T_j = 175\ °\text{C};\quad T_b = T_j - R_{thjb} \cdot P = 135\ °\text{C};$$
$$T_r = T_b - R_{thbr} \cdot P = 130\ °\text{C}.$$

LABORATOIRE



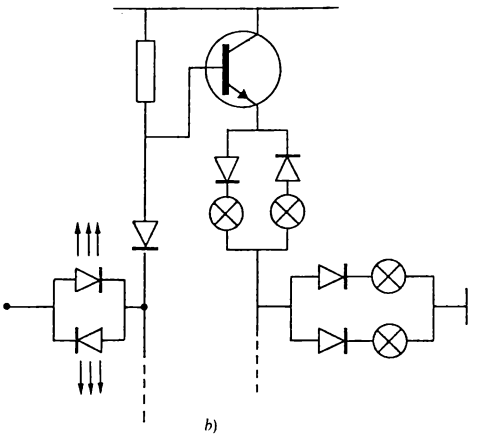


Fig. 12.10. **Montages classe B.**
a) On règlera les potentiomètres de façon à compenser les dissymétries des composants. $R = 10\ \Omega$ ou un haut-parleur shunté au besoin par une petite capacité.

b) Ce montage que vous compléterez facilement utilise des LED et des lampes 6 V 100 mA, il est alimenté sous ± 9 V. Amplifiant des signaux carrés de très basse fréquence, il peut vous aider à comprendre le mécanisme de la classe B.

Soit à étudier l'amplification en classe B. On s'intéresse à la dissipation thermique, à la polarisation et à la distorsion. Si on se limite à l'étude de ces dernières, on se contente de se mettre en classe B sans faire de puissance, avec, par exemple, des transistors 2N1613 et 2N2905 (*fig.* 12.10).

1° En régime sinusoïdal de fréquence 1 kHz :

- Quelle puissance électrique la résistance R arrive-t-elle à consommer?
- Relever à l'oscillographe l'allure de la tension $u_s(t)$ pour différentes valeurs de u_e bien choisies de façon: à mettre en évidence la distorsion de croisement et la saturation.
- Tracer la courbe donnant le taux de distorsion de u_s en fonction de l'amplitude de u_e. pour quelle valeur de u_e cette distorsion est-elle minimale? On conservera cette valeur par la suite.
- Quelle est alors la puissance consommée par la charge, celle fournie par l'alimentation?
- Mesurer la résistance d'entrée de l'étage.

2° En régime de signaux carrés ou triangulaires : observer le comportement du montage.

Un amplificateur peut présenter un taux de distorsion très faible quelle que soit la fréquence et pourtant mal restituer les signaux carrés car le distorsiomètre ne renseigne pas sur le déphasage apporté par l'amplificateur.

ENTRAINEMENT ET RECHERCHE

QUESTIONS RAPIDES

1

Où se situe le point de repos du transistor utilisé en classe A; en classe B?

2

Rappeler ce qu'est un Darlington et sa principale caractéristique (voir cours de Première F, *p.* 167).

3

Pour quelle valeur de l'amplitude du signal, la puissance moyenne consommée par le transistor est la plus importante : en classe A; en classe B?

4

Un amplificateur de puissance n'est pas forcément destiné à alimenter un haut-parleur. Il sert également en commutation, ou à commander un moteur dans un servomécanisme...

Pourquoi doit-on alors reconsidérer les calculs de puissance figurant dans le cours?

5

Un amplificateur est dit en classe A′ (ou A glissante) lorsque, en classe A, l'intensité du courant de polarisation variant de façon à rester constamment égale à l'amplitude du signal.

Quel est l'avantage de la classe A′ sur la classe A?

6

Rappeler comment les variations de température modifient le comportement d'un transistor (voir cours de Première F, *p.* 53).

7

Quelle est l'unité de résistance thermique?

8

On part d'un profilé d'aluminium pour réaliser un radiateur dont une longueur de 10 cm est donnée pour 0,1 °C/W. Quelle est la résistance thermique d'un radiateur de longueur 20 cm?

Comment réduit-on la résistance thermique d'un radiateur sans en modifier les dimensions?

A propos de la dissipation thermique, relire le cours de Première F, p. 47 à 49.

EXERCICES

9

On monte en classe A un transistor 2N1613 ne pouvant consommer plus de 0,8 W et une alimentation délivrant 12 V. Calculer, pour un taux d'attaque égal à 1, la puissance modulée maximale dans la charge et la valeur de la charge correspondante.

10

On veut réaliser un amplificateur classe B alimenté sous + 12 V et − 12 V. On suppose les transistors parfaits et le signal sinusoïdal.

1° Quelle devrait être la résistance de charge pour que l'on puisse recueillir une puissance utile de 25 W avec un taux d'attaque égal à 1?

2° On arrondit la valeur précédente à la valeur entière supérieure et cette nouvelle valeur sera conservée dans la suite et le taux d'attaque reste égal à 1.

a) Quelle est la puissance moyenne consommée par l'ensemble des deux transistors?

b) la résistance thermique entre un transistor et son boîtier vaut 1 °C/W et entre le boîtier et le radiateur 0,5 °C/W. Quelle est la résistance thermique maximale que peut présenter le radiateur commun aux deux transistors sachant que la température maximale admissible pour un transistor est de 150 °C et la température extérieure maximale de 50 °C?

Réponse :

1° Signal sinusoïdal $P_s = \dfrac{U_s^2}{R}$, or $U_{s\max} = 12$ V, donc $U_s = \dfrac{12}{\sqrt{2}}$, $P_s = \dfrac{144}{2R}$,

$$P_s = 25 \text{ W} \Rightarrow R = 2{,}88\ \Omega.$$

2° $R = 3\ \Omega$, $P_s = \dfrac{144}{6} = 24$ W, $I_{s\text{Max}} = \dfrac{12}{3} = 4$ A.

a) D'après le cours

$$P_{CC} = 2V_{CC}\frac{I_s}{\pi} = 2 \times 12\frac{4}{\pi} = 30{,}5 \text{ W}.$$

La charge consommant 24 W, il reste 6,5 W pour les transistors.

b) $\theta_{\text{jonction}} - \theta_{\text{ext}} = R_{\text{th}} \cdot P$, d'où $100 = R_{\text{th}} \times 6{,}5$, soit $R_{\text{th}} = 15{,}3$ °C/W entre jonction et extérieur.

Les deux résistances thermiques transistor-radiateur de 1,5 °C/W sont en parallèle. La résistance équivalente est donc de $\dfrac{1{,}5}{2} = 0{,}75$ °C/W.

Il reste donc $15{,}3 - 0{,}75 = 14{,}55$ °C/W pour radiateur-extérieur, ceci est une valeur maximale à ne pas dépasser.

11

On considère le montage de la figure 12.6 alimenté par un générateur de tension. A un instant donné un seul transistor conduit, on fera comme s'il était seul.

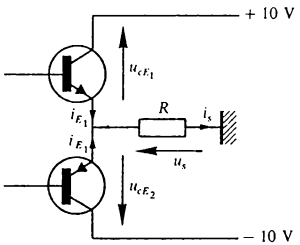
On donne pour un transistor $h_{11} = r = 300\ \Omega$ et $\beta = 80$.

a) Calculer la résistance de sortie de l'ensemble générateur-deux transistors.

b) On suppose la charge R adaptée en puissance, calculer alors la résistance d'entrée.

12

On considère le montage où R est une résistance de 10 Ω et v_s une tension sinusoïdale d'amplitude 10 V.



1° Calculer, à chaque douzième de période, les valeurs de i_{E_1}, $-i_{E_2}$, u_{CE_1}, $-u_{CE_2}$, i_s, u_s et celles des puissances consommées par chacun des transistors et la charge.

Tracer les courbes correspondantes.

2° Même question en ajoutant entre A et E_1 et entre A et E_2 une résistance de 2 Ω.

13

Les transistors sont considérés comme parfaits.

1° *Classe A :*

Le point de repos est au milieu de la droite de charge. Sous l'action de la polarisation et du signal, on a

$$U_{CE} = U_{OCE} + u_{CEMAX} \sin \omega t$$

et

$$I_C = I_{OC} + i_{CMAX} \sin (\omega t + \pi).$$

a) Quelle est la valeur maximale u de u_{CEMAX}? On pose $\alpha = \dfrac{u_{CEMAX}}{u}$.

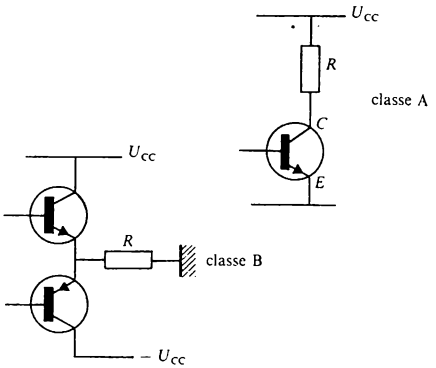
b) Calculer I_{OC} en fonction de U_{CC} et R.

c) Calculer, en fonction de α, U_{CC}, R (et, en particulier, pour $\alpha = 0, \dfrac{1}{4}, \dfrac{1}{2}, \dfrac{3}{4}, 1$) :

- i_{Cmax},
- la puissance moyenne modulée P_M dans R,
- la puissance moyenne P_T consommée par le transistor,
- la puissance moyenne P_C fournie par l'alimentation.

Tracer les courbes correspondantes en fonction de x.

d) Calculer le rendement de l'étage en fonction de x, tracer la courbe correspondante.



2° *Classe B*

Quand un transistor conduit, on a les mêmes expressions pour U_{CE} et I_C.

Mêmes questions qu'au 1°. Prendre pour P_T la puissance moyenne consommée par l'ensemble des deux transistors.

14

Un amplificateur en classe A est alimenté sous 24 V. Le transistor ($U_{CEsat} = 0$ V) ne consomme pas une puissance supérieure à 2,4 W.

1° *a*) Tracer l'hyperbole de dissipation maximale correspondante dans le repère U_{CE}, I_C.

b) On cherche à avoir une amplitude maximale pour le signal.

Placer le point de repos M_O pour qu'il en soit ainsi (compte tenu de la puissance maximale autorisée pour le transistor). Tracer la droite de charge.

c) Montrer qu'alors la droite de charge est tangente à l'hyperbole en M_O.

d) Quelle doit être la valeur R_C de la résistance de charge du transistor?

e) Calculer la puissance moyenne maximale et la puissance moyenne modulée maximale consommée dans R_C.

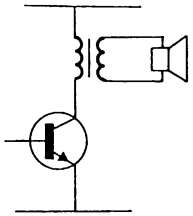
f) Dans le cas du signal d'amplitude maximale, quelle est le rendement du montage?

2° Ce montage présente deux inconvénients si la résistance de charge est un haut-parleur :

— le courant continu de polarisation traverse constamment le haut parleur,

— la résistance d'un haut-parleur est en général faible : supposons qu'elle soit de 8 Ω (valeur courante).

Il serait désastreux pour le rendement d'ajouter en série avec le haut-parleur une résistance de valeur $R_C = 8\ \Omega$, aussi on envisage un montage avec transformateur.



Le transformateur est parfait, il comporte n_1 spires au primaire, n_2 au secondaire.

a) Pour le courant continu de polarisation, quelle est la résistance de l'ensemble transformateur-haut-parleur? Quelles sont les nouvelles coordonnées U_{CCO}, I_{CO} du point de repos (toujours placé sur l'hyperbole)?

b) Pour le signal, exprimer la résistance d'entrée r de l'ensemble transformateur-haut-parleur en fonction de $\frac{n_1}{n_2}$.

Si l'on pose $U_{CE} = U_{OCE} + u_{CE}$ et $I_C = I_{OC} + i_C$, quelle relation cela entraîne-t-il entre u_{CE} et i_C?

Tracer la droite correspondante (qui passe par le point de repos).

c) Où cette droite recoupe-t-elle l'axe horizontal pour autoriser une amplitude maximale du signal?

Quelle est la valeur de r correspondante, en déduire la valeur de $\frac{n_1}{n_2}$.

d) Dans le cas de l'amplitude maximale du signal calculer la puissance moyenne consommée par le haut-parleur et le rendement du montage.

Les relations donnant P_{CC}, P_T, P_S, citées dans le cours, s'appuient sur des équations telles que $Y_{moyen} = 0$, $Y_{efficace} = \frac{Y_{Max}}{\sqrt{2}}$.

Elles sont donc écrites pour un signal amplifié sinusoïdal.

PROBLÈME

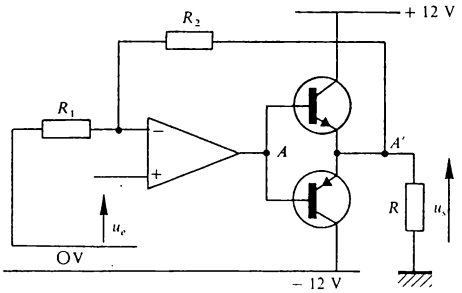
15

L'amplificateur suivant est tel que :

la charge R est une résistance de 4 Ω, la tension d'offset de l'ampli. op. vaut 1 mV, son amplification en boucle ouverte est de 50 000 :

$$R_1 = 0{,}50\ \text{k}\Omega \quad \text{et} \quad R_2 = 20\ \text{k}\Omega.$$

Les transistors sont tels que $U_{CEsat} = 1$ V, et lorsqu'ils conduisent $U_{BE} = 0{,}6$ V, $\beta = 1\,000$.

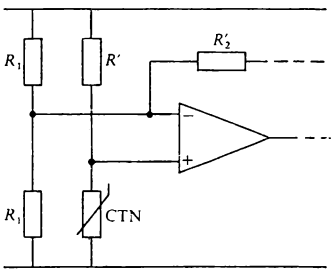


Si aucun transistor ne conduit tout se passe comme si les points A et A' n'éyaient pas reliés électriquement.

A) La tension u_e est sinusoïdale, R est un haut-parleur.

1° Quelle est l'amplitude minimale de u_e qui débloque les deux transistors?

Le problème de la distorsion de croisement semble être pratiquement résolu, on remarque toutefois que le gain en boucle ouverte de l'ampli. op. diminue lorsque la fréquence augmente.



2° Quand un transistor est débloqué, quelle relation y a-t-il entre u_s et u_e?

Quelle est la valeur maximale de la tension u_s, si l'on veut éviter toute distorsion; quelle est la valeur de u_e correspondante? Quelle est la valeur de l'intensité dans la charge, dans R_2; débitée par l'ampli. op.?

Quelle est la puissance moyenne maximale que peut être amené à consommer un transistor?

B) On modifie le montage : R est une résistance chauffante qui doit maintenir constante à 50 °C la température à l'intérieur d'une enceinte. La température est mesurée avec une CTN de valeur 24 kΩ à 45 °C, 20 kΩ à 50 °C, 16 kΩ à 55 °C.

Un seul des deux transistors de l'étage est utilisé, lequel? et l'autre devra être supprimé, pourquoi?

Quelle valeur faut-il donner à R'?

On veut que la tension u_s atteigne sa valeur maximale pour une variation de température de 0,5 °C. Quelle valeur faut-il donner à R'_2? Quelle est la puissance moyenne maximale que peut être amené à consommer le transistor?

CHAPITRE 13

LANGAGE DES SYSTÈMES LOGIQUES

Ce chapitre concerne les notions d'algèbre nécessaires pour comprendre le fonctionnement des systèmes logiques; on connaît l'importance de ce sujet de nos jours : du microprocesseur à l'ordinateur, le traitement de l'information est devenu numérique au détriment de l'analogique.

Les principes mis en œuvre ont toujours pour base l'algèbre des variables logiques.

1 VARIABLES LOGIQUES

1.1 Définition

Soit un interrupteur, il ne possède que deux positions : ouvert ou fermé, le fait d'indiquer la position dans laquelle il se trouve défini sans ambiguïté son état.

Une **variable** dite **logique** décrit l'état dans lequel se trouve l'interrupteur.

On lui attribue la valeur **1**, quand l'interrupteur est fermé et **0** quand il est ouvert : ce sont les deux seules valeurs possibles pour cette variable logique.

Une variable logique n'a que deux valeurs : 0 et 1. On dit que c'est une grandeur binaire.

Remarque :

Le choix de la correspondance [fermé → 1] ou [ouvert → 0] est purement arbitraire.

On aurait pu tout aussi bien prendre la convention inverse et attribuer la valeur **0** à l'interrupteur fermé.

1.2 Emploi des variables logiques

La définition précédente s'applique à un grand nombre de situations. Par exemple, en ce qui concerne la population de la France, introduisons les variables M (masculin) et F (féminin) définies ainsi :

- tel élément de la population est un homme : $M = 1$.
- tel élément n'est pas un homme : $M = 0$,
- tel élément est une femme : $F = 1$,
- tel élément n'est pas une femme : $F = 0$,

Quelle que soit la situation :

$$M = 1 \Leftrightarrow F = 0 \quad \text{et} \quad M = 0 \Leftrightarrow F = 1.$$

L'une des deux variables est redondante, c'est-à-dire qu'elle n'est pas nécessaire quand l'autre est définie. L'une de ces deux variables est superflue pour caractériser l'ensemble de la population.

Nous poserons :

$$F = \overline{M} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{si } F = 1 \text{ alors } M = 0 \\ \text{si } F = 0 \text{ alors } M = 1 \end{cases}$$

$\overline{M}$ est le **complément** de M.

Poursuivons notre enquête. Un homme ($M = 1$) peut être garagiste ($G = 1$) ou non ($G = 0$).

Un homme garagiste est un homme ($M = 1$) et garagiste ($G = 1$). Nous avons donc affaire à un homme garagiste quand le **produit** (au sens du terme) $G \cdot H$ est égal à **1**. Dans tous les autres cas, ce produit est nul.

Considérons maintenant les cheminots ($C = 1$). Nous désirons convoquer à une réunion les cheminots et les garagistes d'une ville. Pour cela nous envoyons une invitation à toutes les personnes (hommes ou femmes) pour lesquelles $C = 1$ **ou** $G = 1$, c'est-à-dire toutes celles pour lesquelles $C + G = 1$. Le signe + signifie qu'il suffit qu'une des deux variables C ou G soit égale à **1** pour que le résultat égale **1**. Remarquons qu'un individu qui serait à la fois cheminot et garagiste serait concerné et nous écririons alors :

$$C + G = 1, \quad \text{avec} \quad C = 1 \quad \text{et} \quad G = 1,$$

soit

$$1 + 1 = 1,$$

résultat paradoxal qui ne s'applique qu'à de telles variables logiques.

2 LES FONCTIONS LOGIQUES

Les propriétés de l'algèbre des variables logiques constituent *l'algèbre de Boole**.

Définissons d'abord les opérations logiques par leur table de vérité (A, B, C sont des variables logiques).

2.1 Opérations logiques

Inversion logique.

ou bien « fonction complémentaire », « pas », « négation »

$B = \overline{A} \Leftrightarrow$

A	B
0	1
1	0

Somme logique
ou bien « fonction ou »

$C = A + B \Leftrightarrow$

A	B	C
0	0	0
1	0	1
0	1	1
1	1	1

Produit logique
ou bien « fonction et »

$C = A \cdot B \Leftrightarrow$

A	B	C
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

2.2 Propriétés de l'algèbre de Boole

Elles découlent des définitions précédentes :

inversion : $B = \overline{A} \Leftrightarrow A = \overline{B}$

$$\overline{\overline{A}} = A$$

$$\overline{1} = 0 \qquad \overline{0} = 1$$

fonction OU : $A + 0 = A \qquad A + A = A$

$$A + 1 = 1 \qquad A + \overline{A} = 1$$

fonction ET : $A \cdot 1 = A \qquad A \cdot A = A$

$$A \cdot 0 = 0 \qquad A \cdot \overline{A} = 0$$

commutativité : $A \cdot B = B \cdot A \qquad A + B = B + A$

associativité :

$$A + (B + C) = A + B + C = (A + B) + C$$

$$A \cdot (B \cdot C) = A \cdot B \cdot C = (A \cdot B) \cdot C$$

distributivité : $A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$

$$A + (B \cdot C) = (A + B) \cdot (A + C)$$

*relation de De Morgan** :

$$\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$$

$$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$$

* George BOOLE : Mathématicien anglais (1815-1864).

3 LES OPÉRATEURS LOGIQUES

Ce sont des composants électroniques chargés d'effectuer les opérations logiques précédentes.

Auparavant, définissons les grandeurs électriques associées aux variables binaires.

En général (logique dite *positive*) une tension positive (+ 5 V, par exemple) correspond au 1 logique : on écrit indifféremment $A = 5$ V ou $A = 1$, une tension nulle vaut zéro logique ($A = 0$ V ou $A = 0$).

Compte tenu des fluctuations ou écarts possibles des grandeurs électriques, on se donne en fait une marge de sécurité, par exemple $2{,}4\ \text{V} < A < 5\ \text{V}$ pour $A = 1$ et $0\ \text{V} < A < 0{,}8\ \text{V}$ pour $A = 0$. Cette **convention** nous oblige à exclure la possibilité de trouver $0{,}8\ \text{V} < A < 2{,}4\ \text{V}$.

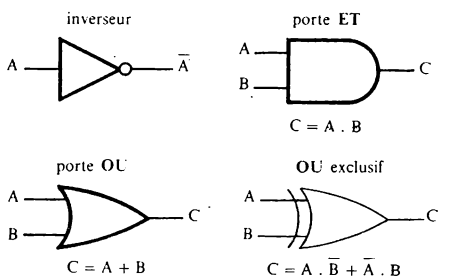


Fig. 13.1. **Portes élémentaires :** le petit rond est toujours associé à l'inversion. Les portes ET et OU peuvent avoir plus de deux entrées. **Porte ou exclusif.**

La figure 13.1 indique une représentation schématique de ces opérations.

* Augustus DE MORGAN : mathématicien anglais (1806-1871).

Pour construire une fonction logique quelconque il faut disposer en général de ces trois types de portes élémentaires. En revanche les portes OU et ET sont universelles. Un de ces types de porte permet à lui seul de réaliser les trois fonctions de base (*fig.* 13.2).

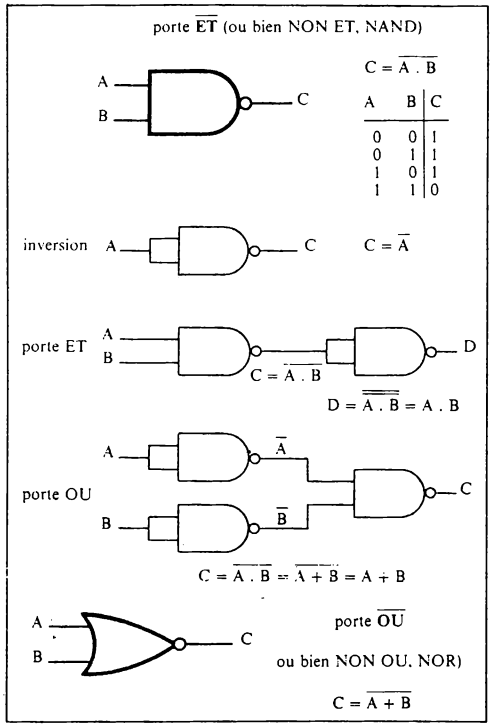


Fig. 13.2. **Portes universelles ET**, réalisation des fonctions logiques de base à partir de portes ET, porte OU.

La table de vérité de la porte NAND montre que le 0 est dominant : il impose toujours un 1 en sortie.

4 NUMÉRATION CODAGE

Proposons-nous de mesurer la masse d'un objet à l'aide d'une balance, d'un jeu de masses marquées de valeurs 16 g, 8 g, 4 g, 2 g, 1 g. Nous équilibrons ainsi 28 g à l'aide de 16 g (1 fois), 8 g (1 fois), 4 g (1 fois), 2 g (0 fois), 1 g (0 fois), soit en langage abrégé 11100. Les variables binaires ainsi définies ne sont plus logiques mais numériques.

4.1 Système binaire naturel

Le système numérique le plus courant est le système **décimal**; 10 chiffres : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9; le nombre de chiffres s'appelle la **base**, elle est ici de 10. Le nombre 125 exprimé dans cette base signifie par convention :

$$(1 \times 10^2) + (2 \times 10^1) + (5 \times 10^0), \text{ soit}$$
$$(1 \times \text{base au carré}) + (2 \times \text{base}) + (5 \times \text{unité}).$$

Si maintenant, on choisit un système disposant de deux chiffres : 0 et 1, sa base est 2. Avec la même règle qu'en base dix, un nombre quelconque dans cette base 2, par exemple 11100, se traduit en décimal par

$$(1 \times 2^4) + (1 \times 2^3) + (1 \times 2^2) + (0 \times 2^1) + (0 \times 2^0) = 28.$$

Or, en algèbre de Boole, il n'apparaît que deux états possibles d'une variable (**0** et **1**). C'est la raison pour laquelle on associe un « **poids** » à chaque variable, puis une série **(mot)** de variables binaires **(bits)** à chaque nombre.

Remarquons que les règles de l'addition binaire sont simples.

0 + 0 = 0	0 + 1 = 1
1 + 0 = 1	1 + 1 = 10

Il ne faut pas cependant les confondre avec les règles de l'algèbre de Boole!

4.2 Codage

Par définition, un codeur est un système qui, à l'excitation de l'une (et d'une seule) de ses entrées, génère un mot correspondant.

• Donnons l'**exemple d'un codeur décimal binaire naturel** sur 3 bits avec $N = 7$ et $k = 3$ (*fig.* 13.3) :

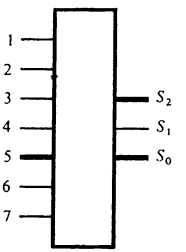


Fig. 13.3. **Codeur.**
Entrées 1 à N (= 7).
Sorties S_0 à S_k (k = 2).
Décimal/binaire, codant 5 les niveaux haut étant représentés en traits gras.

entrée	S_2	S_1	S_0
0	0	0	0
1	0	0	1
2	0	1	0
3	0	1	1
4	1	0	0
5	1	0	1
6	1	1	0
7	1	1	1

L'application d'un 1 sur l'entrée 5, par exemple, fournit

$$S_0 = 1$$
$$S_1 = 0$$
$$S_2 = 1$$

En appelant A_0 à A_7 les variables correspondant aux nombres 0 à 7, nous trouvons les expressions des variables de sortie S_0, S_1, S_2 :

$$S_0 = A_1 + A_3 + A_5 + A_7$$
$$S_1 = A_2 + A_3 + A_6 + A_7$$
$$S_2 = A_4 + A_5 + A_6 + A_7$$

Si $A_5 = 1$ et les autres $A_i = 0$, on a bien $S_0 = 1$, $S_1 = 0$, $S_2 = 1$.

La série de variables (S_k, ..., S_2, S_1, S_0) dans le cas du codage décimal/binaire naturel est d'autant plus longue que l'on cherche à exprimer des nombres plus grands. Un ensemble de quatre variables permet d'exprimer les entiers compris entre 0 (0000) et 15 (1111) soit 16 valeurs, il s'agit là d'un **codage** sur 4 bits.

Les microprocesseurs acceptent des données numériques sur 8 bits appelés **octets**, exprimant des nombres compris entre 0 et 255.

Dans ce cas, il est usuel de grouper les bits par 4, puis d'associer 16 signes aux 16 valeurs possibles de ces ensembles de bits. Voici la table de correspondance :

0000 → 0	0100 → 4	1000 → 8	1100 → C
0001 → 1	0101 → 5	1011 → 9	1101 → D
0010 → 2	0110 → 6	1010 → A	1110 → E
0011 → 3	0111 → 7	1011 → B	1111 → F

Ainsi le nombre binaire 1101 0101 est associé à D5 il s'agit de la **notation hexadécimale.**

• La **représentation BCD** est une autre manière de codage conservant le caractère décimal d'un nombre. Elle est souvent provoquée dans les calculateurs.

Le principe en est de transcrire en binaire naturel chaque chiffre d'un nombre décimal, chacun d'eux étant représenté par un ensemble de 4 variables binaires.

Ainsi 125 se représente par 0001 0010 0101. Avec ce codage, certaines combinaisons de bits sont impossibles, telles celles qui ne correspondent à aucun chiffre décimal (1010 à 1111).

4.3 Réalisation d'une logique élémentaire : la matrice à diodes

• *Diverses technologies ont été mises au point* pour réaliser les fonctions logiques qui seront décrites dans le chapitre suivant. Voici, sur un exemple simple, comment on construit des opérateurs.

• Considérons le système de la figure 13.4 *a, ce circuit réalise la fonction* $C = A \cdot B$ avec les conventions suivantes :

$$\mathbf{1} = 5\ \text{V} \qquad \mathbf{0} = 0\ \text{V}$$

En effet, si A (ou B) est à **0**, un courant circule dans $R\left(I = \dfrac{5 - 0{,}6}{R} \approx 5\ \text{mA}\right)$: la sortie C est à 0,6 V que nous assimilerons à **0**. Il faut que A **et** B soient à 5 V pour que les deux diodes soient bloquées si bien que $C = 5\ \text{V} = \mathbf{1}$.

Avec les mêmes composants, formons

la fonction OU (*fig.* 13.4 *b*)

Il suffit en effet que A **ou** B soit à + 5 V pour avoir $C = +5$ V (toujours à 0,6 V près).

• Remarquons qu'il y a **dégradation** des niveaux logiques au passage d'une porte. $0\ \text{V} = \mathbf{0}$ à l'entrée d'une porte ET devient $0{,}6\ \text{V} = \mathbf{0}$ à la sortie. De même $5\ \text{V} = \mathbf{1}$ à l'entrée d'une porte OU devient $4{,}4\ \text{V} = \mathbf{1}$. Il n'est donc pas question de mettre un grand nombre de ces portes en cascade sans précautions supplémentaires.

• Avec *le système suivant* (*fig.* 13.4 *c*), au croisement d'une ligne horizontale (correspondant à une variable) et de la ligne verticale, peuvent être insérées des fiches contenant une diode. Toute ligne horizontale connectée par une diode à la ligne verticale fait intervenir la variable en question dans la somme logique correspondant à S (*fig.* 13.4 *d*).

Nous avons réalisé ainsi une **matrice à diodes** qui **code** des grandeurs logiques.

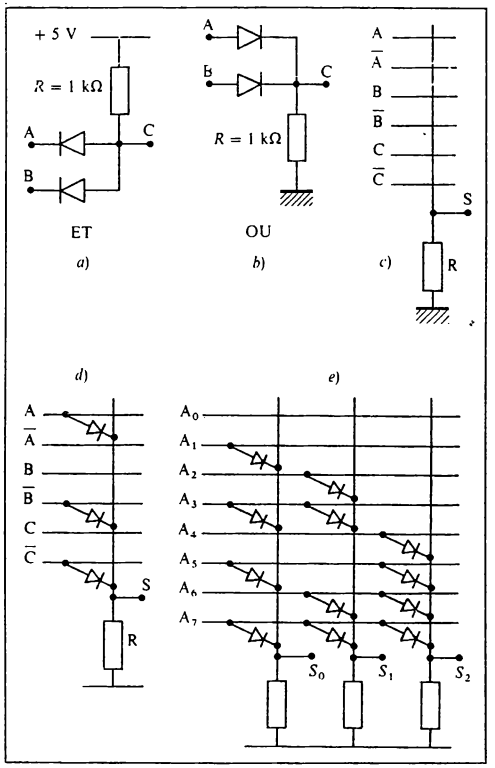


Fig. 13.4. **Réalisation de portes ET, OU, de la fonction** $S = A \cdot \overline{B} \cdot \overline{C}$ **et du codeur de la figure 13.3.**

Un tel système sert à coder, par exemple, les touches d'un clavier en vue d'obtenir leur représentation binaire. On aboutit à la construction d'un codeur décimal/binaire naturel sur 3 bits dont il a été fait mention au § 4.2, réalisant

$$S_0 = A_1 + A_3 + A_5 + A_7,$$
$$S_1 = \ldots \qquad (fig.\ 13.4\,e).$$

4.4 Décodage, transcodage

Par définition, un décodeur reçoit un mot de N bits et établit un 1 sur l'une et seulement l'une de ses 2^N sorties.

Il reconnaît donc une combinaison particulière de ses entrées.

Soit le système de la figure 13.5 *a*, S la forme d'une fonction ET avec les variables A, $\overline{A}$, B, $\overline{B}$, les lignes de celles qui interviennent étant reliées à la ligne verticale par une diode. S vaut **1** seulement si $A = 1$ et $B = 0$. Le système détecte donc une combinaison particulière des variables d'entrée et fournit sur la sortie S une indication ($S = 1$) quand cette combinaison se présente.

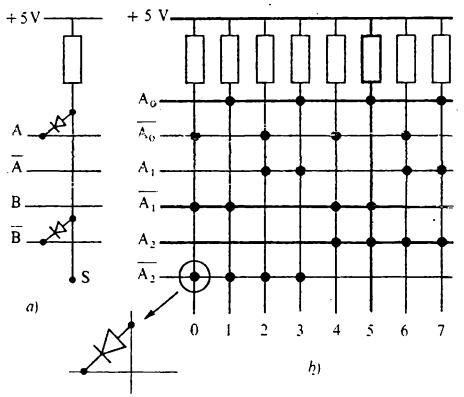


Fig. 13.5. **Réalisation de $S = A \cdot \overline{B}$ et d'un décodeur binaire/décimal.** Les points figurent des liaisons par diode, en rouge ce qui est à l'état haut quand il convertit 101 en 5.

Soit maintenant le décodeur binaire/décimal de la figure 13.5 *b* : il comprend trois entrées (A_0, A_1, A_2), en fait six à cause des variables complémentaires, et huit sorties (0 à 7). Un 1 apparaît sur la ligne de sortie 5 quand le mot d'entrée est 101, on a donc, comme caractéristique du 5, l'expression logique $A_2 \cdot \overline{A_1} \cdot A_0$.

Un **transcodeur** réalise un changement de code, il possède N entrées et M sorties, une combinaison des N bits correspondant à des valeurs particulières des M autres. En fait il décode les N entrées sous la forme de 2^N bits, puis code ces bits et fournit les mots de M bits désirés en sortie. De tels transcodeurs font correspondre, par exemple à un nombre binaire (sur N bits) la valeur de son sinus (sur M bits).

Les informations données par un transcodeur doivent être disponibles à chaque instant : on dit qu'il *mémorise* ces informations. On aboutit ainsi à la notion générale de **mémoire morte** [ROM pour *Read Only Memory*], ou mémoire à lecture seule : le mot de sortie correspondant à n'importe quelle combinaison des bits d'entrée est lisible à tout instant.

Ces mémoires mortes sont disponibles

– pour un transcodage donné ($X \rightarrow \sin X$),

– pour un transcodage particulier, auquel cas l'utilisateur définit au constructeur la table de vérité qui le concerne,

– pour des usages généraux, auquel cas, soit l'utilisateur détruit des fusibles internes à la mémoire pour que celle-ci réalise de façon définitive son application (mémoire programmable PROM), soit l'utilisateur programme sa mémoire de façon temporaire (mémoire effaçable EPROM) le transcodage effectué pouvant alors être effacé à tout instant et remplacé par un autre.

La figure 13.6 donne le code des touches d'un clavier alphanumérique (code ASCII). Ce codage s'effectue sur 6 bits. Pour simplifier la notation, ce code est donné sous forme *octale*, c'est-à-dire que les bits sont groupés par 3 à partir de la droite et représentés par leur équivalent décimal. La lettre F, dont le code octal est 06, a donc pour code binaire 000 110. Un constructeur propose sous forme de mémoire morte un générateur de caractères destiné à l'affichage sur écran des symboles désirés.

Chacun d'entre eux est représenté par un ensemble de $5 \times 7 = 35$ points disponibles sous forme de bits (1 = noir, 0 = blanc). Ces bits sont disponibles par 5 (sorties 01 à 05) représentant une tranche horizontale du symbole considéré, sa position verticale étant définie par A_0, A_1A_2 (0, 0, 0 haut du symbole, 1, 1, 1 bas du symbole).

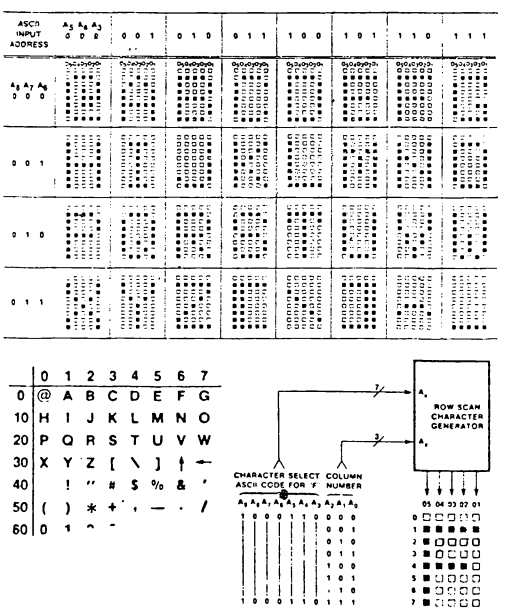
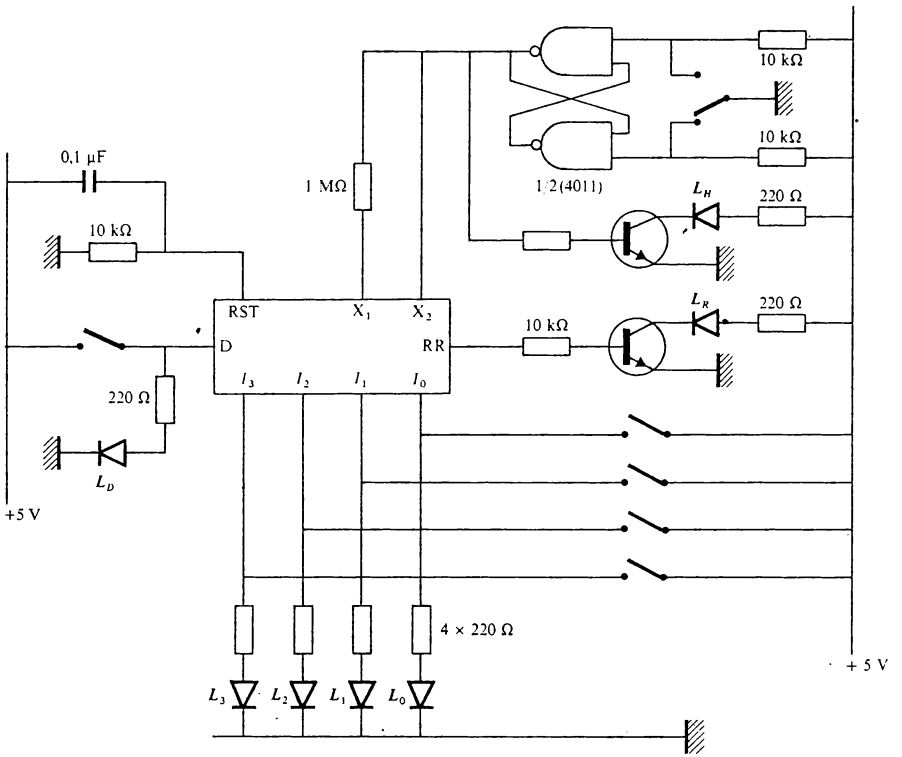


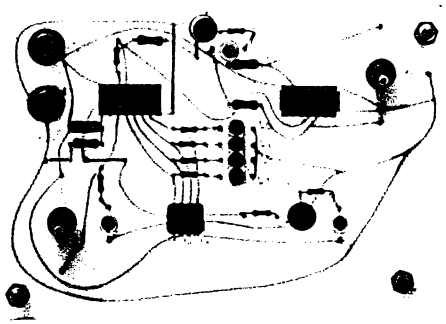
Fig. 13.6. **Code de 32 des 64 caractères ASC II et principe d'un générateur de caractères.**

LABORATOIRE

On se propose d'étudier la réalisation des fonctions logiques à l'aide d'une unité de contrôle industriel (MC 14500 B) (*fig.* 13.7) :

- *borne RST :* initialisation du système à la mise sous tension;





Code d'instruction	Mnemonic	Action
0 0000	NOPO	RR → RR drapeau 0 → Ω
1 0001	LD	Donnée → RR
2 0010	LDC	$\overline{\text{Donnée}}$ → RR
3 0011	AND	RR · Donnée → RR
4 0100	ANDC	RR · $\overline{\text{Donnée}}$ → RR
5 0101	OR	RR + Donnée → RR
6 0110	ORC	RR + $\overline{\text{Donnée}}$ → RR
7 0111	XNOR	Si RR = Donnée, RR = 1
8 1000	STO	Sortie de donnée
9 1001	STOC	Sortie de $\overline{\text{donnée}}$
A 1010	IEN	Autorisation d'entrée
B 1011	OEN	Autorisation de sortie
C 1100	JMP	Saut : drapeau JMP → Ω
D 1101	RTN	Retour RTN → Ω
E 1110	SKZ	Saut d'instruction si RR = 0
F 1111	NOPF	RR → RR drapeau F → Ω

Fig. 13.7 **Mise en œuvre et code des instructions du MC 14500B**

• X_1 et X_2 sont les entrées d'horloge, commandées par un circuit anti-rebond (*ch.* 14) et dont l'état est visualisé par L_H;

• I_3, I_2, I_1, I_0 sont les entrées d'instruction : les fonctions réalisables (au nombre de 16) dépendent de l'état de ces entrées. Un mot de 4 bits présenté sur ces bornes s'appelle code instruction. Ce code est visualisé sur L_3 à L_0;

• D sont les bornes des données (visualisation par L_D);

• RR est la sortie du système (visualisation par L_R).

Exemple d'utilisation

Écrivons un *programme*, c'est-à-dire une liste d'opérations élémentaires à effectuer pour former une fonction donnée : $RR = A + B$ par exemple.

Remarquons que le séquencement du système est régi par une horloge qui agit de la manière suivante :

– passage de X_2 de **0** à **1** (L_H s'allume) : le code instruction est pris en compte;

– passage de X_2 de **1** à **0** (L_H s'éteint) : la donnée D est prise en compte, la fonction est réalisée, le résultat se présente sur RR. L_R s'allume si $RR = \mathbf{1}$.

L'ordre des opérations à effectuer est donc le suivant :

– mise sous tension,

– $X_2 = \mathbf{0}$ (L_H éteinte),

– présenter sur I_3 à I_0 le code 1010,

– présenter sur D la valeur **1**,

– réaliser $\mathbf{0} \rightarrow \mathbf{1} \rightarrow \mathbf{0}$ sur X_2. Instructions et données sont enregistrées. L'opération effectuée est IEN, c'est-à-dire que le système se trouve initialisé en autorisant l'entrée de données sur la borne D (*Input Enable* = autorisation d'entrée).

Nous pouvons maintenant réaliser la fonction $S = A + B$:

X_2	I_3	I_2	I_1	I_0	D	RR
0	0	1	0	1	A	0
1	0	1	0	1	A	0
0	0	1	0	1	A	A
0	0	1	0	1	B	A
1	0	1	0	1	B	A
0	0	1	0	1	B	$A+B$

Essais

– Écrire les programmes correspondant aux fonctions (à deux variables) ET, NAND, NOR, OU exclusif. Les réaliser et vérifier.

– Réaliser la fonction XNOR, établir sa table de vérité. Remarquer ce qui a lieu quand ou maintient D identique pendant plusieurs coups d'horloge.

– Réaliser les fonctions $S = A + B + \overline{C} + D$ et $S = \overline{E} \cdot \overline{F} \cdot \overline{G} \cdot \overline{H}$.

– Réaliser les fonctions $S = A \cdot B + C \cdot D$.

Remarque : On est obligé de noter un résultat intermédiaire, pour le réintroduire par la suite. Dans un système réel, cette donnée serait mise en mémoire temporairement et rappelée un peu plus tard.

– Dans les mêmes conditions, réaliser la fonction

$$S = (A \cdot B \cdot C + D \cdot \overline{E} \cdot F) \cdot \overline{GH} + \overline{IJ}.$$

Combien de stockages intermédiaires doit-on effectuer? Remarquer que la borne D sert également de sortie de données (instructions OEN, STO, STOC). Le système, tel qu'il est câblé, ne permet pas de les utiliser.

– Examiner l'instruction JMP.

Dessiner le diagramme des temps représentant H et la tension présente sur la borne JMP au cours de la séquence : LD, JMP, LD.

DOCUMENTAIRE

Le code à barres

Un nouveau système de marquage, le *code-barre,* est apparu vers 1980 en France sur les produits de grande consommation. Il concerne principalement les fabricants et les distributeurs car cette normalisation permet, lors de la vente d'un produit et par lecture optique de son étiquette

– de faire connaître instantanément à la caisse le prix du produit placé en mémoire d'ordinateur;

– de signaler au même ordinateur la diminution correspondante du stock.

Le marquage comporte un certain nombre de barres verticales, ainsi que des chiffres au nombre de 13. Le permier à gauche indique le pays d'origine (3 = France, 4 = Allemagne, 0 = USA et Canada, ...), les 5 suivants sont ceux du code du fabricant, les 6 autres ceux du code de l'article, le 13^{e} est une clé de contrôle. Les barres sont le codage de ces chiffres sur 7 bits.

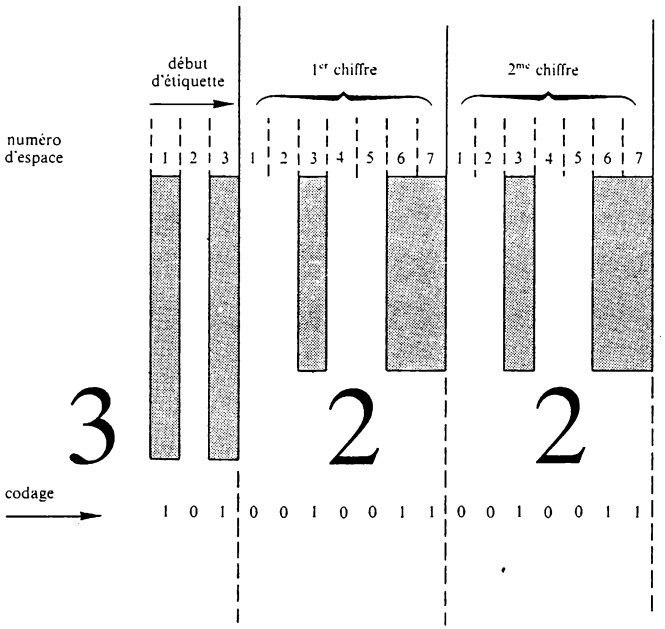
A chaque chiffre est attribué un ensemble de 7 espaces, blancs ou noirs.

Examinons le début d'une étiquette : elle commence par 2 barres noires, d'épaisseur minimale. Puis vient immédiatement après, le codage du premier chiffre (le 2). Ce codage s'effectue sur un champ de 7 espaces élémentaires d'une largeur de 0,5 mm, blancs (0) ou noirs (1), le champ débutant pour les chiffres situés à gauche du milieu par un espace blanc et se terminant par un espace noir (et inversement à droite). La table de codage est la suivante :

	à gauche du milieu	à droite
0	0 0 0 1 1 0 1	1 1 1 0 0 1 0
1	0 0 1 1 0 0 1	1 1 0 0 1 1 0
2	0 0 1 0 0 1 1	1 1 0 1 1 0 0
3	0 1 1 1 1 0 1	1 0 0 0 0 1 0
4	0 1 0 0 0 1 1	1 0 1 1 1 0 0
5	0 1 1 0 0 0 1	1 0 0 1 1 1 0
6	0 1 0 1 1 1 1	1 0 1 0 0 0 0
7	0 1 1 1 0 1 1	1 0 0 0 1 0 0
8	0 1 1 0 1 1 1	1 0 0 1 0 0 0
9	0 0 0 1 0 1 1	1 1 1 0 1 0 0

Le choix de ce code a été délicat car il doit obéir à de nombreux impératifs : impossibilité de confondre deux chiffres, lecture possible dans les deux sens...

La lecture de l'étiquette se fait par un dispositif très simple comprenant une source lumineuse et un récepteur photo-électrique de la lumière réfléchie par l'étiquette.



ENTRAINEMENT ET RECHERCHE

QUESTIONS RAPIDES

1

Soit la porte NAND à deux entrées. On désire utiliser cette porte comme inverseur, donner les deux possibilités.

2

Montrer que la porte $\overline{OU}$ est universelle.

3

On considère des portes NAND à deux entrées. Comment les associer pour réaliser $S = \overline{A \cdot B \cdot C}$?

4

Réaliser les fonctions $S = A \cdot B \cdot C$, $S = A \cdot \overline{B} \cdot \overline{C}$, $S = A + B$, à l'aide de portes NAND.

Conseil :

Une porte NAND fournit $C = \overline{A \cdot B}$, on a donc $\overline{C} = A \cdot B$. En mettant S sous la forme d'un produit, la solution est immédiate. Remarquer aussi que $C = \overline{A} + \overline{B}$.

5

Même exercice que l'exercice 4 avec des portes NOR.

6

Réaliser une fonction NAND à l'aide d'interrupteurs (fermé = 1). On suppose que l'on dispose des variables et de leur complément.

7

Le code binaire naturel ne permet que d'exprimer des nombres positifs. Il a été proposé d'affecter un bit écrit à gauche du nombre binaire valent 0 pour un nombre positif, 1 pour un négatif. Que pensez-vous de l'expression de 0 dans un tel système?

	Distinguer
1 V	tension
1	unité dans le système décimal où 1 + 1 = 2
1	unité dans le système binaire où 1 + 1 = 10
1	état logique haut

EXERCICES

8

On appelle code « complément à 2 » un code dans lequel l'expression :

– d'un nombre positif est l'expression binaire naturelle,

– d'un nombre négatif est l'expression binaire naturelle du module de ce nombre dont tous les bits ont été complémentés et auquel on a ajouté 1.

Ainsi avec 8 bits, 4 s'écrit 0000100 et – 4 s'écrit 11111100.

a) Représenter + 10, – 9 dans un tel code sur 8 bits.

b) Quel est l'ensemble des nombres exprimables sur 8 bits?

c) Essayer d'imaginer les règles d'addition.

9

Réaliser un codeur (matrice à diode) permettant de coder les 10 chiffres décimaux (0 à 9) sur 4 bits (système binaire naturel).

Réaliser le décodeur effectuant l'opération inverse.

10

On dispose de nombres compris entre 0 et 9 codés sur 4 bits a_0 à a_3 (binaire naturel). On désire les visualiser sur un afficheur 7 segments, disposant de 7 entrées (*a* à *g*), l'application d'un « 1 » sur l'une de ces entrées réalisant l'illumination du segment (LED) correspondant.

Construire les tables de codage (colonnes *a*, *b*, *c* ...; lignes 0, 1, 2,...) et de décodage (colonnes 0, 1, 2 ...; lignes a_0, a_1, a_2, a_3).

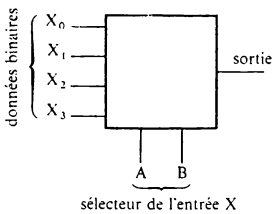
11

On appelle décodeur « 1 parmi 4 » un système qui possède deux entrées (correspondant donc à 2^2 mots différents) et quatre sorties, associées à chacun des mots possibles à l'entrée. Réaliser avec une matrice à diode un décodeur « 1 parmi 4 ».

12

1° Un multiplexeur logique sélectionne une entrée parmi N et transmet la donnée sélectionnée sur une sortie unique.

Réaliser un tel système à l'aide de portes NAND (voir conseil exercice 4).



A	B	S
0	0	X_0
0	1	X_1
1	0	X_2
1	1	X_3

2° Un démultiplexeur « 1 parmi 4 » est un système qui transmet une donnée binaire sur l'une de ses quatre sorties, celle-ci étant sélectionnée par un mot binaire (2 bits) appelé *adresse*. Montrer que l'on peut réaliser un démultiplexeur à l'aide d'un décodeur (voir exercice 11).

Solution :

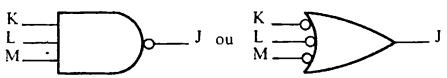
1° La table de vérité fournie montre que :

$$S = X_0 \cdot A \cdot \overline{B} + X_1 \cdot B \cdot \overline{A} + X_2 \cdot A \cdot \overline{B} + X_3 \cdot A \cdot B.$$

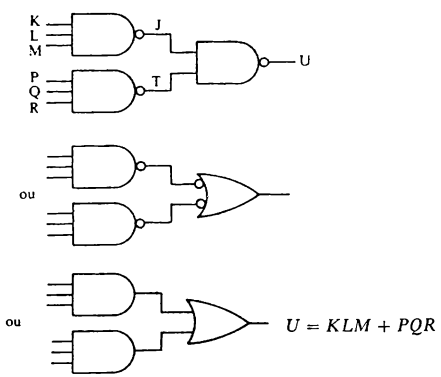
Or on remarque que la sortie J d'une porte NAND à trois entrées K, L, M s'écrit :

$$J = \overline{K \cdot L \cdot M} = \overline{K} + \overline{L} + \overline{M},$$

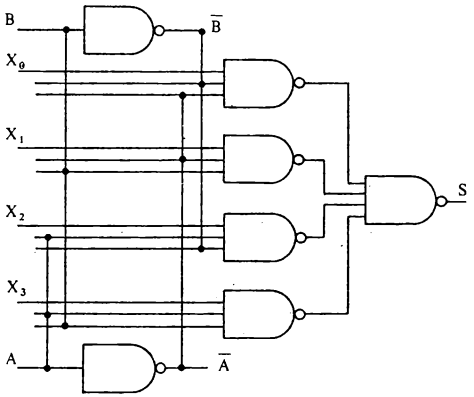
par conséquent, on symbolise les deux façons une telle porte :



Dans ces conditions, la sortie d'une porte NAND (réalisant un produit complémenté) connectée à l'entrée d'une porte NAND (réalisée une somme de variables complémentées) voit les opérations complément s'éliminer.



les portes NAND sortent une somme de produits :

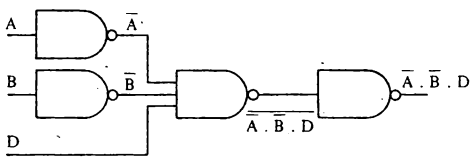


2° La table de décodage est la suivante :

A	B	Y_0	Y_1	Y_2	Y_3
0	0	D	0	0	0
0	1	0	D	0	0
1	0	0	0	D	0
1	1	0	0	0	D

$$\begin{cases} Y_0 = \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot D \\ Y_1 = \overline{A} \cdot B \cdot D \\ Y_2 = A \cdot \overline{B} \cdot D \\ Y_3 = A \cdot B \cdot D \end{cases}$$

Ce système se résout directement. Par exemple, pour Y_0, on a :



Si on retient le décodeur « 1 parmi 4 » étudié dans l'exercice 11, $Y_i = D$ quand i est sélectionné par son adresse AB. Il suffit de réaliser une fonction ET entre D et A d'une part, D et B d'autre part.

Ainsi si $A = B = 1$, on a $Y_3 = 1$ quand $D = 1$ et $Y_3 = 0$ quand $D = 0$.

13

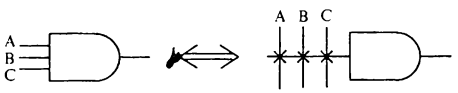
On considère une porte ET à deux entrées.

On décide de poser + 5 V = « 0 » et 0 V = « 1 », que devient la table de vérité? Quelle fonction réalise-t-on ainsi? Mêmes questions pour la porte OU (on travaille alors en *logique négative*)

PROBLÈME

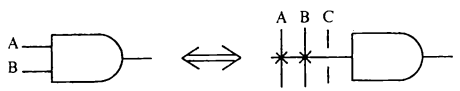
14

Le schéma ci-dessous représente un réseau logique programmable (*Programmable Logic Array*). Il est constitué d'un décodeur (portes ET) de quatre variables, donc 16 sorties suivi d'un codeur (portes OU) à quatre sorties. Les *X* représentent les liaisons établies lorsque le circuit sort d'usine. Ainsi :



S = A . B . C

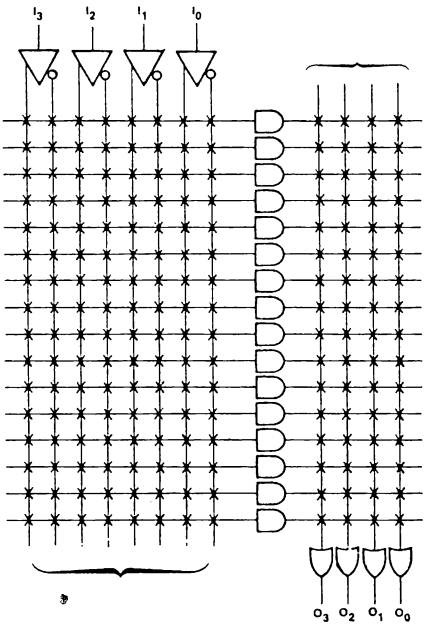
L'utilisateur peut programmer les fonctions logiques qu'il désire voir réaliser en détruisant certaines liaisons initiales :



S = A . B

Indiquer les connections à éliminer pour réaliser les fonctions suivantes :

$$O_3 = I_1 \cdot I_2 \cdot \overline{I}_3 + I_0 \cdot I_2 \cdot I_0$$
$$O_2 = I_3 \cdot \overline{I}_2 \cdot I_1 + \overline{I}_0 \cdot \overline{I}_2 \cdot \overline{I}_1$$
$$O_1 = \overline{I}_1 \cdot I_2 \cdot I_3 + I_0 \cdot \overline{I}_2 \cdot I_3$$
$$O_0 = \overline{I}_0 \cdot I_1 \cdot I_2 + I_1 \cdot I_2 \cdot I_3$$



CHAPITRE 14

CARACTÉRISTIQUES D'UNE FAMILLE LOGIQUE

Une famille logique est un ensemble de composants réalisant les fonctions logiques élémentaires, ayant pour point commun la technologie employée.

Ces composants sont compatibles entre eux : l'un d'entre eux se raccorde, dans certaines limites cependant, sur n'importe quel autre.

Les constructeurs détaillent l'un de ces composants (une porte NAND, en général) pour l'afficher en tant qu'élément typique de la famille.

Nous prendrons comme exemple la famille TTL (Transistor Transistor Logic), puis étudierons la famille *CMOS* (complementary metal oxyde semiconducteur), plus particulièrement en travaux pratiques de laboratoire

1 CARACTÉRISTIQUES STATIQUES

1.1 Transfert

Les portes NAND en TTL et en CMOS sont présentées figures 14.1 et 14.2.

• **La caractéristique de transfert** de la porte NAND TTL, c'est-à-dire la courbe donnant la tension de sortie U_s en fonction de la tension d'entrée U_e (pour une tension d'alimentation du circuit U_{cc} donnée, soit + 5 V) se trouve sur la figure 14.3.

• *Relevons les définitions suivantes :*

$V_{IL_{Max}} = 0{,}80$ V est la tension maximale autorisée à l'entrée pour que la porte l'interprète comme un **0.**

$V_{IH_{min}} = 2{,}0$ V est la tension minimale autorisée à l'entrée pour que la porte l'interprète comme un **1.**

$V_{OH_{Min}} = 2{,}4$ V est la tension minimale que garantit le constructeur pour le **1** logique en sortie, sous réserve que l'intensité du courant débité par la porte soit inférieur à 0,8 mA. On a donc :

$$2{,}4 \text{ V} \leqslant U_s = 1 \leqslant 5 \text{ V}.$$

$V_{OL_{Max}} = 0{,}40$ V est la tension maximale que garantit le constructeur pour le **0** logique en sortie, sous réserve que l'intensité du courant absorbé par la porte soit inférieure à 16 mA. On a donc

$$0 \leqslant U_s = 0 \leqslant 0{,}4 \text{ V}.$$

Circuit SF.C 400 E

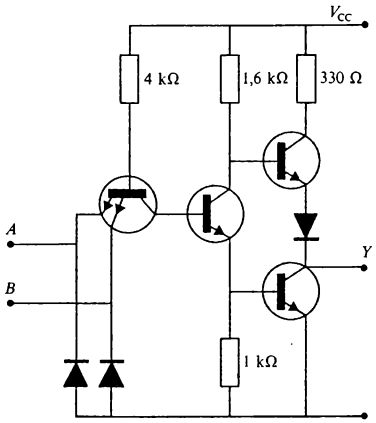
Boîtier : TO 116
Gamme de température ambiante de fonctionnement :

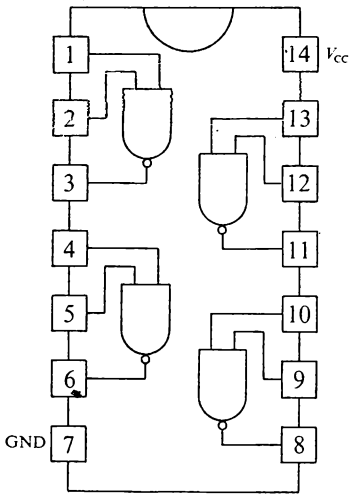
0 °C à + 70 °C
V_{cc}(V) Min 4,75
Max 5,25

Tension d'entrée maximale :

5,5 V

Sortance (*Fan Out*)
État bas 10, haut 20
Facteur de charge d'entrée : 1.





GND : *ground*, masse
I : *input*, entrée
O : *output*, sortie
L : *low*, état bas
H : *high*, état haut

Fig. 14.1. **Porte NAND TTL.**

Caractéristiques électriques
Electrical characteristics

Dans toute la gamme de température ambiante de fonctionnement (sauf indications contraires).
Over operating free-air temperature range (unless otherwise specified).

Paramètres *Parameters*	Symboles *Symbols*	Valeurs *Values**	Conditions de vérification *Test conditions*	
Tension minimale d'entrée permise à l'état haut *Minimum high level input voltage*	$V_{IH\,min}$	2 V	$V_{CC\,min}$ $V_I = 2$ V $I_O = 16$ mA	$V_O \leqslant 0{,}4$ V
Tension maximale garantie en sortie à l'état bas *Maximum low level output voltage*	$V_{OL\,max}$	0,4 V		
Courant minimal de sortie à $V_{OL\,max}$ *Minimum output current at $V_{OL\,max}$*	$I_{O(Lmax)}$ $I_{OL\,max}$	16 mA		
Tension maximale d'entrée permise à l'état bas *Maximum low level input voltage*	$V_{IL\,max}$	0,8 V	$V_{CC\,min}$ $V_I = 0{,}8$ V $I_O = -0{,}8$ mA	$V_O \geqslant 2{,}4$ V
Tension minimale garantie en sortie à l'état haut *Minimum high level output voltage*	$V_{OH\,min}$	2,4 V		
Courant minimal de sortie à $V_{OH\,min}$ *Minimum output current at $V_{OH\,min}$*	$I_{O(Hmin)}$ $I_{OH\,min}$	− 0,8 mA		
Courant maximal d'entrée à $V_{OL\,max}$ *Maximum input current at $V_{OL\,max}$*	$I_{I(Lmax)}$ $I_{IL\,max}$	− 1,6 mA	$V_I = 0{,}4$ V $V_{CC\,max}$	$\lvert I_I \rvert \leqslant 1{,}6$ mA
Courant maximal d'entrée à $V_{OH\,min}$ *Maximum input current at $V_{OH\,min}$*	$I_{I(Hmin)}$ $I_{IH\,min}$	40 µA	$V_I = 2{,}4$ V $V_{CC\,max}$	$I_I \leqslant 40$ µA
Courant maximal d'entrée à 5,5 V *Maximum input current at 5,5 V*	I_{IH}	1 mA	$V_I = 5{,}5$ V $V_{CC\,max}$	$I_I \leqslant 1$ mA
Courant de sortie en court-circuit *Short-circuit output current* — SF.C 400 E-ET EV-P	I_{OS}		$V_I = 0$ $V_{CC\,max}$	18 mA $\leqslant \lvert I_O \rvert \leqslant$ 55 mA
Courant de sortie en court-circuit *Short-circuit output current* — SF.C 400 EM PM				20 mA $\leqslant \lvert I_O \rvert \leqslant$ 55 mA
Courant d'alimentation par boîtier, sortie à l'état bas *Supply current, low level output, per package*	I_{CCL}	typ. 12 mA	$V_I = 5$ V $V_{CC\,max}$	$I_{CC} \leqslant 22$ mA
Courant d'alimentation par boîtier, sortie à l'état haut *Supply current, high level output, per package*	I_{CCH}	typ. 4 mA	$V_I = 0$ V $V_{CC\,max}$	$I_{CC} \leqslant 8$ mA
Tension maximale d'entrée en inverse *Maximum reverse input voltage*	V_{IL}	typ. − 1 V	$I_I = -10$ mA $V_{CC\,min}$ $t_{amb} = 25$ °C	$\lvert V_I \rvert \leqslant 1{,}8$ V

Caractéristiques dynamiques
Dynamic characteristics

$t_{amb} = +25$ °C. $V_{CC} = 5$ V. $N = 10$

Paramètres *Parameters*	Symboles *Symbols*	Conditions de mesure *Test conditions*	Min.	Typ.	Max.
Temps de propagation à la croissance du signal de sortie *Propagation delay time, low to high level output*	t_{PLH}	$C_L = 15$ pF $R_L = 400\ \Omega$		11 ns	22 ns
Temps de propagation à la décroissance du signal de sortie *Propagation delay time, high to low level output*	t_{PHL}			7 ns	15 ns

* Toutes les valeurs typiques sont données pour $V_{CC} = 5$ V à $t_{amb} = 25$ °C.
* *All typical values are at $V_{CC} = 5$ V, $t_{amb} = 25$ °C.*

CD 4011 M

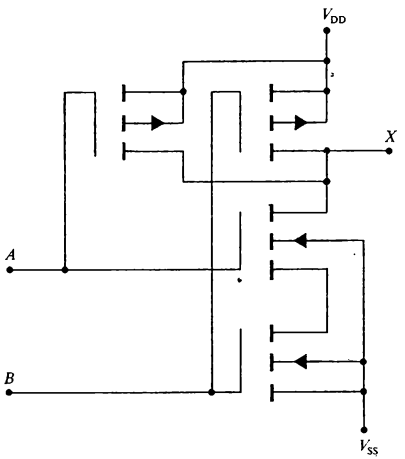
Quad 2-input NAND gate

General description

These NAND gates are monolithic complementary MOS (CMOS) integrated circuits. The N and P channel enhancement mode transistors provide a symmetrical circuit with output swings essentially equal to the supply voltage. This results in high noise immunity over a wide supply voltage range. No DC power other than that caused by leakage current is consumed during static conditions. All inputs are protected against static discharge and latching conditions.

Schematic and connection diagrams

wide supply voltage range 3 V to 15 V
low power 10 nW (typical)
high noise immunity 0,45 V_{DD} (typical)



ac electrical characteristics @ T_A = 25 °C and C_L = 15 pF
Typical Temperature Coefficient for all values of V_{DD} = 0.3 %/°C

Characteristics	Test conditions	Limits CD40XXM			Units
	V_{DD} (volts)	Min	Typ.	Max	
Propagation Delay Time :					
Low-to-High Level (t_{PLH})	5	–	50	75	ns
	10	–	25	40	
High-to-Low Level (t_{PHL})	5	–	50	75	ns
	10	–	25	40	
Transition Time :					
Low-to-High Level (t_{TLH})	5	–	75	100	ns
	10	–	40	60	
High-to-Low Level (t_{THL})	5	–	75	125	ns
	10	–	50	75	
Input Capacitance (C_L)	Any Input	–	5	–	pF

absolute maximum ratings

Voltage at any pin V_{SS} – 0,3 V to V_{SS} + 15,5 V
Operating temperature range – 55 °C to + 125 °C
Package dissipation 500 mW
Lead temperature (soldering 10 s) 300 °C
Operating V_{DD} range V_{SS} + 3 V to V_{SS} + 15 V
This device should not be connected to circuits with the power on because high transient voltage may cause permanent damage.

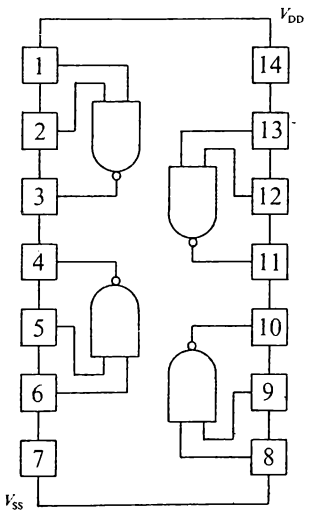


Fig. 14.2 **Porte NAND CMOS**
extrait de catalogue

dc electrical characteristics

Characteristic	Test conditions V_{DD} Volts	Limits – SSC Min	Typ.	Max	Limits + 25 °C Min	Typ.	Max	Limits 125 °C Min	Typ.	Max	Units
Quiescent Device Current (I_L)	5			0.05		0.001	0.005			3	µA
	10			0.1		0.001	0.1			6	
Quiescent Device Dissipation Package (P_D)	5			0.25		0.005	0.25			15	µW
	10			1		0.01	1			60	
Output Voltage Low Level (V_{OL})	5			0.01		0	0.01			0.05	V
	10			0.01		0	0.01			0.05	
High Level (V_{OH})	5	4.99			4.99	5		4.95			V
	10	9.99			9.99	10		9.95			
Noise immunity (All inputs)											
V_{NL} { V_O > 3.5 V	5	1.5			1.5	2.25		1.4			V
V_O > 7.0 V	10	3			3	4.5		2.9			
V_{NM} { V_O < 1.5 V	5	1.4			1.5	2.25		1.5			V
V_O < 3.0 V	10	2.9			3	4.5		3			
Output drive current											
N-channel (I_DN)	5	0.31			0.25	0.5		0.175			mA
V_O = 0.5 V	10	0.62			0.5	0.6		0.35			
P. channel (I_DP)											
V_O = 4.5 V	5	– 0.31			– 0.25	– 0.5		– 0.175			mA
V_O = 9.5 V	10	– 0.75			– 0.6	– 1.2		– 0.4			
Input Current			10								pA

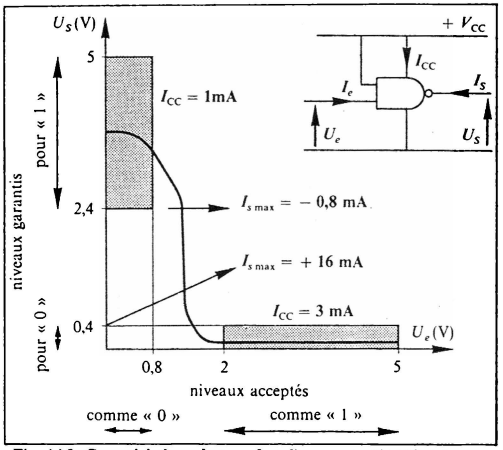


Fig. 14.3. **Caractéristique de transfert d'une porte NAND** (obtenue expérimentalement).

Remarquons que cette courbe de transfert varie en fonction de la température (*fig.* 14.4).

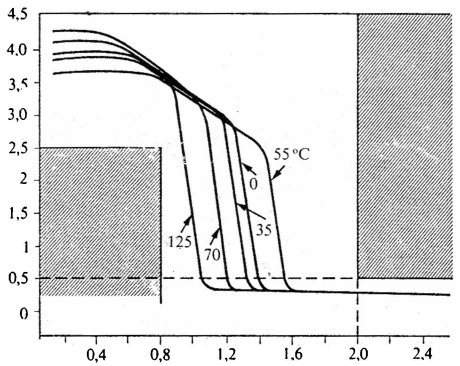


Fig. 14.4. **Variation de la caractéristique de transfert en fonction de la température.** En hachuré : zones impossibles garanties (V_{cc} = 5 V), en abscisse U_e (V), en ordonnée U_s (V).

1.2 Caractéristique d'entrée

— Le courant I_e, pour l'entrée à **0**, est négatif donc sortant (*fig.* 14.5). Il faut donc que le circuit qui commande la porte absorbe du courant pour pouvoir imposer cet état à la porte. Son intensité vaut environ 1 mA. Le constructeur précise que, dans le cas le plus défavorable, elle peut valoir 1,6 mA.

— Le courant I_e, pour l'entrée à **1**, est positif et faible (5 µA). Son intensité peut atteindre 40 µA.

On appelle* charge TTL standard *(ou facteur de charge d'entrée) un composant tel que $I_e = -1{,}6$ mA *pour* $U_e \leqslant 0{,}8$ V *et* $I_e = 40$ µA *pour* $U_e = 2$ V.

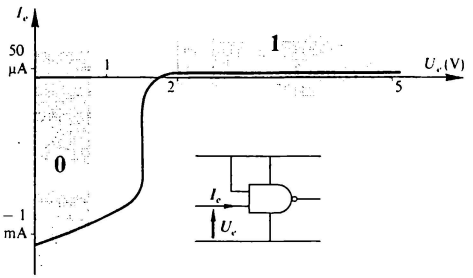


Fig. 14.5. **Caractéristique d'entrée d'une porte NAND TTL** (obtenue expérimentalement).

1.3 Caractéristiques de sortie

Nous devons distinguer les deux états possibles en sortie. Ces caractéristiques sont approximativement rectilignes (*fig.* 14.6).

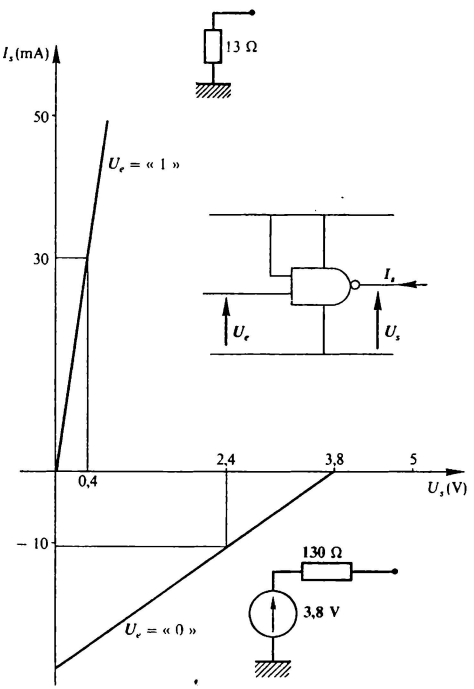


Fig. 14.6. **Caractéristique de sortie d'une porte NAND** (obtenue expérimentalement et modèles équivalents).

Pour le niveau **0** garanti en sortie ($U_s \leqslant 0{,}40$ V), le circuit est capable d'absorber 30 mA. La notice technique précise que l'intensité de ce courant (sink) est au moins égale à 16 mA.

Pour le niveau **1** garanti en sortie ($U_s \geqslant 2{,}4$ V) le circuit va jusqu'à délivrer 1 mA. En fait, la garantie de ce courant (source) est d'au moins 0,80 mA.

Dans les deux cas, donnons un modèle de la sortie, et constatons que les possibilités réelles du circuit testé sont très supérieures aux données de la notice technique.

1.4 Compatibilité

• *Quand une porte* NAND *est chargée* par une porte identique, leur point de fonctionnement commun se trouve à l'intersection des caractéristiques $I_s(U_s)$ de l'une et $I_e(U_e)$ de l'autre (*fig.* 14.7).

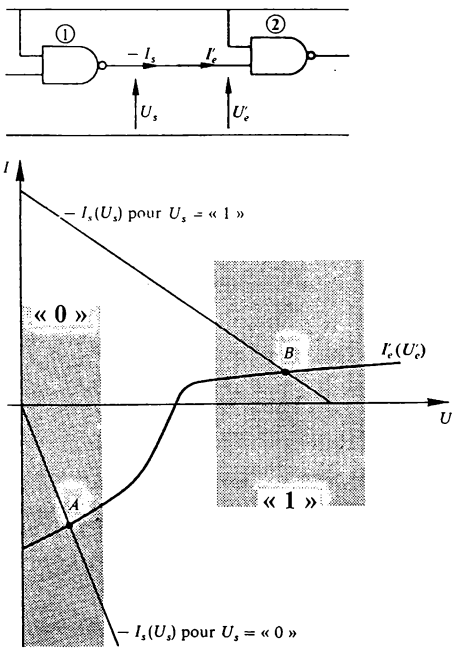


Fig. 14.7. **Succession de deux portes NAND.**
Le point de fonctionnement des deux dipôles est à l'intersection de leurs caractéristiques.

Nous constatons l'existence de deux points de fonctionnement :

– l'un correspond au point *A* : le circuit logique ① impose un niveau logique **0** au circuit ②. Nous vérifions bien que *A* se trouve dans le domaine de définition du **0**;

– l'autre correspond au point *B* : le circuit ① impose un niveau logique haut, au circuit ②.

• Nous pouvons nous demander *combien de portes identiques le circuit* ① pourrait commander simultanément.

Pour faire une telle étude, seules les caractéristiques garanties par le fabricant doivent être prises en compte.

– *A l'état haut*, une porte fournit au minimum 0,80 mA sans que la tension chûte au-dessous de 2,4 V. Inversement une porte absorbe sur son entrée 40 µA au maximum à l'état haut ($U_e > 2$ V).

On appelle* sortance à l'état haut *le nombre de charges TTL standard que peut commander une sortie d'un circuit TTL pour y imposer un état logique.

– *A l'état bas*, une porte absorbe au minimum 16 mA. Inversement, une porte à qui l'on impose un état bas fournit au maximum 1,6 mA.

On appelle* sortance à l'état bas *le nombre de charges TTL standard que peut commander une sortie d'un circuit TTL pour y imposer un zéro logique.

Les valeurs indiquées fournissent une sortance à l'état haut de $\frac{0{,}8}{0{,}04} = 20$, à l'état bas de $\frac{16}{1{,}6} = 10$.

1.5 Consommation statique

La notice indique que, pour les quatre circuits NAND TTL que contient le boîtier SFC400, la consommation au repos est de 4 mA (sorties à l'état haut) et 12 mA (sorties à l'état bas), soit 1 et 3 mA pour une porte. Nous voyons l'intérêt qu'il y a à porter au niveau **1** en sortie tout circuit non utilisé.

2 CARACTÉRISTIQUES DYNAMIQUES

La **commutation** est le passage, pour un circuit logique, d'un état à un autre. Ce passage ne s'effectue jamais en une durée infiniment brève. Chaque famille logique est caractérisée par les durées de commutation de sa porte élémentaire, en général une porte NAND.

2.1 Définitions

On appelle t_{pHL} la durée qui s'écoule entre le passage du signal d'entrée par un niveau donné V_{re} (en général 50 % de la tension d'alimentation) et le passage du signal de sortie par un niveau donné V_{rs} lorsqu'il évolue de **1** à **0** (HL = *High to low*) (*fig.* 14.8).

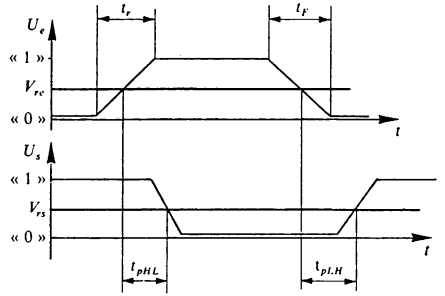


Fig. 14.8. **Commutation dans un circuit logique.**

On définit de même t_{pLH} pour le passage du niveau bas au niveau haut en sortie.

Ces durées étant du même ordre de grandeur, on caractérise la porte par leur valeur moyenne :

$$t_{pd} = \frac{1}{2}(t_{pHL} + t_{pLH}),$$

t_{pd} dépend:

— **du générateur,** dont il faut préciser les performances : f.é.m., résistance interne, durée (ou temps) de montée t_r et de descente t_f;

— **de la charge** placée en sortie, surtout si celle-ci est capacitive (C_L);

— **de la tension d'alimentation** de la porte.

t_{pd} est de l'ordre de 7 ns en TTL pour $C_L = 15$ pF et de 35 ns en CMOS, avec $C_L = 15$ pF et $V_{DD} = +5$ V.

Il faut toujours préciser dans quelles conditions expérimentales un paramètre donné a été mesuré.

2.2 Puissance consommée

Nous avons déjà mentionné la consommation statique. Si nous alimentons l'entrée d'un inverseur par un générateur de signaux rectangulaires, nous constatons une augmentation de cette consommation. En effet, lors des commutations (**0** → **1** et **1** → **0**), il faut :

— charger et décharger les capacités parasites internes, ainsi que la capacité d'entrée du ou des circuits qui chargent l'inverseur;

— tenir compte d'un éventuel « court-circuit » de l'alimentation par la porte, phénomène dû au fait que pendant les passages transitoires, certains composants placés entre alimentation et masse peuvent être en état de conduction simultanément (*fig.* 14.9).

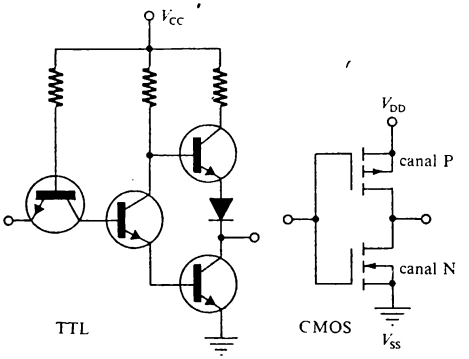
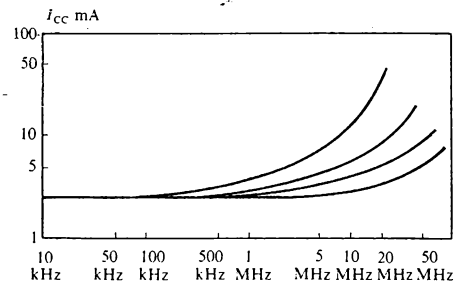
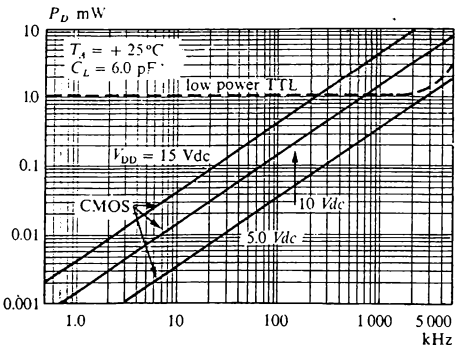


Fig. 14.9. **Inverseurs.**

Ceci conduit à une consommation moyenne de la porte qui dépend de la fréquence. Ces phénomènes sont peu marqués en TTL (*fig.* 14.10 *a*) (la consommation dynamique *Y* est masquée par la statique). Ils sont prépondérants en CMOS (*fig.* 14.10 *b*), où la consommation statique est extrêmement faible. Noter (*fig.* 14.10 *c*) les courbes (en pointillés) donnant la consommation d'une porte NAND en CMOS en fonction de la tension d'entrée.



a) Courant moyen en fonction de la fréquence de travail d'une porte TTL.



b) Puissance dissipée en TTL et CMOS (entrées inutilisées reliées à U_{SS}) en fonction de la fréquence de travail.

Fig. 14.10. **Consommation d'une porte.**

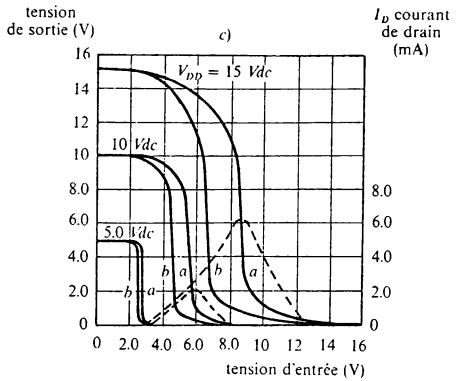


Fig. 14.10 *c*) Caractéristiques de transfert et courant consommé en fonction de la tension d'utilisation.

3 AUTRES CARACTÉRISTIQUES

3.1 Immunité au bruit

Nous avons constaté que l'état **1** en sortie d'une porte TTL, garanti par le constructeur, est supérieur à 2,4 V. Or toute tension supérieure à 2 V est prise en compte comme un **1** à l'entrée d'une porte. **L'écart théorique entre ces deux valeurs soit 2,4 − 2 = 0,4 V est appelé *marge d'immunité au bruit*.**

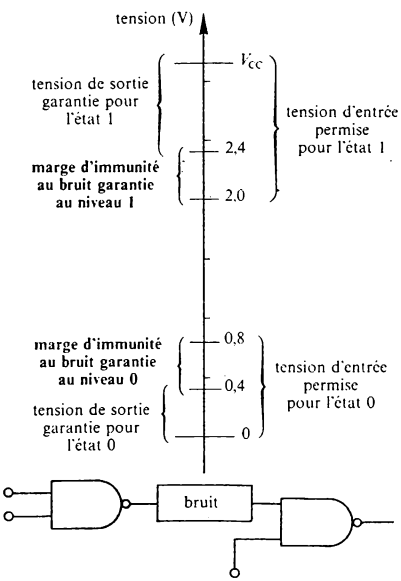


Fig. 14.11. Marges d'immunité au bruit.

La même situation se présente pour l'état bas (0,80 − 0,40 = 0,40 V).

Toute tension parasite induite sur un fil de liaison, d'amplitude inférieure à 0,40 V ne modifie pas le fonctionnement des circuits concernés.

Ceci constitue l'un des avantages des circuits logiques :

un « bruit », qui serait insupportable dans un système analogique, n'a aucune influence (dans les limites de l'immunité au bruit) sur un système logique (*fig.* 14.11).

3.2 Facteur de mérite

Il est difficile de comparer des familles logiques entre elles. Tout dépend de l'usage auquel on les destine. Pour une montre, par exemple, on s'attache à une consommation très faible; pour un ordinateur, c'est la plus grande rapidité possible qui prime.

Ces deux facteurs étant primordiaux, il paraît logique de choisir comme *facteur de mérite d'une famille*, le produit de la consommation statique (en watts) par la durée de propagation t_{pd} (en secondes) d'une porte. Ce produit s'exprime en joules (ou plutôt en pJ). Il varie, d'environ 10 (TTL rapide) à 100 (TTL standard). Cet écart n'est pas très grand : il prouve l'intérêt de rechercher constamment un compromis entre rapidité et consommation.

4 AUTRES FAMILLES LOGIQUES

La figure 14.12 présente les principales caractéristiques des familles logiques. La **TTL** de base a donné naissance à de nombreuses familles dérivées : HTTL (*high level*), TTLL (*low power* : faible consommation), TTLS (*schottky* : rapide) TTL L + S. Cette famille convient dans de nombreuses situations, mais ne se prête pas à la réalisation de circuits logiques complexes.

	CMOS	TTL	LS	S	ECL
tension d'alimentation (V)	5 à 15	5	5	5	− 4,5
consommation moyenne (mA)	1,5*	2	0,4	4	8
sortance	50	10	20	10	30
tpd (ns)	20	10	10	3	1
facteur de mérite (pJ)	300*	100	20	60	30
* à 5 MHz					

Fig. 14.12 **Comparaison de quelques familles logiques**

La **CMOS**, plus récente, a pour principal avantage la faible consommation (10 nW pour une porte NAND au repos). Elle se prête à l'élaboration de circuits à haute densité d'intégration. L'**ECL** (*emitter coupled logic*) est la famille la plus rapide (t_{pd} = 1 ns). Cependant, la course à la vitesse a une limite : une onde électromagnétique met 0,1 ns pour parcourir 3 cm.

LABORATOIRE

Étude des propriétés de la famille CMOS

Les propriétés dépendent fortement de la tension d'alimentation V_{DD}, celle-ci pouvant varier de 3 à 15 V. Nous retiendrons $V_{DD} = +5$ V, $V_{SS} = 0$ V. Le circuit étudié comprend quatre portes NAND à deux entrées. La technologie employée (voir cours de Première F) a pour effet de rendre la résistance d'entrée d'une porte infinie : l'entrée a un comportement capacitif que seule une étude dynamique met en évidence.

Il est nécessaire de relier les entrées des portes non en service à un niveau logique défini, « 1 » par exemple.

1. Étude statique

a) *Caractéristique de transfert (fig. 14.13a).*

E est un générateur de tension continue variable, de 0 à 5 V. Les voltmètres ont 1 MΩ d'impédance d'entrée. Faire varier *E*; relever la courbe $U_s(U_e)$ sans dépasser 5 V.

On visualise cette courbe à l'oscillographe en appliquant sur l'entrée de la porte (montée en fait, en inverseur) et simultanément sur l'entrée X en position *DC*, un signal préalablement calibré, et U_s sur l'entrée Y. Relever la courbe. Les oscillographes disposent en général d'une sortie étalonnée (« 0,5 Vp.p ») pour la graduation des axes avec précision.

Calibrage d'un signal

En jouant sur le décalage de zéro et l'amplitude du générateur BF, on fait varier le signal d'entrée de 0 à V_{DD}, le réglage s'effectue en observant simultanément le signal et la tension d'alimentation à l'oscillographe.

Conclusion

– que vaut le « 1 » en sortie? le « 0 »? – Pour quelles tensions d'entrée la porte bascule-t-elle? En déduire la marge d'immunité au bruit. Comparer ces résultats à ceux de la notice.

b) *Caractéristique de sortie (état haut) (fig. 14.13c)*

A est un ampèremètre en calibre 10 mA, V un voltmètre (1 MΩ) dont on néglige le courant devant celui indiqué par l'ampèremètre, P une résistance variable de 10 kΩ à 100 Ω. La f.é.m. de Thévenin de la porte est le « 1 » précédemment relevé.

Faire débiter ce générateur équivalent à la porte, relever ainsi la courbe $I_s(U_s)$.

c) *Caractéristiques de sortie (état bas) (fig. 14.13d)*

L'entrée étant reliée au 5 V, la porte est comme un dipôle vu de la sortie. *E* varie de 0 à +5 V (5 V = limite impérative!) : relever la courbe $I_s(U_s)$.

En déduire dans les deux cas un modèle de la porte. Comparer les caractéristiques mesurées et celles indiquées dans la notice.

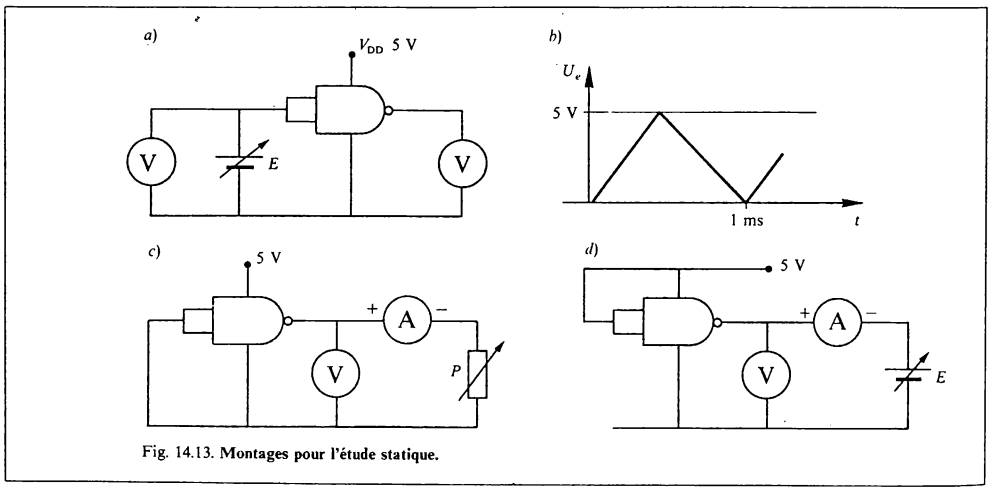


Fig. 14.13. **Montages pour l'étude statique.**

2. Étude dynamique

a) *Consommation, porte non chargée* (*fig.* 14.14 *a*)

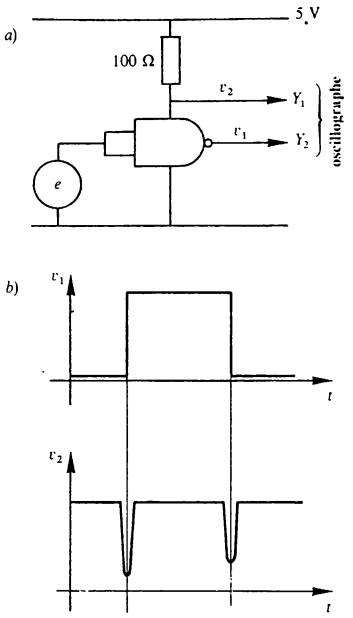


Fig. 14.14. **Étude dynamique.**

– Il faut absolument calibrer le signal d'entrée.

– Le phénomène étudié est plus marqué pour $V_{DD} = 15$ V (signal d'entrée calibré en conséquence). Commencer les mesures dans ces conditions.

– Le phénomène étudié se remarque d'autant mieux que la fréquence du signal d'entrée est plus grande. Ceci est d'ailleurs vrai chaque fois que l'on s'intéresse à un régime transitoire de durée très courte. Commencer par $f = 100$ kHz.

La tension sur Y_2 est l'image de l'intensité du courant consommé par la porte ($v_2 = V_{DD} - Ri_{DD}$). Nous constatons un appel de courant lors des changements d'état de la porte (*fig.* 14.14 *b*). Relever $v_2(t)$ et $v_1(t)$. Ce phénomène s'observe mieux en appliquant en e un signal triangulaire calibré.

– En déduire la courbe $i_{DD}(t)$.

– Calculer la valeur moyenne de i_{DD} sur une période.

– En déduire la puissance moyenne P consommée sur une période.

– Le constructeur propose la relation $P = CV_{DD}^2 f$, f étant la fréquence de commutation. En quelle unité s'exprime C? Que vaut numériquement C d'après vos mesures?

Essayer d'interpréter le phénomène à l'aide des courbes en pointillés de la figure 14.10 *c*.

b) *Dans le cas d'une charge capacitive*

Placer un condensateur C_L en sortie de la porte, ce qui symbolise le branchement sur d'autres portes. Avec $C_L = 100$ pF, observer les mêmes signaux que précédemment. Comment se modifient-ils?

Interpréter simplement en raisonnant sur le fait qu'en passant de l'état bas à l'état haut la porte doit charger C_L de 0 à V_{DD} et inversement.

DOCUMENTAIRE

L'intégration des circuits

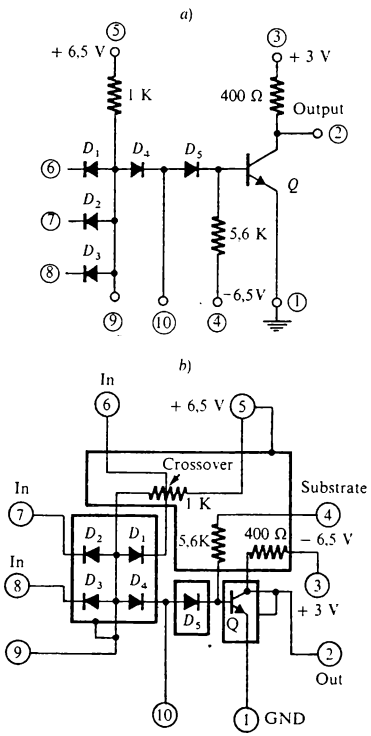
La plupart des circuits internes des **microprocesseurs** sont des circuits logiques, identiques à ceux que nous avons étudiés. Ces circuits se prêtent très bien à l'intégration, c'est-à-dire à la réalisation sur une puce de silicium de fonctions complexes.

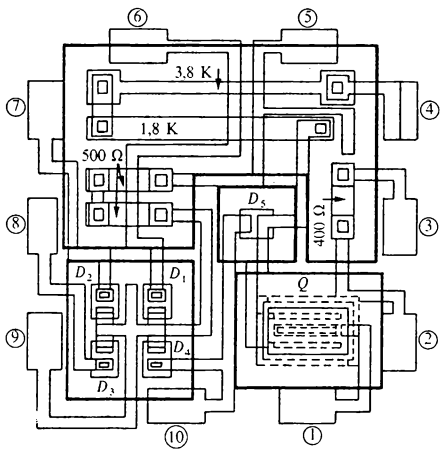
Leur structure répétitive (très peu de fonctions élémentaires sont concernées un grand nombre de fois) facilite cette intégration.

La famille TTL, très performante, a une consommation trop élevée pour permettre une intégration à grande échelle (LSI), elle conduirait à une dissipation thermique prohibitive du boîtier.

Avec les transistors MOS ce problème ne se pose plus. Ces transistors étant d'autre part plus faciles à intégrer que les bipolaires, tout en évitant l'emploi de résistance de charge, il était normal que les constructeurs les aient chosis pour fabriquer les premiers microprocesseurs 8 bits. (En surface : 1 transistor bipolaire = 1 résistance de 10 kΩ = 10 transistors MOS.)

On conçut d'abord des circuits P-MOS aux faibles possibilités (8008 d'Intel), puis les N-MOS plus performants (6800 Motorola et Thomson CSF, et 8080 Intel) qui contiennent en un seul boîtier tous les composants nécessaires au fonctionnement du microprocesseur. D'autres constructeurs (RCA) se sont tournés vers la C-MOS. Ces technologies laissent espérer une intégration à très grande échelle (VLSI), le microprocesseur monolithique devenant microordinateur.





Différentes étapes de l'intégration d'un circuit DTL.

ENTRAINEMENT ET RECHERCHE

QUESTIONS RAPIDES

1

Que peut-on dire du courant d'entrée d'une porte TTL NAND (valeur, signe) lorsque l'entrée est à **0**; à **1**?

2

Expliquer pourquoi un bruit de 0,1 V, alors que les tensions considérées varient de 0 à 5 V, est gênant dans un système analogique et non dans un système logique.

3

Qu'appelle-t-on sortance d'un circuit?

4

De quoi la durée de passage d'une porte de l'état haut à l'état bas dépend-elle?

5

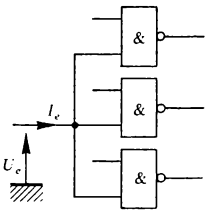
Pourquoi la consommation d'une porte TTL ne dépend-elle pratiquement pas de la fréquence des commutations à l'inverse de la consommation des portes CMOS?

6

En TTL, montrer que laisser une entrée « en l'air » revient à appliquer un **1** logique. (Remarquer qu'il n'en est pas de même en CMOS : l'impédance d'entrée étant infinie, la porte commute de façon aléatoire sur des tensions, secteur par exemple, induites par couplage électrostatique sur les grilles des transistors MOS.)

7

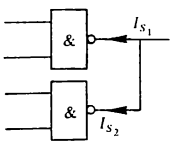
On connecte trois portes TTL en parallèle, côté entrée. A l'aide de la courbe de la figure 14.5, tracer la caractéristique $I_e(U_e)$ du montage.



EXERCICES

8

On connecte deux portes TTL en parallèle, côté sortie :

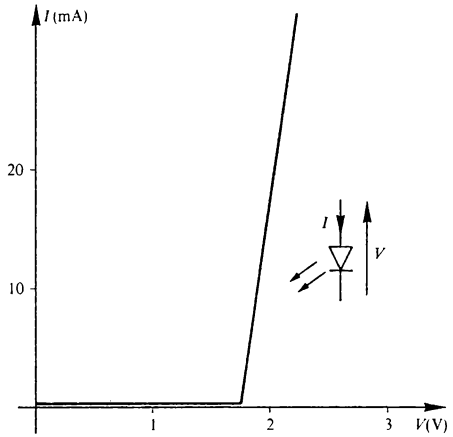


a) En admettant la validité des modèles établis dans le chapitre, calculer I_{s_1} et I_{s_2} quand l'une est au niveau **0** et l'autre au niveau **1**. Que pensez-vous de la valeur de ces intensités? Que vaut alors le niveau logique en sortie?

b) Si une telle connexion était effectuée, quelle fonction logique réaliserait-elle? (On comprend alors pourquoi cette fonction s'appelle le ET câblé; elle est effectivement réalisée avec des circuits logiques spéciaux, dits à collecteur ouvert).

9

On donne la caractéristique idéalisée d'une diode électroluminescente (voir figure).



a) Cette diode est connectée en sortie d'une porte NAND TTL, supposée au niveau **1**.

Chercher graphiquement le point de fonctionnement (I_0, V_0) de l'ensemble. Sachant que l'intensité maximale du courant dans la diode vaut 25 mA, que pensez-vous du résultat?

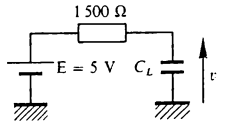
b) On connecte en série avec la diode une résistance de 100 Ω. Trouver le point de fonctionnement. (On sait que la luminosité de la diode est visible si l'intensité du courant qui la traverse est au moins égale à 5 mA).

c) On réalise le même montage avec une porte NAND CMOS. Que deviennent les résultats précédents?

10

On assimile une porte CMOS qui vient de commuter de l'état 0 à l'état 1 au modèle suivant :

à $t = 0$, on a $v = 0$.

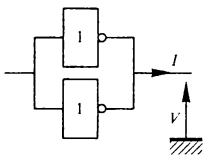


Au bout de combien de temps t_r aura-t-on $v = 2{,}5$ V?

(En fait R dépend de la tension d'alimentation V_{DD} de la porte : elle est d'autant plus faible que V_{DD} est grand : en déduire comment varie t_r en fonction de V_{DD}).

11

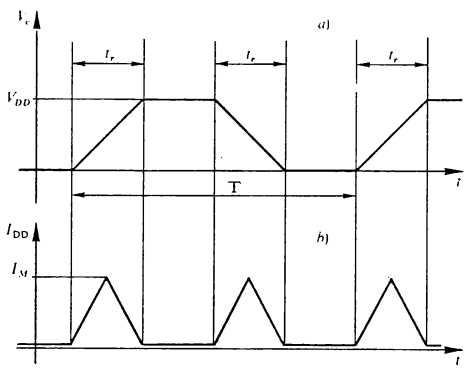
On considère deux inverseurs CMOS supposés identiques, montés comme l'indique la figure :



En supposant que leurs caractéristiques de sortie sont identiques à celles que vous avez obtenues en laboratoire pour la porte NAND, donner les caractéristiques $I(V)$ pour les deux états logiques possibles.

12

On applique à un inverseur logique CMOS le signal représenté (*fig. a*)). Les variations de courant consommé par la porte sont données sur la figure *b*).



a) Calculer l'intensité moyenne du courant consommé sur une période.

b) En déduire la puissance consommée par la porte.

c) *Application numérique :*

$$V_{DD} = +5\text{ V} \begin{cases} I_M = 2\text{ mA}, & t_r = 0{,}1\ \mu\text{s}, & T = 1\text{ ms}, \\ I_M = 2\text{ mA}, & t_r = 0{,}1\ \mu\text{s}, & T = 1\ \mu\text{s}; \end{cases}$$

$$V_{DD} = +15\text{ V} \begin{cases} I_M = 6\text{ mA}, & t_r = 0{,}1\ \mu\text{s}, & T = 1\text{ ms}, \\ I_M = 6\text{ mA}, & t_r = 0{,}1\ \mu\text{s}, & T = 1\ \mu\text{s}. \end{cases}$$

Que peut-on en conclure?

d) Dans un système CMOS, dans lequel des portes commutent à des fréquences différentes, quelles sont celles dont on peut négliger la consommation?

13 Interfaçage

a) En comparant les caractéristiques de sortie d'une porte TTL à celles d'entrée pour un circuit CMOS, alimenté sous $V_{DD} = +5$ V, dire si une porte TTL peut commander directement une porte CMOS.

Améliore-t-on cette compatibilité en plaçant une résistance entre la sortie de la porte TTL et $+V_{DD}$?

b) Inversement, une porte CMOS peut-elle commander une porte TTL? Comment peut-on améliorer cette compatibilité?

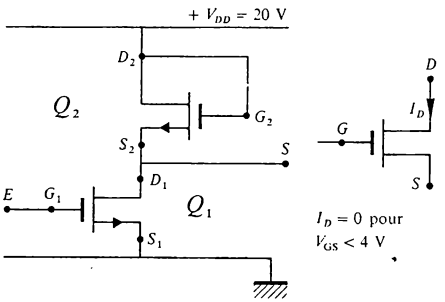
14

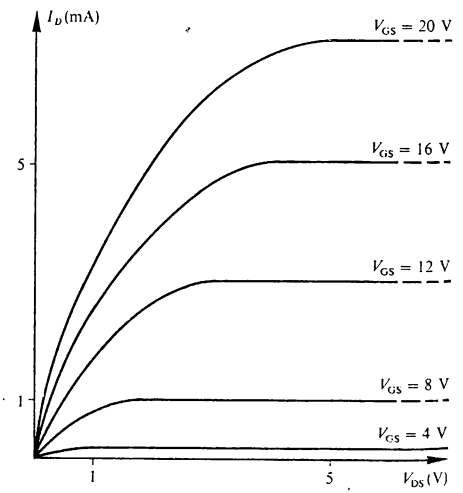
On veut porter au niveau **0** l'entrée d'un inverseur en TTL. Quelle résistance maximale peut-on placer entre entrée et masse?

PROBLÈME

15

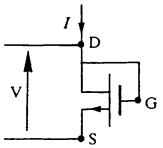
L'inverseur fondamental en NMOS se présente de la manière suivante :





On donne également les caractéristiques statiques d'un tel transistor.

a) Q_2 est utilisé en dipôle. Il remplace la résistance de charge de Q_1 : on dit qu'il s'agit d'une charge active. Tracer la caractéristique $I(V)$ de ce dipôle.



b) En déduire la courbe (et non la droite) de charge de Q_1, donnant les différents points de fonctionnement possibles pour l'ensemble Q_1, Q_2.

c) On linéarise la caractéristique $I(V)$ trouvée précédemment : on l'assimile à une droite passant par $I = 0$, $V = 0$ et $I = 7$ mA, $V_{DS} = 20$ V. Quelle est la valeur de la résistance équivalente? Tracer alors la droite de charge de Q_1. Garder cette simplification pour la suite du problème.

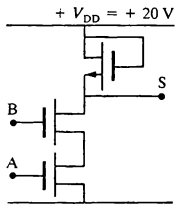
d) Étude de l'inverseur.

On pose, pour l'entrée **0** = 0 V et **1** = + 20 V.

Trouver graphiquement les états correspondant de la sortie. Ces niveaux sont-ils compatibles avec les niveaux logiques appliqués à l'entrée? Donner alors les gammes de tension correspondant aux états logiques 0 et 1 pour cet inverseur.

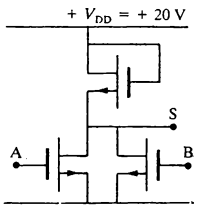
e) Comment se modifient (qualitativement) les résultats précédents si l'on charge cet inverseur par une résistance connectée entre S et $+ V_{DD}$; entre S et la masse?

f) On considère le montage suivant :



Donner la table de vérité de ce circuit. Quelle fonction réalise-t-il?

g) Même question pour le circuit suivant :



CHAPITRE 15

DISPOSITIFS À SEUILS

Certains circuits de l'électronique sont susceptibles de fournir des signaux ne pouvant prendre que deux valeurs distinctes, comme par exemple, ceux qui appartiennent à la classe des circuits logiques. Dans ce chapitre, nous allons approfondir l'étude des applications des dispositifs à seuils, capables de générer de tels signaux à partir de tensions analogiques.

1 COMPARATEURS

• Considérons *l'expérience suivante* (*fig.* 15.1) : v_e est une tension continue, variable à volonté.

Nous constatons que v_s est égale à $+ V_{sat}$ si $v_e > 0$ et $- V_{sat}$ si $v_e < 0$, en appelant $+ V_{sat}$ et $- V_{sat}$ les tensions extrêmes que peut fournir l'amplificateur opérationnel.

En pratique, ces tensions sont presque égales et très proches des tensions d'alimentation. Traçons la caractéristique $v_s(v_e)$ d'un tel système : elle rend compte du fait que la sortie n'a que deux états possibles : la fonction réalisée est une **comparaison,** puisque l'examen de v_s nous renseigne immédiatement sur le signe de v_e : **on dit que v_e a été comparée à 0 V.**

• *Portons la borne — de l'amplificateur opérationnel* à une tension de référence V_r. Maintenant

$$v_s = + V_{sat} \quad \text{si} \quad v_e > V_r$$

et

$$v_s = - V_{sat} \quad \text{si} \quad v_e < V_r.$$

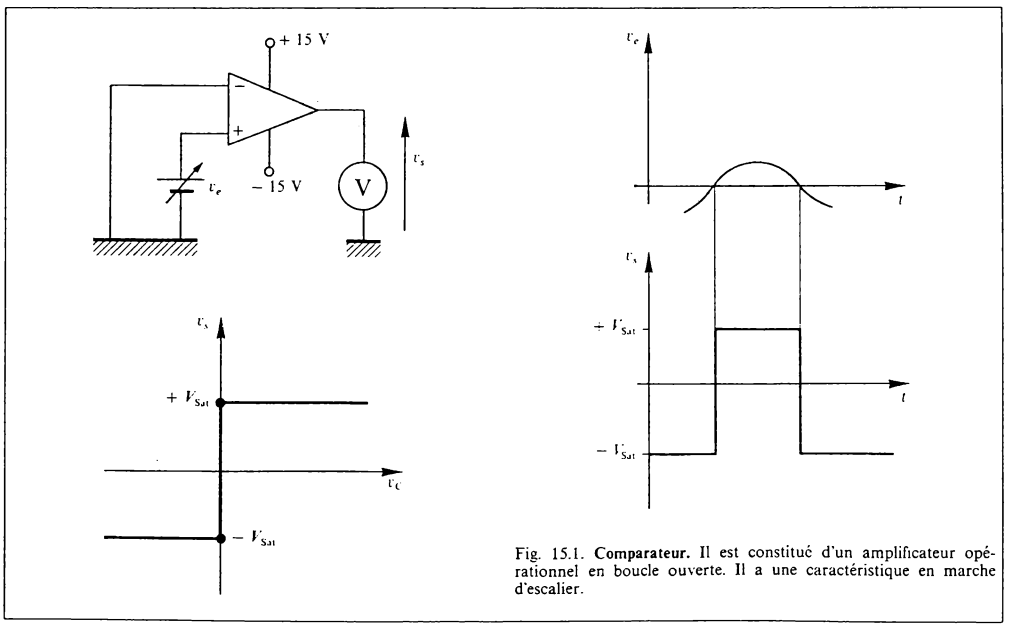


Fig. 15.1. **Comparateur.** Il est constitué d'un amplificateur opérationnel en boucle ouverte. Il a une caractéristique en marche d'escalier.

Ce dispositif nous renseigne donc sur les valeurs relatives de v_e et V_r; c'est d'ailleurs la seule information qu'il fournit (*fig.* 15.2).

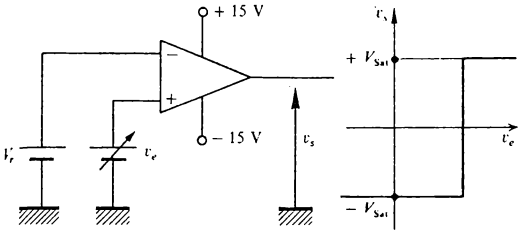


Fig. 15.2. **Déplacement de caractéristique.** En appliquant une tension de référence V_r sur l'entrée −, on déplace la caractéristique du comparateur.

Dans le montage de la figure 1, la tension d'entrée de l'amplificateur opérationnel u_e est simplement égale à la tension d'entrée v_e.

Sur le tracé sa caractéristique $v_s(u_e)$, nous relevons qu'autour de $u_e = 0$, elle n'est pas parfaitement verticale, mais a une pente dont la valeur est le gain de l'amplificateur en boucle ouverte (*fig.* 15.3) : c'est sa zone de fonctionnement linéaire. Cette zone a une certaine largeur Δu_e. (Mais Δu_e est petite : elle est de l'ordre du millivolt.) Son existence n'affecte que peu les résultats établis précédemment. Utilisé ainsi, un tel amplificateur opérationnel est appelé **comparateur.**

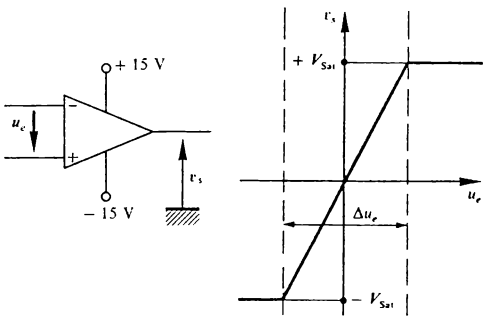


Fig. 15.3. **Aspect réel d'une caractéristique.** Il s'agit de la caractéristique de transfert d'un amplificateur opérationnel.

• Cependant, certains constructeurs fournissent sous l'appellation de comparateur des dispositifs spéciaux, dont les caractéristiques sont appropriées à cette fonction : rapidité de commutation ($\approx$ 50 ns), obtention éventuelle de signaux calibrés logiques en sortie, ...

Un comparateur de tension est un circuit qui délivre deux signaux électriques définis en sortie, selon le signe de la différence de ses tensions d'entrée.

• Nous avons rencontré *un autre dispositif à seuil* : l'inverseur CMOS dont la caractéristique $v_s(v_e)$ possède également une partie verticale (*fig.* 15.4). En idéalisant cette caractéristique, une telle porte permet de comparer v_e à $\frac{V_{DD}}{2}$ délivrant $v_s = \mathbf{1}$ si $v_e < \frac{V_{DD}}{2}$, et $\mathbf{0}$, si $v_e > \frac{V_{DD}}{2}$. La caractéristique est **descendante,** contrairement au cas précédent.

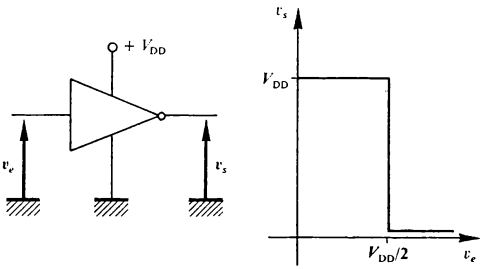


Fig. 15.4. **Inverseur CMOS.** Il a aussi une caractéristique en marche d'escalier.

Remarquons que si nous avions appelé v_e la tension appliquée à la borne moins de l'amplificateur et V_r celle appliquée sur la borne plus, la forme aurait été semblable (descendante) à celle de la caractéristique de transfert.

2 TRIGGER DE SCHMITT

• *Les comparateurs ainsi définis présentent un inconvénient* pour certaines applications : au passage du **seuil** V_r, la tension de sortie v_s peut être mal définie si v_e varie lentement; tout retour en arrière de v_e se traduit par un rebasculement de v_s (*fig.* 15.5). Ces phénomènes

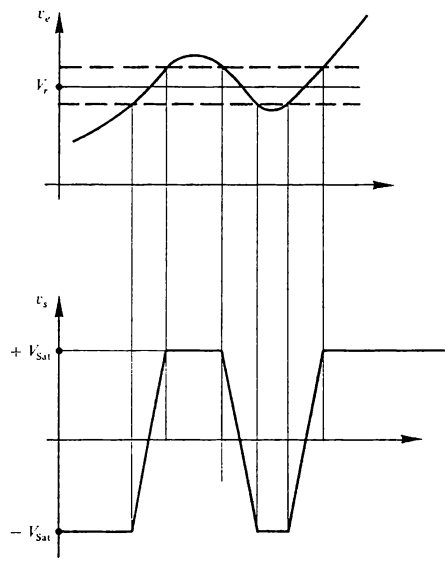


Fig. 15.5. **Comparaison de v_e à V_r.** Le résultat est un signal v_s n'ayant que deux valeurs possibles.

sont liés à l'existence d'une valeur non nulle pour la largeur du seuil Δu_e. Il serait donc intéressant que, le passage de v_e (croissant) par V_r **ayant fait basculer le système,** tout changement d'état ultérieur de v_s soit dû au passage de v_e par une valeur V'_r très inférieure à V_r. Pour cela, **on fait dépendre le seuil de la valeur de v_s.**

• *Réalisons le dispositif suivant* (*fig.* 15.6). Il s'agit d'un amplificateur opérationnel utilisé avec **une réaction positive** (résistance R_2 reliant sortie et borne +). Supposons que $v_e = 0$. **Nous constatons que v_s peut valoir $+ V_{sat}$ ou $- V_{sat}$: le connaissance de v_e est insuffisante pour déterminer l'état de la sortie.**

En effet, si $v_s = + V_{sat}$, alors

$$V = V_r = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_{sat}$$

et $u_e = V - v_e = V$ est positive (et grande), ce qui confirme $v_s = + V_{sat}$. De même, si $v_s = - V_{sat}$, alors $u_e < 0$, v_s vaut bien $- V_{sat}$ (hypothèse confirmée).

Que se passe-t-il si $v_s = + V_{sat}$?

Faisons croître v_e. Tant que $v_e < V$, $u_e > 0$, d'où $v_s = + V_{sat}$. Au passage du seuil, le système bascule : u_e change de signe, v_s passe à $- V_{sat}$. **Mais, et cela est fondamental, cette action a entraîné le changement de valeur de V.** Maintenant $V = - \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_{sat} = V'_r$ est une valeur négative.

Alors $u_e = V'_r - v_e$ reste négative tant que

$$v_e > - \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_{sat}, \quad \text{soit} \quad v_e > V'_r.$$

En particulier, si v_e redécroît après avoir fait basculer le système, il ne se produira rien au passage par V_r. Il faut donc que v_e diminue beaucoup, passe par la valeur V'_r (négative) pour produire un nouveau basculement et ramener ainsi le système dans son état initial.

• *Le fonctionnement d'un tel dispositif* est résumé dans une figure appelée **cyclogramme,** exprimant les valeurs de v_s en fonction de v_e. Remarquons que ce cyclogramme (*fig.* 15.6) est fléché pour indiquer le sens dans lequel il se parcourt, puisqu'à une valeur donnée de v_e correspondent deux valeurs différentes de v_s. Ce que réalise *un trigger de Schmitt*, caractérisé *par son hystérésis* égale à la distance séparant les deux seuils de basculement V_r et V'_r.

Remarque :

La caractéristique obtenue dans ce cas est *descendante*; nous verrons en exercice comment obtenir une caractéristique montante.

3 RÉALISATION D'OSCILLATEURS

On appelle en général *horloge*, un oscillateur qui délivre un signal ne prenant que deux états possibles : On parle alors de signaux carrés (ou rectangulaires).

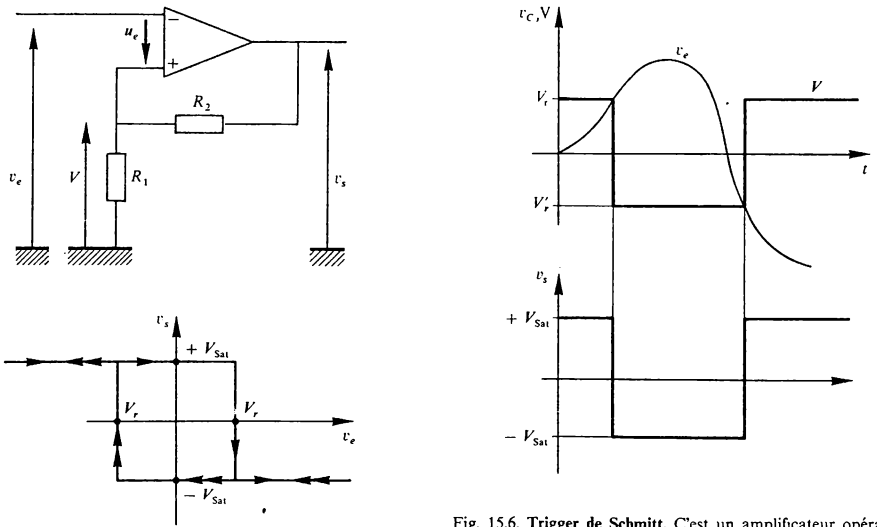


Fig. 15.6. **Trigger de Schmitt.** C'est un amplificateur opérationnel auquel on applique une réaction positive.

3.1 Fonctionnement

Considérons le montage figure 15.7. Il comprend deux inverseurs CMOS, dont les caractéristiques sont en marche d'escalier descendante. Supposons-les parfaits : résistance d'entrée infinie, résistance de sortie nulle, basculement à $\frac{V_{DD}}{2}$.

• *l'état* ① est caractérisé par

$$u_s = 1 = V_{DD}, \quad u = 0 = 0 \text{ V}.$$

Dans ces conditions, le condensateur C tend à se charger. Si la tension v_c à ses bornes était nulle à $t = 0$, elle tend à croître pour atteindre au bout d'une durée infinie la tension V_{DD}. Or, au passage par $\frac{V_{DD}}{2}$, elle oblige la porte qu'elle commande à commuter. De façon quasi-instantanée, la tension u_s passe à 0 V, et la tension u à $+ V_{DD}$. Le système à basculé.

Pendant cette commutation, la capacité a conservé la charge qu'elle avait acquise.

Lors d'une transition rapide, la tension aux bornes d'un condensateur ne varie pas.

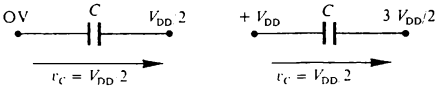


Fig. 15.8. **Tension aux bornes d'un condensateur.** Elle n'a pas le temps de changer lors d'une variation rapide du potentiel de l'une de ses armatures.

• Le système se retrouve ainsi *dans l'état* ②. Le condensateur, maintenant chargé sous $v'_c = -\frac{V_{DD}}{2}$, voit la tension à ses bornes évoluer en sens contraire, tendre vers $v'_c = + V_{DD}$. Mais comme précédemment, le passage de u' par $+\frac{V_{DD}}{2}$ fait rebasculer le système, le ramène dans un état comparable à l'état ①. La seule

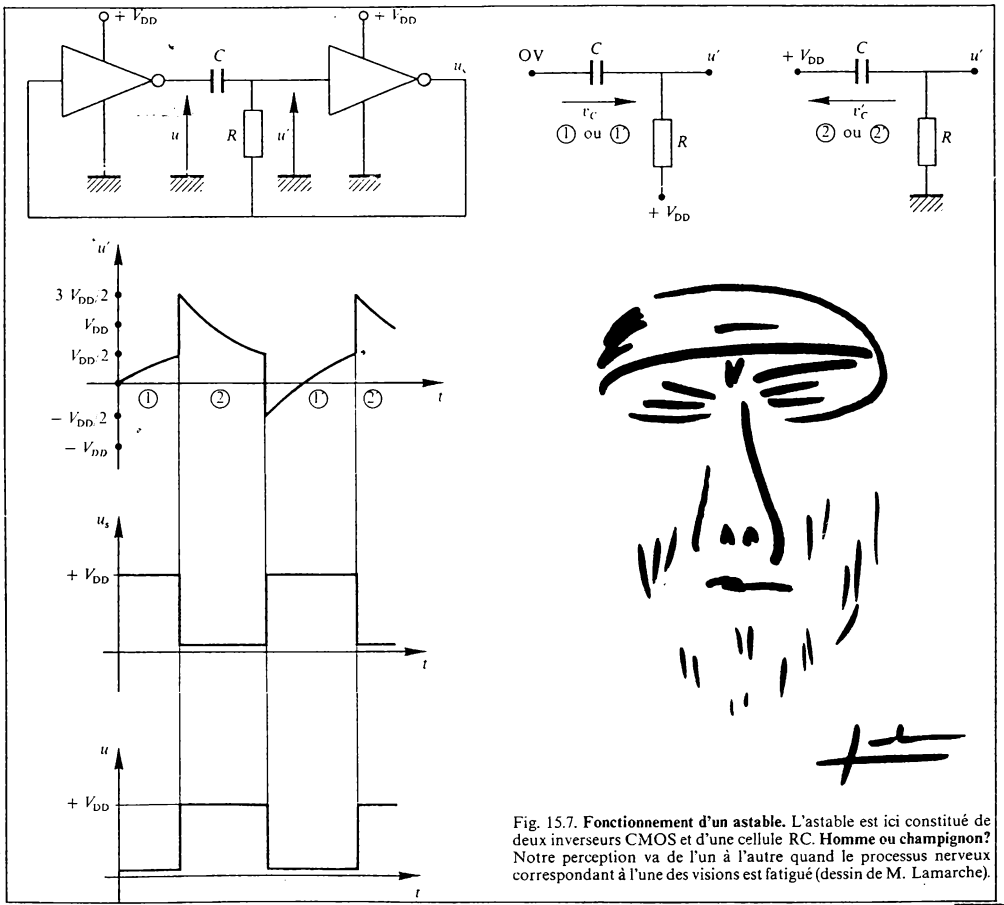


Fig. 15.7. **Fonctionnement d'un astable.** L'astable est ici constitué de deux inverseurs CMOS et d'une cellule RC. **Homme ou champignon?** Notre perception va de l'un à l'autre quand le processus nerveux correspondant à l'une des visions est fatigué (dessin de M. Lamarche).

différence entre ce nouvel état et l'état ① est que la tension initiale aux bornes du condensateur est

$$v_c = -\frac{V_{DD}}{2}$$

et non $v_c = 0$ V.

Observons les chronogrammes obtenus :

• *L'état initial ① est en fait un régime transitoire*, qui ne se reproduit plus jamais et correspond à la mise en route de l'oscillateur. Par la suite, toutes les phases de type ① seront identiques, comme les phases de type ②.

• *Le fonctionnement de ce système* est basé sur une succession de charges et de décharges de condensateur. La tension aux bornes du condensateur agit, par l'intermédiaire des seuils, sur les circuits qui l'alimentent.

3.2 Période de l'horloge

Évaluons la période de cette horloge, c'est-à-dire la durée séparant deux passages successifs du système par un même état.

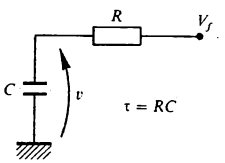
Rappel

Pour un condensateur possédant à ses bornes la tension V_i à $t = 0$, chargé sous la tension V_f, on a :

$$v = V_i e^{-t/r} + V_f(1 - e^{-t/r}).$$

Le temps mis pour atteindre la tension V_0 (avec $V_i < V_0 < V_f$) est

$$t_0 = \tau \ln \frac{V_f - V_i}{V_f - V_0}.$$



La période se compose de deux parties : ①, pour laquelle on définit :

$$V_i = -\frac{V_{DD}}{2}; \quad V_f = +V_{DD}; \quad V_0 = +\frac{V_{DD}}{2},$$

d'où :

$$t_1 = \tau \ln \frac{V_{DD} + \frac{V_{DD}}{2}}{V_{DD} - \frac{V_{DD}}{2}} = \tau \ln 3$$

et la partie ② pour laquelle :

$$V_i = -\frac{V_{DD}}{2}; \quad V_f = +V_{DD}; \quad V_0 = \frac{V_{DD}}{2},$$

d'où :

$$t_2 = \tau \ln \frac{V_{DD} + \frac{V_{DD}}{2}}{V_{DD} - \frac{V_{DD}}{2}} = \tau \ln 3.$$

La période T est la somme de ces deux durées :

$$T = t_1 + t_2 = 2\tau \ln 3 \approx 2{,}2\tau.$$

• *En pratique*, les entrées d'un circuit CMOS ne peuvent se voir appliquer des tensions supérieures à V_{DD}, ou inférieures à 0 V (négatives donc). Or u' dépasse ces valeurs pendant une partie de la période. On est donc amené à insérer une résistance de forte valeur entre u' et l'entrée de la porte pour obtenir un fonctionnement conforme à celui qui vient d'être décrit.

Remarquons enfin que la période de l'horloge ainsi obtenue est indépendante de V_{DD}.

4 MONOSTABLES

4.1 Fonctionnement

• Considérons le système suivant (*fig.* 15.9), employant deux *portes NAND CMOS*. Supposons l'entrée E portée au niveau logique **1**, c'est-à-dire au potentiel V_{DD}.

C'est l'*état de repos* du circuit, caractérisé par le fait qu'il n'y a plus de courant traversant le condensateur. Quels sont les potentiels des différents points du circuit? Le point B est à 0 V (le courant dans R est nul). Il impose D à **1**, soit $+V_{DD}$ (et donc A) à **0**, soit 0 V. (Il y a simultanément deux niveaux logiques haut sur l'entrée de la NAND.) D'autre part, le condensateur est complètement déchargé (armatures gauche et droite sont toutes deux à 0 V) : $v = 0$.

• Portons *l'entrée E provisoirement à* **0**. A bascule alors à **1**. Mais le condensateur conservant la tension (nulle) à ses bornes devant la transition, transmet cette variation de potentiel en B. $B = \mathbf{1}$ impose $D = \mathbf{0}$. Nous pouvons alors ramener E à **1** : la réaction du système est telle qu'elle maintient A à **1**.

• *Comment le système va-t-il maintenant évoluer?*

Immédiatement après la transition, l'extrémité A du condensateur est postée à V_{DD}.

Dans ces conditions, le condensateur se charge : v croît (tend vers V_{DD}). Mais la tension appliquée en B, soit $V_{DD} - v$, *diminue* (tend vers 0 V). Elle n'est cependant prise en compte comme en **1** que tant que $V_B > \frac{V_{DD}}{2}$, ou $v < \frac{V_{DD}}{2}$.

Que se passe-t-il quand ce seuil est atteint?

• *La porte commandée par B bascule.* D passe à **1**, A à **0** : cette transition est transmise par C à B. Ceci ne fait que renforcer D à **1**. *Le système est revenu dans son état initial.* Pas tout à fait cependant car, alors, $v \sim \frac{V_{DD}}{2}$ et $v_B = -\frac{V_{DD}}{2}$.

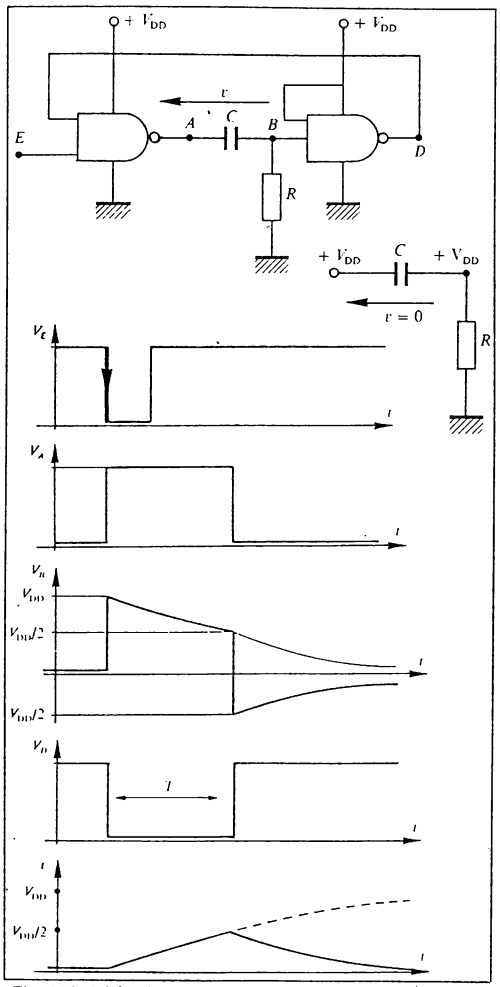


Fig. 15.9. **Réalisation d'un monostable.** Il comporte deux portes NAND CMOS.

Dans ces nouvelles conditions, le condensateur se décharge : il est en effet alimenté sous 0 V. La tension du point B évolue vers 0 V, tout comme v, avec la constante de temps RC. Au bout d'une durée théoriquement infinie, le système se retrouve exactement dans son état de départ.

4.2 Période du monostable

Sous l'effet d'un passage provisoire de v_E à 0, le système a délivré un signal (disponible en D) synchrone du front négatif de v_E. La largeur T ne dépend que des composants R et C.

Que vaut cette largeur (durée pendant laquelle D reste à 0)?

Elle correspond à la durée que met un condensateur chargé sous une tension $V_F = V_{DD}$ pour passer de $V_i = 0$ à $V_0 = +\frac{V_{DD}}{2}$. En reprenant la relation du paragraphe 3 :

$$T = \tau \ln \frac{V_{DD} - 0}{V_{DD} - \frac{V_{DD}}{2}} = \tau \ln 2 = 0{,}69\tau,$$

en posant $\tau = RC$.

T s'appelle (c'est formellement incorrect) la période propre du monostable. Elle est indépendante de V_{DD}.

4.3 Condition de fonctionnement

Comme dans l'exemple du paragraphe 2, l'entrée (B) d'une porte CMOS est portée provisoirement à des potentiels négatifs. Il est possible d'empêcher une conduction de la porte en plaçant une résistance en série sur son entrée.

D'autre part, et c'est plus important, le principe même de fonctionnement du monostable (T indépendant de v_E) impose que v_E repasse à 1 *avant* D : nous dirons que seul *son front descendant est actif*. Pour éliminer toute ambiguïté, en particulier, si la durée pendant laquelle v_E

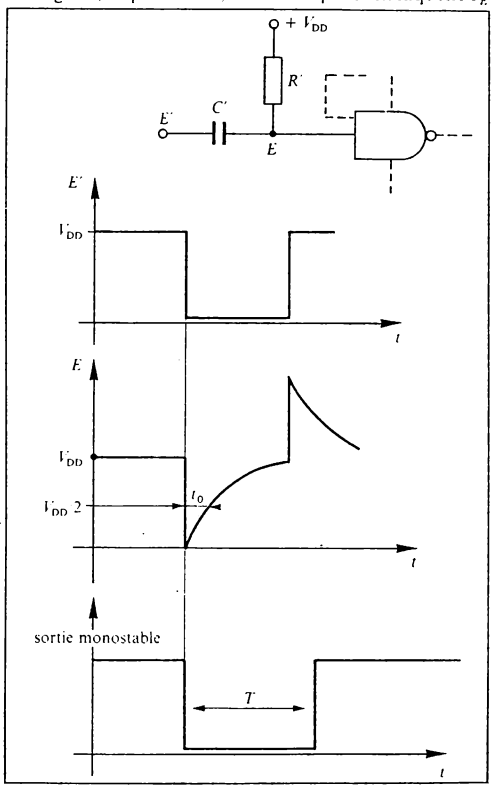


Fig. 15.10. **Intervention d'un circuit dérivateur.** Il est souvent préférable d'attaquer un monostable par l'intermédiaire d'un circuit dérivateur.

reste égale à 0 est supérieure à T, il est judicieux de faire précéder le monostable d'*un montage dérivateur* (*fig.* 15.10), en choisissant nécessairement $R'C' \ll RC$ pour que la largeur t_0 de l'impulsion négative à la hauteur $\frac{V_{DD}}{2}$ soit bien inférieure à T.

Ne pas oublier, dans l'utilisation de ce système, de tenir compte de *la durée de récupération*, qui nécessite un « certain temps » d'attente pour redéclencher un monostable (*fig.* 15.9). En effet, après avoir fourni son impulsion, le monostable n'est pas retourné à *son état de repos*. Cette durée, théoriquement infinie, correspond à la décharge de $C\left(\text{de } \frac{V_{DD}}{2} \text{ à } 0 \text{ V}\right)$: on l'estime à trois ou quatre fois la constante de temps τ.

5 BISTABLE

Il s'agit d'un système à deux états stables passant de l'un à l'autre sous l'influence d'une tension d'entrée v_e.

La différence avec le Trigger de Schmitt vient du fait que ce sont les* transitions *de v_e, et non plus ses niveaux qui font basculer le dispositif.

Examinons la figure 15.11. Il s'agit d'un Trigger de Schmitt, précédé d'un circuit *dérivateur*. Au repos, $v'_E = 0$: la valeur de v_s n'est pas connue dans ce cas. Supposons $v_s = +V_{sat}$ (l'autre hypothèse $v_s = -V_{sat}$ est tout aussi convenable).

Appliquons en v_e un signal rectangulaire.

Il est dérivé par le circuit RC. Les impulsions recueillies alors en v_E déclenchent le trigger uniquement lorsque leur amplitude est supérieure à V_r : la sortie bascule sur $-V_{sat}$. v'_e revient alors à 0, alors que v_e reste constante : c'est bien son front négatif qui a produit le changement d'état.

Toute nouvelle transition positive de v_e (il faudrait d'ailleurs pour cela que l'amplitude de v_e augmente encore) ne produit aucun changement de v_s. Au contraire, une transition négative d'amplitude supérieure à $|V'_r|$, transmise par le courant dérivateur, amène le trigger à basculer sur $+V_{sat}$.

Remarque :

Ne pas confondre bistable et bascule : celle-ci change d'état pour des transitions (d'horloge) qui sont toujours de même signe, et non pour des transitions de polarités opposées.

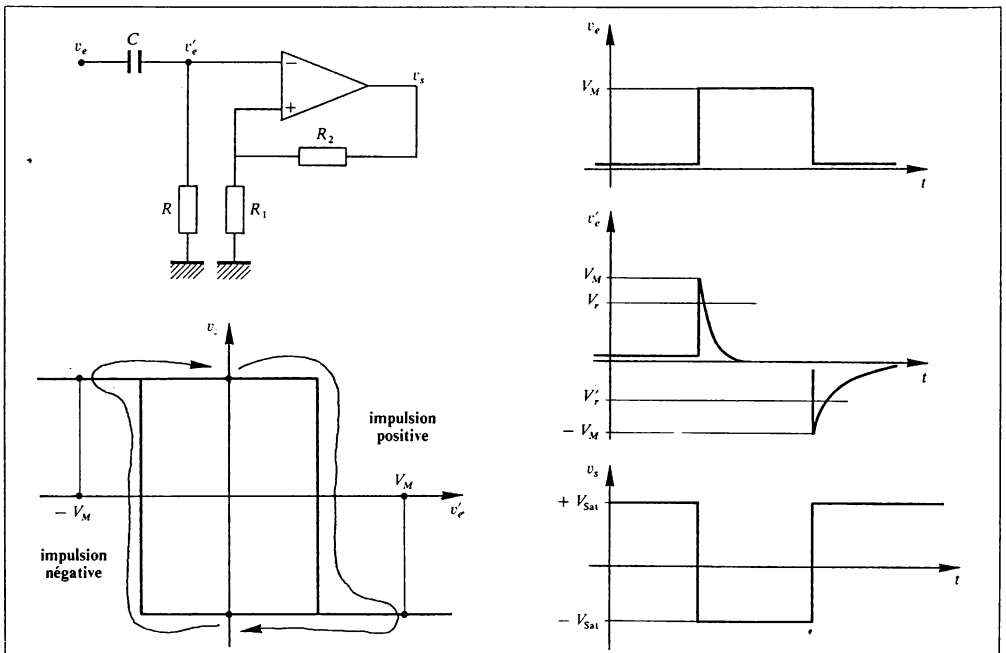


Fig. 15.11. **Fonctionnement d'un bistable.** Il est également commandé par un circuit dérivateur.

LABORATOIRE

Le circuit TDB 0555 (Thomson-EFCIS) est un circuit à haute stabilité produisant des signaux de durée précise ou des oscillations. Il comprend deux comparateurs à tensions de références fixes et une bascule RS dont la sortie $\overline{Q}$ contrôle un transistor de décharge T (voir figure 15.12).

1. Fonctionnement en astable (horloge)

Dans cette fonction, le circuit est connecté de telle façon que la tension aux bornes du condensateur évolue entre $\frac{1}{3} V_{CC}$ et $\frac{2}{3} V_{CC}$. La charge s'effectue à travers $R_A + R_B$, la décharge à travers R_B. Le constructeur donne alors $T = \frac{(R_A + 2R_B)C}{1{,}44}$ (cette relation se démontre facilement). Le rapport cyclique est alors $\frac{R_A}{R_A + 2R_B}$.

Calculer R_A et R_B pour obtenir une fréquence de 10 kHz avec $C = 22$ nF et un rapport cyclique de $\frac{1}{4}$.

Relever les oscillogrammes de la tension de sortie (borne 3) et de la tension aux bornes du condensateur. Mesurer la période de l'oscillateur.

2. Fonctionnement en monostable

Dans ce cas (*fig.* 15.12), quand la tension appliquée sur la borne 2 (trigger) passe en dessous de $\frac{V_{CC}}{3}$ le transistor T se bloque, C se charge alors vers $+ V_{CC}$. Quand la tension à ses bornes atteint $\frac{2}{3} V_{CC}$, $\overline{Q}$ impose la saturation de T. C se décharge alors (rapidement). Le système ne peut pas être redéclenché tant que la durée propre n'est pas terminée. On a alors $T = 1{,}1 R_A C$ (le démontrer).

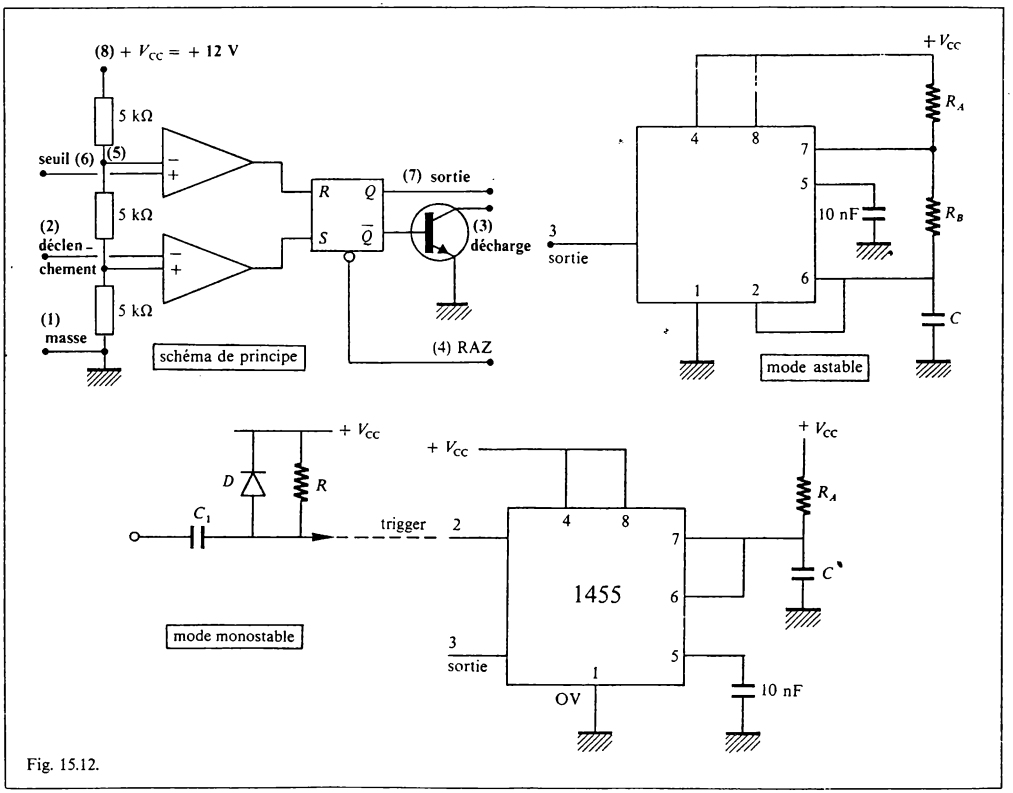


Fig. 15.12.

La largeur de l'impulsion de commande doit être inférieure à T.

• Avec $R_A = 27$ kΩ, calculer C pour obtenir $T = 1$ ms, 10 ms, 100 ms. On applique au dérivateur d'entrée des créneaux d'amplitude crête à crête 10 V. On a $C_1 = 1$ nF. Calculer R pour que l'impulsion ait une largeur de 10 µs au niveau $\frac{1}{3} V_{CC}$ ($V_{CC} = 12$ V).

Quel est le rôle de D?

Mesurer alors les périodes propres obtenues pour $R_A = 27$ kΩ et les capacités calculées. Relever les différents oscillogrammes et la tension aux bornes de C pour $T = 1$ ms.

• En supprimant le circuit dérivateur, appliquer des créneaux sur l'entrée de largeur supérieure à T ($= 1$ ms). Observer les phénomènes obtenus.

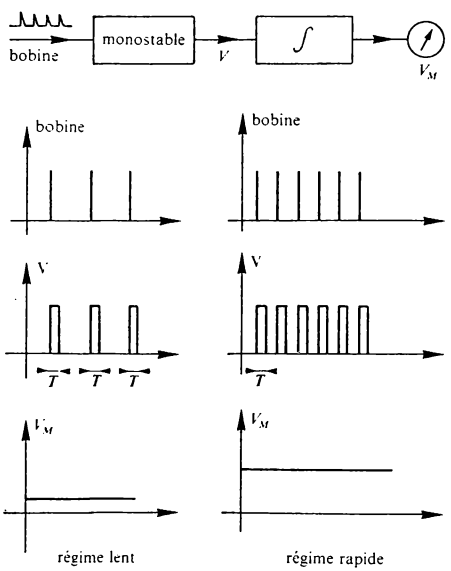
En fin de mesures réaliser une charge du condensateur à courant constant (I_0). Comment les oscillogrammes se modifient-ils? Mesurer T. Comparer alors à la valeur théorique (avec, par exemple, $I_0 = 1$ mA et $C = 0{,}1$ µF).

DOCUMENTAIRE

Compte-tours

Un grand nombre de véhicules automobiles sont aujourd'hui équipés de compte-tours électroniques. Cet accessoire renseigne le conducteur sur le régime de son moteur afin d'adapter celui-ci à son style de conduite. Sur les motocyclettes, cet instrument s'avère également très utile : le moteur prend facilement des tours, tout sur régime peut être fatal.

Un compte-tours est très simple à réaliser. Il faut disposer d'impulsions, celles-ci synchrones des étincelles qui alimentent les bougies (faciles à obtenir sur la bobine). Ces impulsions attaquent un monostable de période calibrée. Par intégration, on obtient la valeur moyenne du signal ainsi créé, proportionnelle au nombre d'étincelles par seconde, donc, en tenant compte de ce facteur proportionnelle, au nombre de tours par seconde du moteur. Un instrument analogique, en général un galvanomètre, affiche le régime de rotation. Un étalonnage du système reste cependant nécessaire.



ENTRAINEMENT ET RECHERCHE

QUESTIONS RAPIDES

1

Citer quelques composants dont on assimile la caractéristique de transfert à une marche d'escalier.

2

Qu'est-ce qu'un comparateur?

3

Définir le cyclogramme d'un Trigger de Schmitt. Expliquer pourquoi il doit être fléché.

4

Qu'appelle-t-on hystérésis d'un Trigger?

5

Comment un monostable fonctionne-t-il?

6

Quelle est la définition de la période propre d'un monostable? De quoi doit-elle dépendre? De quoi ne doit-elle pas dépendre?

7

Qu'est-ce qu'une horloge?

8

Comment fonctionne en principe une horloge basée sur l'emploi d'un circuit RC et de comparateurs?

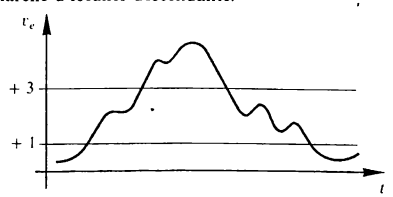
9

Quelles différences y a-t-il entre une bascule, un bistable et un trigger de Schmitt?

EXERCICES

10

On considère un trigger de Schmitt possédant deux seuils $V_r = +3$ V et $V_r' = +1$ V (avec $v_s = +V_{sat}$ ou 0 V). Tracer son cyclogramme en le supposant en marche d'escalier descendante.



On lui applique le signal ci-dessus (figure). Donner l'allure de la tension de sortie.

11

On connecte deux inverseurs CMOS en cascade. Tracer la caractéristique $v_s(v_e)$ composite.

12

On fait précéder le trigger de Schmitt du paragraphe 2.1 par un inverseur (linéaire) pour lequel

$$v_s = V_{DD} - v_e \ (0 \leqslant v_e \leqslant V_{DD}).$$

Tracer la caractéristique composite du montage.

13

Comment pourrait-on avoir $|V_r| \neq |V_r'|$ dans un trigger de Schmitt (utiliser deux diodes)?

14

Que se passe-t-il si la durée de v_e à l'état bas est supérieure à T dans le monostable du paragraphe 4.1? Quels sont les oscillogrammes correspondants. Quel inconvénient, ce réglage présente-t-il?

15

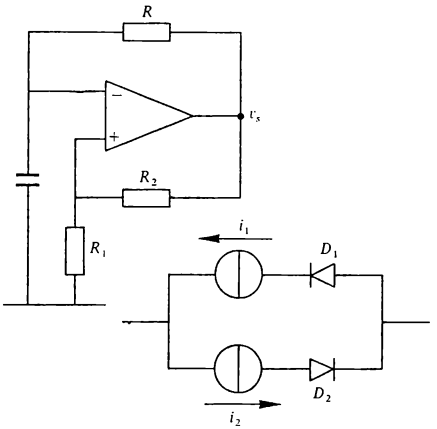
Que se passe-t-il si l'on cherche à redéclencher le monostable du paragraphe 4.1 pendant qu'il est en train de délivrer son signal?

16

Il existe des monostables intégrés offrant une grande souplesse d'emploi. A ce sujet, consulter la notice du circuit MC 14538 (Motorola) CMOS contenant deux monostables distincts, déclenchables par des fronts positifs ou négatifs. Montrer que l'on peut réaliser une horloge avec un seul boîtier.

17

On considère le montage suivant :



a) Donner les oscillogrammes des tensions $v(t)$ et $v_s(t)$, en appelant t_1 la durée pendant laquelle $v_s = +V_{sat}$ et t_2 celle pendant laquelle $v_s = -V_{sat}$.

Conseil

Pour étudier ce genre de circuits, il faut :

— se fixer la valeur du potentiel d'un point du circuit (la sortie, par exemple); en déduire les autres potentiels qui doivent alors être *compatibles avec l'hypothèse*;

— voir comment évolue le système à partir de cet état *possible*.

b) En déduire la relation donnant la période T.

Application numérique :

$$R_1 = R_2; \quad R = 10\ \text{k}\Omega;$$

$C = 0{,}1\ \mu\text{F}$. Calculer numériquement T. Que vaut $\frac{t_1}{T}$ (rapport cyclique)?

c) Montrer que pendant la durée t_1, le courant dans R n'a pas le même sens que pendant la durée t_2. En déduire une méthode pour faire varier le rapport cyclique $\frac{t_1}{T}$.

Est-il possible de le faire varier en gardant T constante?

d) On remplace R par le dipôle suivant :

Comment les oscillogrammes de $v(t)$ sont-ils modifiés? Que deviennent t_1 et t_2?

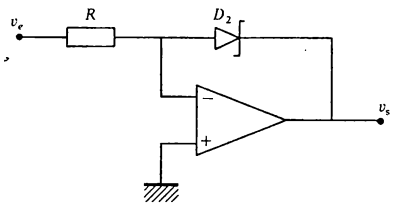
Application numérique :

Calculer T si $i_1 = 1$ mA et $i_2 = 0{,}5$ mA.

Comment pourrait-on réaliser ce dipôle avec des transistors bipolaires; avec des transistors à effet de champ?

18

Tracer la caractéristique de transfert du quadripôle suivant :



D_Z est une diode de Zéner de tension directe $V_D = 0{,}6$ V et de tension de Zéner $V_Z = 5{,}6$ V.

19

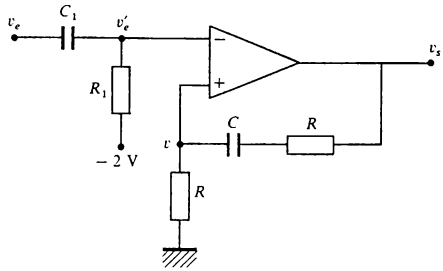
Étude d'un monostable à amplificateur opérationnel.

Conseil :

Pour trouver l'état de repos d'un monostable, on a le droit de supposer que cet état existe depuis un certain temps : alors les régimes transitoires ont disparu, il n'y a plus de courant traversant les condensateurs.

a) Trouver l'état de repos de ce système.

b) On applique un signal rectangulaire sur v_e.



Quels doivent-être le signe et l'amplitude (minimale) de la transition induite en v'_e pour faire basculer le système?

c) Tracer alors en coïncidence de temps les oscillogrammes de $v_e(t)$, $v'_e(t)$, $v_s(t)$, $v(t)$.

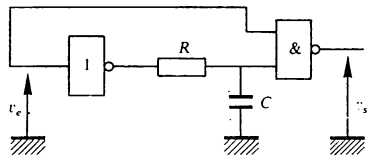
d) En déduire la période de ce monostable.

Application numérique :

$R = 10\ \text{k}\Omega$; $C = 0{,}1\ \mu\text{F}$. Quelle doit être la valeur maximale de $R_1 C_1$?

20

On considère le monostable suivant :



Examiner son fonctionnement. Tracer les chronogrammes correspondants.

On étudie un compte-tours électronique. La fréquence des impulsions correspondant aux étincelles est comprise entre 30 Hz et 150 Hz (régime allant de 1 000 à 5 000 tr/min, moteur quatre cylindres). Ces impulsions agissent sur un monostable de période 5 ms. Tracer les oscillogrammes dans les deux cas extrêmes. Sachant que l'amplitude des créneaux délivrés par le monostable est 5 V, calculer la valeur moyenne du signal obtenu dans ces deux cas.

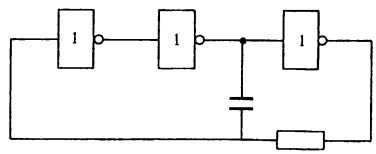
21

On considère l'oscillateur de la figure 15.7.

On remplace l'inverseur de gauche par une porte NAND dont l'une des deux entrées est reliée comme l'ancienne entrée de l'inverseur. Quelle est l'action de la seconde entrée de la porte NAND?

22

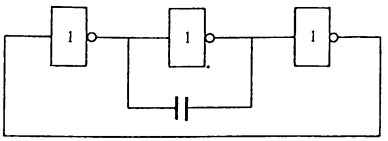
On considère l'oscillateur suivant :



Examiner son fonctionnement. Calculer sa période.

23

Même question pour l'oscillateur suivant :



Conseil : Tenir compte de la résistance de sortie des inverseurs.

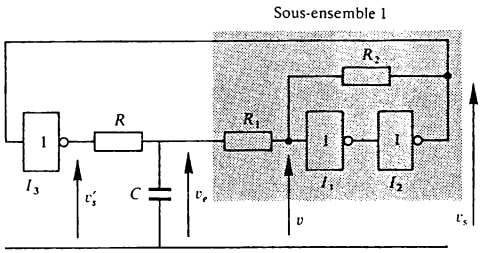
Pour un amplificateur opérationnel, la tension différentielle d'entrée n'est nulle que
- s'il y a contre-réaction,
- si le système réalisé est stable,
- si l'amplificateur lui-même n'est pas saturé.

En commutation (régime de réaction positive), un amplificateur opérationnel peut avoir une tension différentielle d'entrée grande.

PROBLÈME

24

On considère le montage suivant :



Il comprend trois inverseurs CMOS I_1, I_2, I_3, supposés parfaits $\left(\text{en particulier commutation à } \frac{V_{DD}}{2}\right)$. On a $V_{DD} = 10$ V et $R_1 = \frac{R_2}{3}$.

1° *Étude du sous-ensemble 1 :*

a) Exprimer v en fonction de v_s et de v_e.

b) On suppose $v_s = 0$. A quelles valeurs de v_e cela correspond-il?

c) On suppose $v_s = V_{DD}$. Tracer alors la fonction d'équation $v = v_e \frac{R_2}{R_1 + R_2} + v_s \frac{R_1}{R_1 + R_2}$, en fonction de v_e. En déduire les valeurs correspondantes de v_e.

d) Partant de $v_e = 0$, $v_s = 0$, expliquer comment varie v_s en fonction de v_e. En déduire le cyclogramme du montage.

2° On adjoint l'inverseur I_3 au sous-ensemble 1.

a) $v'_s = V_{DD}$ si $v_s < \frac{V_{DD}}{2}$. En déduire les valeurs correspondantes de v_e.

b) $v'_s = 0$ V si $v_s > \frac{V_{DD}}{2}$. En déduire les valeurs correspondantes de v_e.

c) Tracer la caractéristique composite $v'_s(v_e)$.

3° On étudie alors le montage complet.

a) On suppose au départ $v_e \geqslant 3{,}33$ V. Comment le système évolue-t-il?

b) Tracer alors les oscillogrammes de $v_e(t)$ et $v_s(t)$ en coïncidence de temps.

c) En déduire la période de l'oscillateur ainsi réalisé.

Application numérique :

$R = 10$ kΩ; $C = 10$ nF; en déduire sa fréquence.

d) Que vaut le rapport cyclique de $v_s(t)$?

Solution :

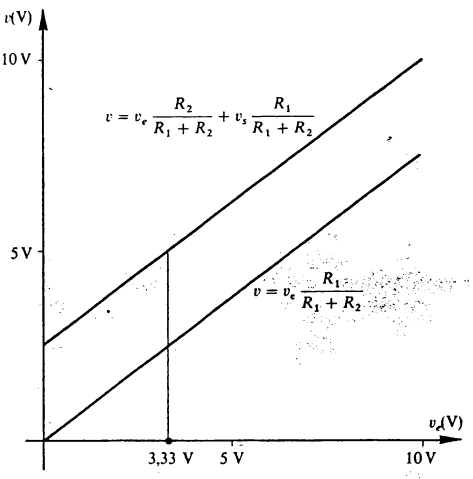
1° *a*) $v = \frac{R_2}{R_1 + R_2} v_e + \frac{R_1}{R_1 + R_2} v_s$.

b) Si $v_s = 0$, $v = \frac{R_2}{R_1 + R_2} v_e = \frac{3}{4} v_e$.

Comme (par hypothèse) $v_s = 0$, on a $v < \frac{V_{DD}}{2}$, donc $\frac{3}{4} v_e < \frac{V_{DD}}{2}$, d'où

$$v_e < \frac{4}{3} \cdot \frac{V_{DD}}{2} = \frac{2}{3} V_{DD} = 6{,}66 \text{ V}.$$

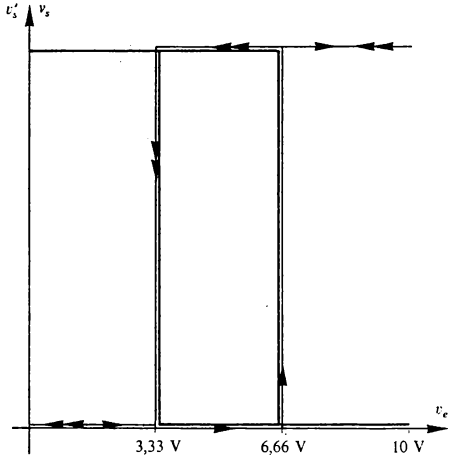
c) La résolution de cette question peut être graphique (ce n'est pas obligatoire). Il suffit de tracer la droite



d'équation $v = v_e \times \frac{R_2}{R_1 + R_2}$, puis de décaler celle-ci vers le haut de la quantité $v_s \frac{R_1}{R_1 + R_2} = 2{,}5$ V, puisque l'hypothèse est $v_s < V_{DD}$. Cette hypothèse n'est vérifiée

que si $v > \frac{V_{DD}}{2}$, soit par report sur l'axe des abscisses : $v_e > 3{,}3$ V.

d) Si $v_e = 0$ alors $v_s = 0$ si v_e augmente, v_s reste égale à 0 tant que $v_e < 6{,}66$ V. Si $v_e > 6{,}66$ V, v_s passe à 1 et y reste tant que $v_e > 3{,}33$ V, d'où le cyclogramme (avec les flèches) :



2° *a*) $v_s < \frac{V_{DD}}{2}$ correspond à $v_e < 6{,}66$ V.

b) $v_s > \frac{V_{DD}}{2}$ correspond à $v_e > 3{,}33$ V.

c) On dessine alors le cyclogramme $v_s'(v_e)$.

3° *a*) Si $v_e = 3{,}33$ V, alors $v_s' = +V_{DD}$. Le condensateur tend à se charger vers V_{DD}. Quand v_e atteint 6,66 V, le système bascule : $v_s' = 0$ V. Le condensateur se décharge alors jusqu'à $v_e = 3{,}33$ V; le cycle recommence alors.

b) Voir la courbe :

c) On a alors (voir le cours) :

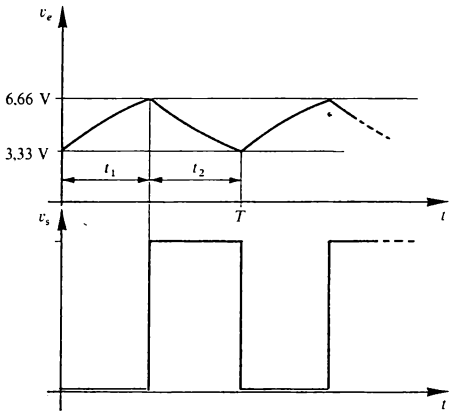
$$T = \tau\left[\lg\frac{10-3{,}33}{10-6{,}66} + \lg\frac{0-6{,}66}{0-3{,}33}\right]$$
$$= 2\tau \lg 2 = 1{,}38\tau,$$

d'où numériquement

$$T = 1{,}38 \times 10^{-4} \text{ s}$$

et $f = 7{,}24$ kHz.

d) Le rapport cyclique est défini par $\frac{t_1}{T}\left(\text{ou } \frac{t_2}{T}\right)$; il vaut ici 0,5.



CHAPITRE 16

BASCULES, REGISTRES, COMPTEURS

Nous avons rencontré à plusieurs reprises la nécessité de disposer de « mémoires » dans les circuits logiques, afin de conserver temporairement une grandeur binaire. Dans ce chapitre nous étudions une mémoire élémentaire : la bascule, dont les combinaisons permettent de construire des registres et des compteurs.

1 LES BASCULES

1.1 Bascule *RS*

Le dispositif de la figure 16.1 comporte deux portes NOR dont la table de vérité est rappelée : le **1** est dominant, il impose toujours un **0** en sortie.

Détaillons la succession des états de sortie de la bascule selon une séquence d'entrée.

• *En partant de l'état* $R = 0$, $S = 0$., Q *et* $\overline{Q}$ ont indifféremment les valeurs **0** ou **1** : c'est l'**état repos** (ou état mémoire) de la bascule.

En effet, si $Q = 1$, on a bien $\overline{Q} = 0$ et $Q = 1$. De même, si $Q = 0$, on a $S = 0$, $Q = 0$, donc $\overline{Q} = 1$ et si $\overline{Q} = 1$, $R = 0$. Nous constatons que Q et $\overline{Q}$ dans les deux cas, ont des valeurs complémentaires, d'où la notation adoptée.

• Partons maintenant de l'état $R = 0$, $S = 0$, $\overline{Q} = 1$, *puis passons à* $S = 1$, avec toujours $R = 0$.

Le **1** étant dominant, il impose aussitôt $\overline{Q} = 0$, mais alors $\overline{Q} = 0$ et $R = 0$ imposent à leur tour pour l'autre circuit $Q = 1$: *la bascule a changé d'état.*

• *Ramenons* S *à* **0** (on a toujours $R = 0$). D'après la table de vérité, cela ne change pas $\overline{Q}$: la sortie n'est pas modifiée : *la bascule a mis en mémoire* le passage de S à **1**.

• Partant de ce dernier état, *amenons* R *à* **1**. Cette fois-ci Q passe à **0**, ce qui entraîne ($Q = 0$, $S = 0$) $\overline{Q} = 1$. Cet état confirme $Q = 0$: *l'action sur* R *a donc remis à* **0** *la sortie de la bascule.*

• *Revenons à* $R = 0$, $S = 0$. Rien ne change : l'état $Q = 0$, $S = 0$ a pour conséquence $\overline{Q} = 1$ et $R = 0$ entraînant $Q = 0$; *la bascule se retrouve dans son état initial.* Le chronogramme (*fig.* 16.1) résume ce fonctionnement.

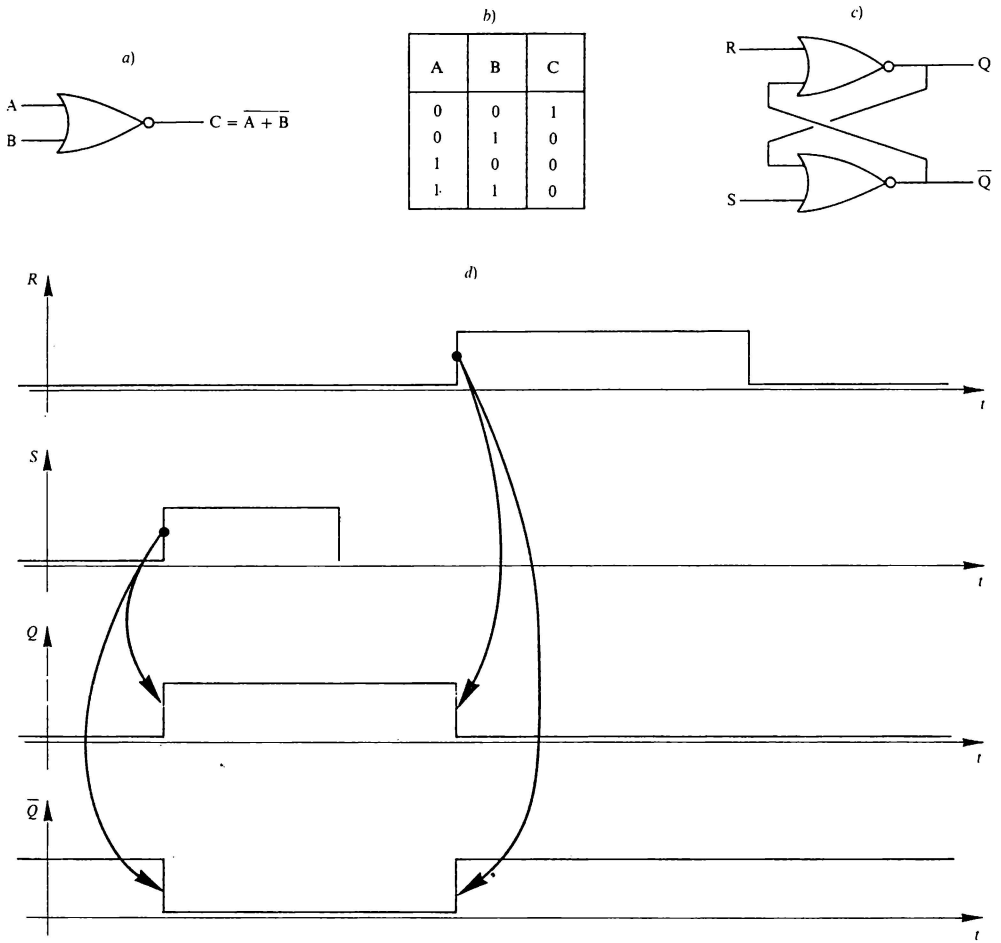


Fig. 16.1. **Porte *NOR* et bascule *RS*.** Une telle bascule est un système à réaction, puisque les sorties Q et $\overline{Q}$ viennent agir sur les entrées des portes *NOR*.

1.2 Bascule *D*

La bascule *RS* étudiée précédemment présente plusieurs inconvénients. D'abord l'état $R = 1, S = 1$ est interdit dans la mesure où cela imposerait $Q = 1$ et $\overline{Q} = 1$ (Q n'est plus complémentaire de $\overline{Q}$), et le retour à l'état $R = S = 0$ ne permettrait plus de définir les valeurs futures de Q et $\overline{Q}$. Ensuite elle ne mémorise pas une variable logique : seule l'action sur S aboutit à $Q = 1$ et seule l'action sur R impose $Q = 0$. Enfin les deux entrées R et S sont asynchrones, dans la mesure où elles agissent instantanément, donc l'une après l'autre, sur la bascule. Or, il est parfois nécessaire de mémoriser une information à un instant précis.

Nous constatons qu'à trois reprises, la bascule s'est trouvée dans l'état $R = S = 0$. Cependant, dans un cas la sortie Q n'avait pas la même valeur que dans les deux autres. Ce **système est qualifié de séquentiel,** car contrairement aux systèmes logiques étudiés précédemment, dits **combinatoires,** l'état du système séquentiel dépend non seulement des valeurs de ses variables d'entrée, mais également des états antérieurs de ses sorties.

La bascule RS possède un état de repos $R = 0$, $S = 0$. A partir de l'état de repos, la mise en $S = 1$ impose $Q = 1$ et la mise en $R = 1$ impose $Q = 0$. La bascule RS met en mémoire la dernière action qui la fait commuter.

Souvent, la bascule *RS* est réalisée à partir de portes NAND.

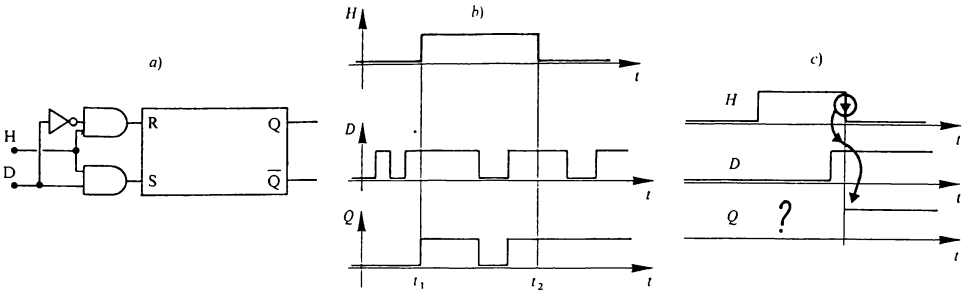


Fig. 16.2. **Une bascule *D*.** Elle est construite à partir d'une bascule *RS*. Elle mémorise l'information présente sur le front descendant de l'horloge *H*.

On supprime ce triple inconvénient avec le système suivant (*fig.* 16.3). Détaillons la séquence :

• L'état $R = 1$, $S = 1$ ne peut pas se produire par construction. Pour $H = 1$: $R = \overline{S} = \overline{D}$.

R et *S* sont donc toujours compléments l'un de l'autre.

• Cette bascule possède une seule entrée, notée *D*. Pour $D = 1$, on a $S = 1$, $R = 0$ et pour $D = 0$, on a $S = 0$, $R = 1$, tout ceci quand $H = 1$.

• Seul $H = 1$ autorise la liaison entre *D* (entrée de l'information et les bornes *R* et *S*. Pour $H = 0$, on a $R = S = 0$: on retrouve l'état de repos de la bascule *RS*.

• Comment s'emploie une telle bascule? observons le chronogramme des temps (*fig.* 16.2) :

Jusqu'à l'instant t_1, $H = 0$, ce qui correspond à $R = S = 0$, la bascule conserve son état antérieur que nous avons supposé être $Q = 0$.

A partir de l'instant t_1, $H = 1$. Alors $S = D$ et $R = \overline{D}$. Si $D = 0$, on a $S = 0$, $R = 1$, d'où $Q = 0$; si $D = 1$, on a $S = 1$, $R = 0$, d'où $Q = 1$: **Pour $H = 1$, la sortie Q recopie l'entrée D.**

A l'instant t_2, *H* passe à **0** : la dernière information présente en *D* à ce moment-là est mémorisée en *Q*.

• Il en résulte que l'information mémorisée est celle qui est présente sur *D* à l'instant du front descendant d'horloge que nous signalerons par le symbole ⌐.

SF.C 474 E

DUAL D TYPE FLIP FLOPS
DOUBLES BASCULES TYPE D

GENERAL DESCRIPTION

The SF.C 474 is a dual D-type flip-flops. Input information (D) is transfered to the outputs on the positive edge of the clock pulse. Clock triggering occurs at a voltage level of the clock pulse and is not directly related to the transition time of the positive going pulse.

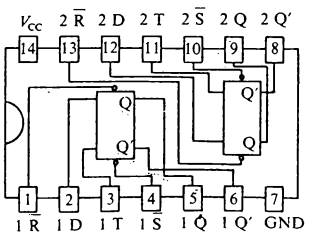
After the clock input threshold voltage has been passed, the data input (D) is locked out.

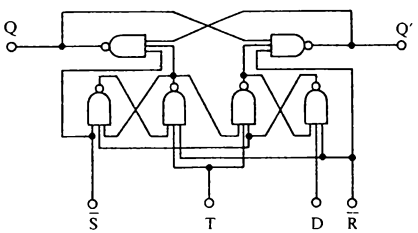
DESCRIPTION GENERALE

Le circuit SF.C 474 est constitué de deux bascules indépendantes du type D. L'information présente sur l'entrée D est transférée sur les sorties lors du front montant de l'impulsion d'horloge. Ce transfert est lié au franchissement d'un seuil et non au temps de montée de l'impulsion d'horloge.

L'entrée d'information (D) n'agit plus lorsque l'horloge est à une tension supérieure à ce seuil.

boîtier





FUNCTIONAL TABLE
TABLE DE FONCTIONNEMENT

t_n	t_{n+1}	
Input D *Entrée D*	Q	Q′
L	L	H
H	H	L

Notes : t_n : Bit time before clock pulse *Instant avant transition d'horloge*

t_{n+1} Bit time after clock pulse *Instant après transition d'horloge*

Low input to $\overline{S}$ sets Q to high level
$\overline{S}$ au niveau bas entraîne Q au niveau haut

Low input to $\overline{R}$ sets Q to low level
$\overline{R}$ au niveau bas entraîne Q au niveau bas

$\overline{S}$ and $\overline{R}$ are independent of clock
L'action de $\overline{R}$ et $\overline{S}$ est indépendante de l'état de l'horloge

Fig. 16.3. Notice technique du SFC 474. Le boîtier comprend deux bascules D indépendantes, avec entrées de forçage asynchrones.

En appelant t_n, l'instant précédant ce front, et t_{n+1} l'instant lui succédant, établissons la table de vérité de la bascule D :

t_n	t_{n+1}
D	Q
0 1	0 1

En pratique, un système synchrone (pourvu d'une horloge), bascule sur l'état actif de celle-ci. L'état actif est, soit un front descendant (comme dans l'exemple précédent) soit un front montant, un niveau haut ou un niveau bas.

• La notion d'état actif s'étend à toutes les entrées d'un circuit. On note les entrées sensibles à un niveau bas ou à un front descendant, par une barre de complémentarité, $\overline{H}$ par exemple.

Une bascule D recopie sur sa sortie Q la valeur de D présente lors de l'état actif d'horloge H.

Ceci se traduit également par l'écriture $Q_{n+1} = D$, en sous-entendant que l'égalité n'est vérifiée qu'après le front descendant d'horloge : Q_{n+1} est alors la nouvelle valeur de Q.

1.3 Bascule *JK* maître-esclave

• La bascule D présente malgré tout un dernier inconvénient : lors de l'état actif de l'horloge, l'information est court-circuitée car Q est alors reliée directement à D; on a alors $Q_{n+1} = D$ avec perte définitive de Q_n.

L'examen de la figure 16.4 *a* montre qu'après le front d'horloge, nous n'avons pas, comme nous aurions pu l'attendre $Q' = D'$ et $Q = D$, mais plutôt $Q' = Q = D$.

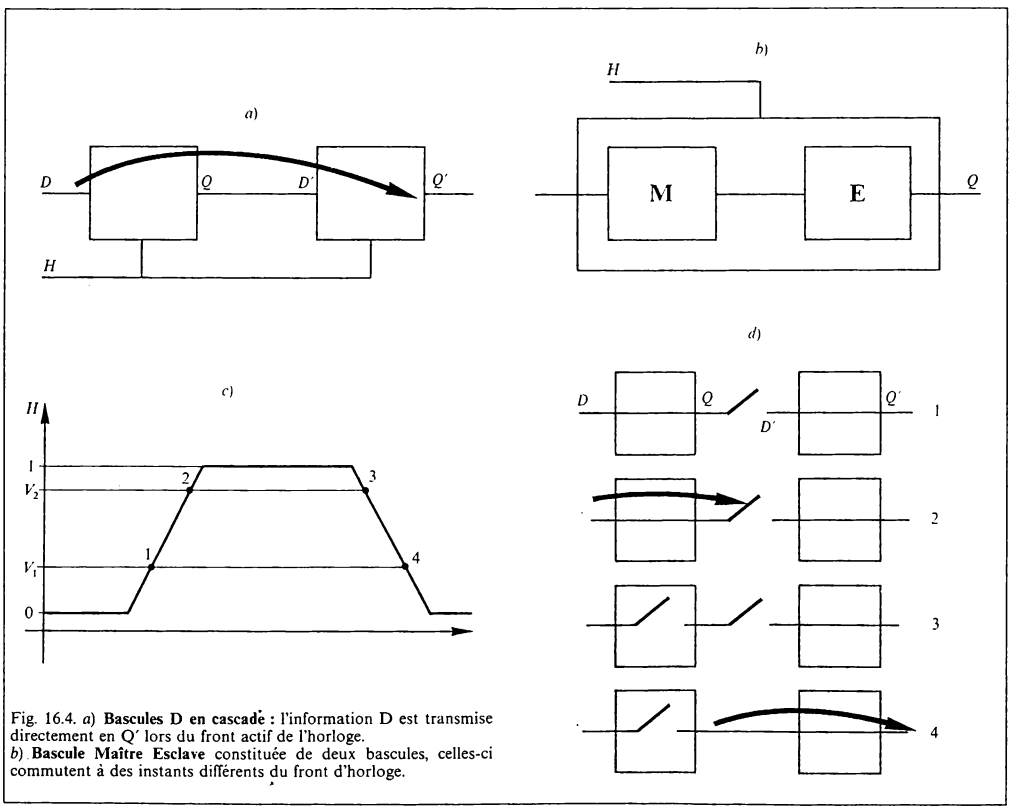


Fig. 16.4. *a*) **Bascules D en cascade** : l'information D est transmise directement en Q' lors du front actif de l'horloge.
b) **Bascule Maître Esclave** constituée de deux bascules, celles-ci commutent à des instants différents du front d'horloge.

Ceci est un inconvénient dans certaines applications, comme nous le verrons plus loin.

• *Pour éviter* cet inconvénient, on remplace la bascule D par un ensemble de deux bascules, commutant chacune à un niveau différent du front d'horloge. Illustrons son fonctionnement (*fig.* 16.4 *b*) :

– Lors du front montant d'horloge (instant 1), le maître est déconnecté de l'esclave.

– Immédiatement après (instant 2), l'information est transmise depuis l'entrée jusqu'à la sortie du maître.

– Pendant le front descendant (instant 3), la liaison entrée-sortie du maître est coupée.

– A l'instant 4, l'information présente en sortie est transférée à l'esclave.

Ainsi, quand on connecte en cascade deux bascules de ce type, pour réaliser le montage de la figure 16.3, il y a bien, après le passage de l'impulsion d'horloge, l'état $Q = D$ et $Q' = D'$.

Une bascule maître-esclave traite l'information qui lui est présentée en deux temps : elle l'accepte pendant le front montant d'horloge, puis la transfère à sa sortie pendant le front descendant.

La bascule D n'a que deux états de fonctionnement : imposer $Q_{n+1} = 1$, ou $Q_{n+1} = 0$, lors de l'état actif de l'horloge. Il serait souhaitable de pouvoir imposer $Q_{n+1} = Q_n$ ou $Q_{n+1} = \overline{Q}_n$ afin d'augmenter sa souplesse d'emploi. C'est le rôle de la bascule JK.

Une bascule *JK* se présente ainsi :

• *deux entrées J et K* : J joue le même rôle que S dans la bascule RS, et K celui de R. En affectant l'indice n aux valeurs des grandeurs à l'instant précédent l'impulsion d'horloge, et l'indice $n + 1$ aux valeurs des grandeurs après l'impulsion d'horloge. On a donc pour table de vérité :

J_n	K_n	H	Q_{n+1}
0	0	front actif	Q_n
1	0	front actif	1
0	1	front actif	0
1	1	front actif	$\overline{Q}_n$

Notons la signification de la dernière ligne : l'état qui est interdit pour la bascule RS est ici mis à profit pour offrir une nouvelle possibilité de fonctionnement :

– *une entrée d'horloge* H (ou T) notée $\overline{H}$, ce qui rappelle l'action du front descendant;

– *deux sorties complémentaires* Q *et* $\overline{Q}$;

– *une ou deux entrées asynchrones* pour la mise à 1 ($S = 1$) ou la remise à zéro ($R = 1$).

Ces deux dernières entrées sont notées $\overline{S}$ ou $\overline{R}$ si leur niveau actif est bas.

• *Cette dernière bascule est d'un emploi très général.* Elle est souvent offerte par les constructeurs sous la forme maître-esclave. Une telle **bascule *JK* maître-esclave est universelle,** car elle remplace à elle seule tous les autres types de bascules.

On consultera avec profit les notices des produits SFC474 (TTL) au 4027(CMOS).

2 REGISTRES ET MÉMOIRES

Disposant maintenant de composants à mémoire à chaque instant pour une grandeur binaire, réalisons des ensembles.

2.1 Fabrication d'un registre (*fig.* 16.5)

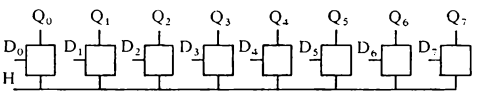


Fig. 16.5. **Registre de stockage.** Il est formé de la réunion d'un certain nombre de bascules élémentaires.

D_0 à D_7 sont les entrées d'information, Q_0 à Q_7 les sorties mémorisées. H, l'horloge, par son état actif, impose l'instant de mémorisation : l'ensemble est un **registre 8 bits.**

Il peut disposer d'entrées asynchrones de remise à zéro. Les cellules peuvent être des bascules D.

2.2 Registre à décalage

En connectant chaque sortie de bascule à l'entrée de la suivante, les entrées d'horloge étant communes, on aboutit à un registre à décalage.

Ainsi, lors de chaque nouvel état actif d'horloge, les informations présentes dans le registre subissent un *décalage*, ce qui exige que ces bascules soient du type *maître-esclave* : en effet, seules ces dernières (revoir *figure* 16.3) ne se court-circuitent pas pendant les transitions d'horloge. Ces registres ont des applications intéressantes.

Les informations binaires y sont en général disponibles sous deux formes différentes : soit sous forme ***parallèle*** : quatre informations, par exemple, étant disponibles simultanément sur quatre fils différents (*fig.* 16.6), soit sous forme ***série*** : ces quatre mêmes informations apparaissent de façon séquentielle (c'est-à-dire l'une après l'autre) sur un seul fil (*fig.* 16.6). Un registre à décalage offre le passage d'une forme à l'autre.

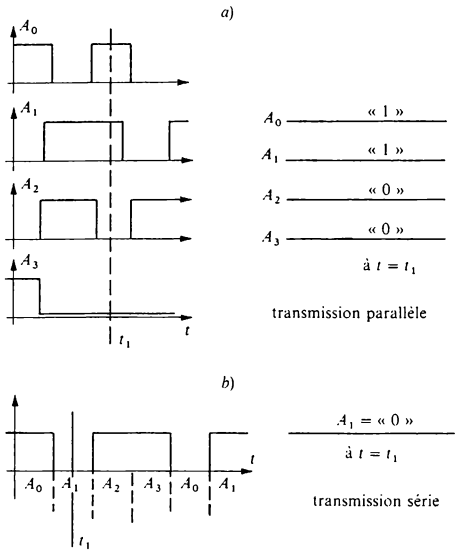


Fig. 16.6. **Systèmes électroniques.** Les informations y circulent sous forme parallèle ou sous forme série.

• Supposons *la réception d'un mot série A* de 4 bits (A_0 à A_3) : si nous l'introduisons sur l'entrée de la première bascule d'un registre à décalage 4 bits, l'information A devient disponible sous forme parallèle après quatre transitions d'horloge (*fig.* 16.7).

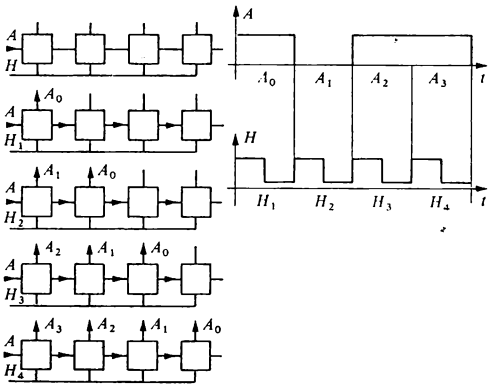


Fig. 16.7. **Transformation série-parallèle d'un mot binaire.** Elle s'obtient par un registre à décalage.

Notons d'ailleurs que le mot réapparaît sous forme série, à la sortie de la dernière bascule, retardé de quatre impulsions d'horloge.

• *Inversement, forçons les états* de chaque bascule d'un registre à un niveau logique donné par l'intermédiaire des entrées asynchrones individuelles, une mise à zéro générale et préalable ayant été faite. Alors, au bout de quatre transitions d'horloge il y a évacuation sous forme série du mot parallèle qui a été introduit (*fig.* 16.8).

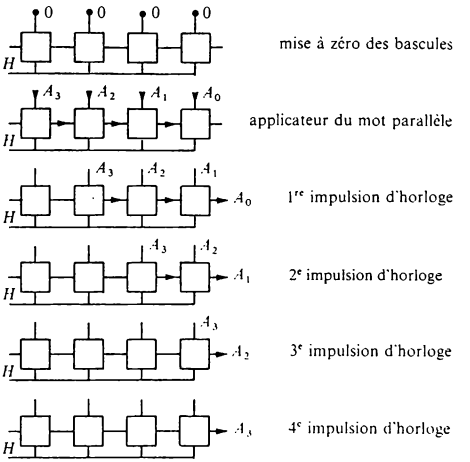


Fig. 16.8. **Transformation parallèle série d'un mot binaire.** Elle s'obtient également par un registre à décalage.

• *La forme série est la plus courante*, en pratique dans les échanges d'informations entre systèmes électroniques; c'est le cas notamment des liaisons téléphoniques et des liaisons entre ordinateurs et périphériques.

Comme le traitement des informations dans un système électronique a lieu sous forme parallèle (gain sensible en rapidité), il y a nécessité de disposer de registres pour effectuer ces conversions. On emploie également des multiplexeurs-démultiplexeurs (voir *exercices*).

2.3 Mémoires à grande capacité

Quand on a besoin de stocker un grand nombre de données binéaires, il devient hors de question de concevoir des systèmes ayant autant d'entrées qu'il y a de bits à mémoriser.

Si la cellule de mémoire est restée la même (bascule élémentaire), l'organisation (*fig.* 16.9) est alors nécessairement différente. Les mots couramment traités dans les processeurs comprennent en général 8 bits, on introduit des données dans une telle mémoire en parallèle sur huit entrées. Chaque mot est sélectionné par une **adresse,** celle-ci est traduite sur n bits. La mémoire a alors une capacité de 2^n mots. Les lignes sortie et celles d'entrée sont communes (bidirectionnelles), le sens d'échange sur ces lignes est imposé par une commande de lecture écriture ($L/\overline{L}$ ou $R/\overline{W}$).

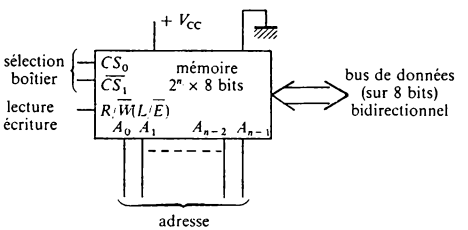


Fig. 16.9. **Mémoire à accès aléatoire** (RAM). Elle stocke des mots binaires définis par leur adresse.

On appelle ces mémoires 128 × 8 pour signifier que l'on mémorise au maximum 128 mots ($n = 7$) de 8 bits. $L/\overline{E} = 0$ autorise l'accès pour écrire à l'emplacement adresse et $L/\overline{E} = 1$ pour lire l'information stockée au même endroit. Enfin pour éviter tout incident, les lignes de données sont portées à un état « haute impédance », c'est-à-dire déconnectées de celles du système lorsque le boîtier concerné n'est pas adressé.

La lecture des informations stockées n'est pas destructive.

L'information reste encore disponible à l'adresse sélectionnée pour une recherche ultérieure. Pour terminer, signalons que ces mémoires constituées de bascules sont appelées *statiques*, par opposition aux mémoires *dynamiques* dans lesquelles les bits sont stockés sous forme de charges de capacités parasites de transistor MOS. Ces dernières mémoires, de plus grande capacité, imposent des circuits complémentaires de *rafraîchissement*. Dans les deux cas, les données sont définitivement perdues en cas de coupure de l'alimentation (mémoires volatiles).

3 COMPTEURS

Un compteur se compose de bascules élémentaires. Chacune d'entre elles commandant l'horloge de la suivante, réalisant une fonction : le comptage. Cette fonction a pour but de délivrer à chaque instant sous un code donné (binaire ou BCD), le nombre d'impulsions reçues.

Soit une bascule JK maître-esclave (*fig.* 16.10), dans laquelle $J = K = 1$. Pour une telle combinaison, la sortie de la bascule change d'état à chaque impulsion d'horloge et plus précisément lors du front descendant de celle-ci.

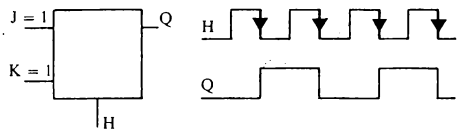


Fig. 16.10. **Bascule élémentaire.** L'état $J = K = 1$ correspond soit à un compteur par 2, soir à un diviseur par 2.

3.1 Diviseur par 2

Supposons au départ $Q = 0$. Lors du premier front descendant de H, Q passe à **1**. Lors du deuxième front, Q repasse à **0**, et ainsi de suite.

Nous pouvons considérer la fonction ainsi réalisée de deux manières différentes :

- soit dire que *la bascule a compté jusqu'à 2* : elle présente deux états distincts : $Q = 0$ et $Q = 1$ suivant que le nombre d'impulsions reçu est pair ou impair;
- soit dire que la bascule *a divisé par 2* la fréquence d'horloge dans la mesure où, à deux impulsions (sur H) correspond une impulsion de sortie (sur Q).

3.2 Compteur binaire naturel

Un tel compteur divise par 2^n. Pour cela, connectons n bascules JK en cascade (*fig.* 16.11), pour lesquelles $J = K = 1$.

Appliquons des impulsions sur l'entrée d'horloge H_0 de la première bascule. Q_0 réalise un comptage jusqu'à 2 de H_0. Mais, de même Q_1 réalise un comptage par 2 de H_1. Ainsi, Q_1 réalise une division par 4 de la fréquence du signal d'entrée, d'où la table des états :

Q_1	Q_0	
0	0	pas d'impulsion d'entrée
0	1	après la première
1	0	après la seconde
1	1	après la troisième

Les n bascules réalisent un comptage par 2^n. Toutes les bascules ont leur sortie à **1** pour la $(2^n - 1)^{\text{ième}}$ impulsion, et repassent à 0 pour la $(2^n)^{\text{ième}}$, **ce qui revient à dire que la $n^{\text{ième}}$ bascule (notée Q_{n-1}) divise par 2^n la fréquence de la tension d'entrée.**

Remarque :

On peut concevoir également un compteur/décompteur, qui, suivant l'état d'une entrée notée $C/\overline{D}$, fournit un comptage ou un décomptage (chronométrage ou compte à rebours).

Un compteur possède en général une entrée de RAZ.

3.3 Compteur modulo N

Un tel compteur divise par un entier N qui n'est pas une puissance de 2. Il nécessite un nombre n de bascules tel que $2^{n-1} < N < 2^n$.

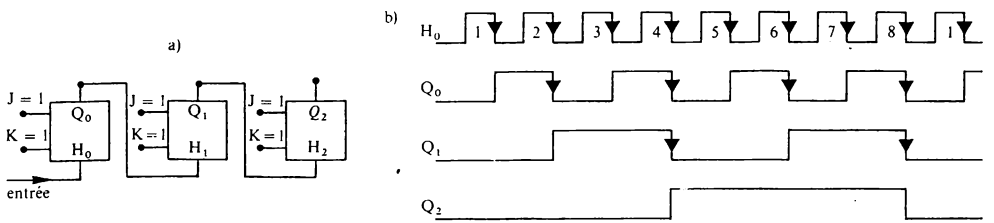


Fig. 16.11. **Compteur par 2^n.** Il est constitué de bascules JK dont la sortie est réunie à l'horloge de la suivante. Il réalise une division par 2^n de H_0.

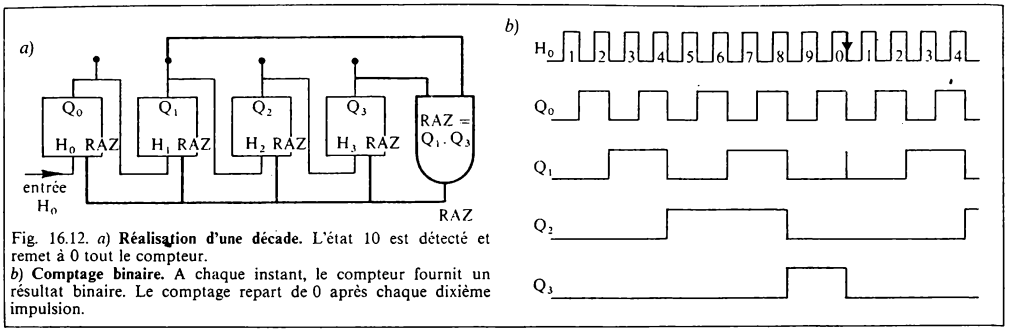


Fig. 16.12. *a)* **Réalisation d'une décade.** L'état 10 est détecté et remet à 0 tout le compteur.
b) **Comptage binaire.** A chaque instant, le compteur fournit un résultat binaire. Le comptage repart de 0 après chaque dixième impulsion.

Le cas le plus intéressant en pratique est $N = 10$, pour lequel $n = 4$, le compteur est alors appelé **une décade** :

Le résultat du comptage d'un certain nombre de décades connectées en cascade est fourni sous forme BCD.

Chaque décade repasse à 0 après l'état 9, et fournit ainsi une impulsion à la décade suivante.

On réalise un décodeur détectant l'état 10 ($Q_3 = 1$, $Q_2 = 0, Q_1 = 1, Q_0 = 0$), imposant par les entrées RAZ, la remise à zéro du compteur. Ceci nécessite l'apparition de l'état 10, d'où l'existence d'un état transitoire incorrect.

Il est inutile de faire intervenir Q_2 et Q_0 dans le décodage, puisque seul Q_1 change d'état pour la dixième impulsion. Il faut cependant avoir $Q_3 = 1$.

Remarque :
On construit des compteurs avec N entier quelconque (on les appelle alors modulo N). De tels compteurs sont dits asynchrones, car les bascules qui les composent commutent l'une après l'autre, et non pas simultanément. Ils présentent l'inconvénient d'être lents, la dernière bascule ne fournit le résultat correct qu'après la circulation de l'information à travers tout le compteur. Il est possible de concevoir des *compteurs synchrones* éliminant cet inconvénient (toutes les entrées d'horloge sont connectées entre elles et des circuits de décodage prépositionnent les entrées des bascules), mais ils sont beaucoup plus délicats à fabriquer (voir *exercice* 15).

LABORATOIRE

1. Étude d'une bascule *JK* maître-esclave

Le boîtier SFC 473 (TTL) contient deux bascules de ce type. Elles sont indépendantes et disposent chacune de leur propre entrée d'horloge et de RAZ asynchrone (état actif = **0**).

• *Étude de la table de vérité*

Une LED L_Q indiquera l'état de la sortie Q et une autre LED L_H l'état de l'horloge :

– avec $H = 0$ et $Q = 0$, faire $K = 0$ et $J = 1$: après une impulsion d'horloge complète (⎍⎍), la sortie Q passe à 1 ;

– avec $H = 0$ et $Q = 1$, faire $J = K = 0$: après une impulsion d'horloge, Q reste à 1.

Étudier les autres combinaisons de J, K, Q. Pour vérifier la table de vérité ne changer J et K que lorsque $H = 0$.

• Que se passe-t-il si l'on modifie l'état des entiers pendant que $H = 1$?

– En partant de $J = K = 0$, $Q = 0$, faire passer H à 1, puis J à 1, enfin J à 0 : revenir à $H = 0$. Que devient Q ?

– En partant de $J = K = 0$, $Q = 1$, faire passer H à 1, porter K à 1, puis à 0. Ramener H à 0. Que vaut Q ?

Sachant que la bascule maître est elle-même une bascule JK, pour laquelle $H = 1$ est l'état actif, peut-on interpréter les observations précédentes ?

2. Réalisation d'un registre à décalage

Connecter les deux bascules du boîtier en cascade, leurs entrées d'horloge étant réunies : on réalise ainsi un registre 2 bits. En partant de $Q_0 = 0$ et $Q_1 = 0$, imposer $J_0 = 1$, $K_0 = 0$. Que se passe-t-il à la première impulsion d'horloge ; à la seconde ; à la troisième ?

Refaire la même opération en ramenant J_0 à 0 après la première impulsion d'horloge.

Remarquer que l'on ne peut pas faire un chargement parallèle d'un tel registre.

3. Étude d'un compteur

Le boîtier 4024 (CMOS) contient un compteur binaire à sept étages, c'est-à-dire un ensemble de sept bascules élémentaires connectées en cascade, chacune effectue une division par 2 de la fréquence d'entrée. Ce compteur dispose d'une RAZ asynchrone.

• Appliquer des impulsions sur l'entrée du compteur. Observer les états successifs des sorties.

• On désire un compteur par 16 (après l'état 15, il repasse à 0). Comment faut-il modifier le montage ? Le réaliser et vérifier.

4. Réalisation d'un compteur-transcodeur-afficheur

On dispose d'un boîtier 490 (décade TTL), 447 (transcodeur BCD/sept segments à collecteurs ouverts) et d'un afficheur sept segments à anode commune (*fig.* 16.13). Le compteur fournit un résultat sous forme BCD (sorties Q_0 à Q_3) ; il repasse à 0 après avoir compté 9. Le transcodeur fait correspondre à chaque combinaison d'entrée (A_0 à A_3) le codage des segments d'un afficheur, chaque sortie étant directement chargée par la LED-segment correspondante (une LED s'allume pour un état **0**).

Réaliser le système et vérifier son fonctionnement.

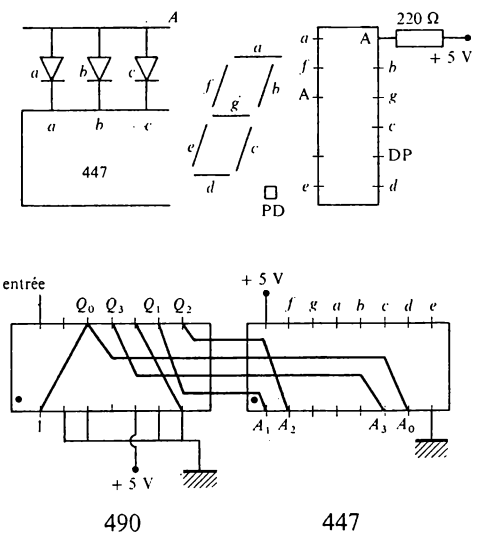
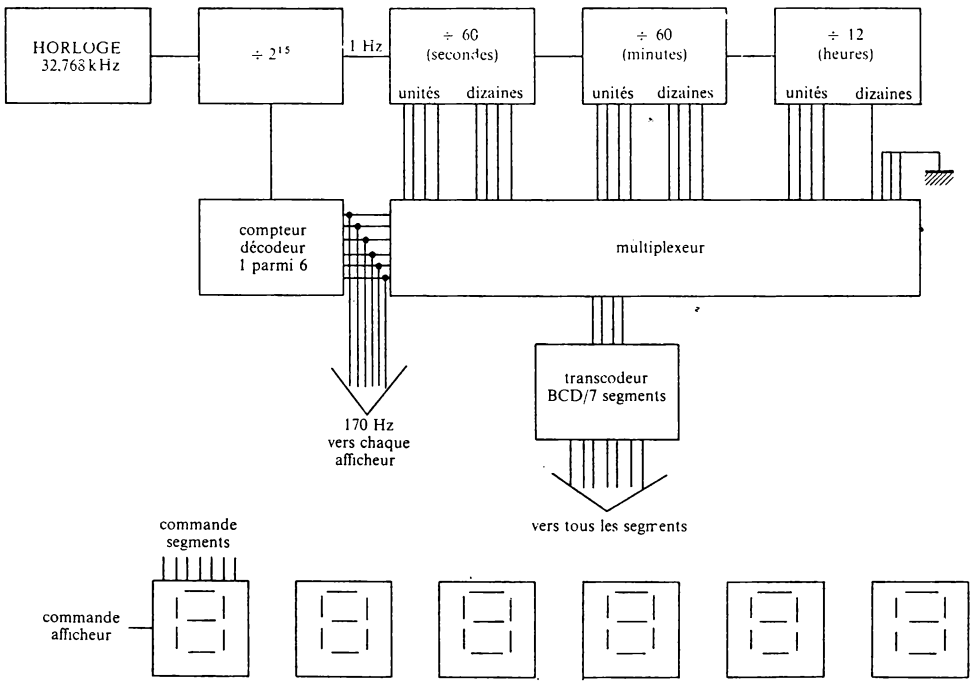


Fig. 16.13. **Compteur/transcodeur/afficheur.** Sur ce schéma, les deux premiers boîtiers sont compatibles TTL, le deuxième permet une attaque directe des diodes segment.

DOCUMENTAIRE

La montre à cristaux liquides

Pour une telle application, la CMOS est la famille logique qui convient le mieux. En effet, la fréquence maximale de commutation n'y est pas trop élevée. D'autre part, sa faible consommation autorise l'emploi de piles de très petits formats. Enfin, les tensions d'alimentation nécessaires sont peu élevées (3 V), ce qui élimine la consommation dynamique, une horloge synchronisée par quartz (32,768 kHz) voit sa fréquence divisée par 2^{15} : un signal à 1 Hz est ainsi obtenu. Deux compteurs par 60 ($= 10 \times 6$) donnent les indications des secondes et des minutes. Un dernier compteur par 12 (ou 24) donne l'indication des heures. L'affichage est multiplexé : à chaque instant, un seul afficheur est commandé. Tous les afficheurs seront commandés à tour de rôle. La persistance rétinienne et la rapidité de ce multiplexage rendent le clignotement invisible pour l'œil.



ENTRAINEMENT ET RECHERCHE

QUESTIONS RAPIDES

1

Décrire la bascule RS obtenue à partir des postes NOR.

2

Quel est l'état interdit de la bascule RS (postes NOR)?

3

Quelle est la fonction d'une bascule *D*?

4

Décrire les quatre possibilités de fonctionnement d'une bascule *JK*.

5

Quel avantage présente une bascule du type maître-esclave sur d'autres?

6

Qu'est-ce qu'un registre à décalage?

7

Qu'appelle-t-on forme série et forme parallèle d'une information binaire?

8

Comment définit-on un compteur?

9

Qu'est-ce qu'un compteur binaire naturel?

10

Qu'appelle-t-on décade?

11

Quelles différences y a-t-il entre un compteur synchrone et un compteur asynchrone?

12

Combien faut-il de bits pour un compteur jusqu'à 20?

13

Comment obtenir un compteur par 60? (deux méthodes).

EXERCICES

14

On réalise une bascule avec deux portes NAND, selon le principe illustré sur la figure 1. Étudier son fonctionnement. Quel est son état de repos; son état interdit? Comment noter ses entrées.

15

On ne peut pas en général commander directement un système logique à l'aide d'interrupteurs : le basculement de ceux-ci provoque en effet des rebonds. On propose le circuit suivant (même figure) pour éliminer cet inconvénient, circuit appelé anti-rebonds.

Montrer que le phénomène de rebonds ne se produit plus. Quelle position de l'interrupteur correspond à $Q = 1$?

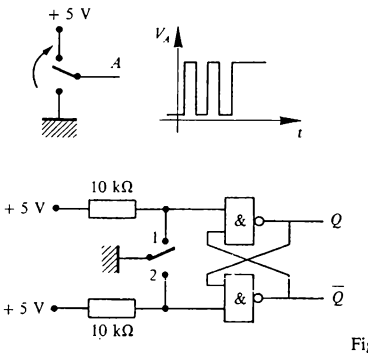


Fig. 1

16

On considère un registre à décalage (3 bits), dans lequel la sortie de la dernière bascule est complémentée avant d'être renvoyée sur l'entrée de la première. Au bout de combien d'impulsions d'horloge le système se retrouve-t-il dans son état initial (au départ, on suppose $Q_0 = Q_1 = Q_2 = 0$)?

17

Certains registres à décalage disposent d'une commande de décalage dans un sens ou dans l'autre (dénommé décalage à *gauche* ou à *droite*). Dans un tel registre on introduit (forme parallèle) un nombre binaire de 4 bits (a_0 à a_3).

On effectue un décalage à droite (un **0** vient remplacer a_4; a_0 est irrémédiablement perdu) : quelle est cette opération du point de vue mathématique?

18

Répondre à la même question pour un décalage à gauche (a_4 est alors conservé par une bascule supplémentaire, un **0** vient remplacer a_0).

En déduire une méthode pour effectuer des multiplications et des divisions entre nombres exprimés en langage binaire naturel.

19

On multiplie entre eux deux nombres binaires de 4 bits. Sur combien de bits (au maximum) le résultat s'exprime-t-il?

20

On prend un multiplexeur à quatre entrées. Chaque entrée (A_0 à A_3) est sélectionnée par son adresse sur 2 bits (B_0 et B_1). On a

$$S = \overline{B}_0 \cdot \overline{B}_1 \cdot A_0 + B_0 \cdot \overline{B}_1 \cdot A_1 + \overline{B}_0 \cdot B_1 \cdot A_2 + B_0 \cdot B_1 \cdot A_3.$$

Prendre ce composant pour obtenir une conversion parallèle-série. On dispose d'une horloge H et d'un compteur 2 bits.

21

On désire réaliser le circuit de commande du multiplexeur dont il est fait état dans le documentaire. Pour cela, on dispose d'une horloge à 1 024 Hz, qui doit subir une division par 6. Les six états intermédiaires sont décodés. Donner une solution possible.

22

A l'aide d'un compteur binaire naturel, on souhaite diviser par 5. Combien de bascules (au minimum) le compteur doit-il contenir? Indiquer une solution possible.

23

A l'aide d'un compteur binaire naturel, on désire diviser par 13. Indiquer la solution. Se simplifie-t-elle?

24

Dans le compteur décimal de la figure 16.14, il se trouve au départ, dans l'état 12. Comment cela est-il possible? A partir de ces conditions, au bout de combien d'impulsions d'horloge va-t-il recycler, dans le code voulu (compteur par 10)?

Quel est l'intérêt de la RAZ?

25

On désire détecter des séries de quinze impulsions : une variable S doit passer à 1 après chaque série (cela revient à compter par 15).

a) Ces impulsions sont introduites sur l'horloge d'un registre à décalage. La première bascule se voit appliquer un **1** sur son entrée au départ, les sorties étant toutes à **0**. La sortie de la dernière, seule, est à **1** et est reliée à l'entrée de la première.

Combien faut-il de bascules pour réaliser la fonction demandée? Comment obtenir la « remise à zéro » d'un tel compteur (on dit qu'il s'agit d'un compteur annulaire)?

b) Combien un compteur binaire naturel nécessite-t-il de bascules? Comment réaliser ce système?

c) Par quel compteur détecte-t-on le passage de dix impulsions. Lequel des deux compteurs est-il le plus facile à modifier?

26

On dispose d'un compteur binaire naturel comportant quatre étages.

a) La sortie $\overline{Q}$ de chaque bascule est connectée à l'entrée d'horloge de la suivante. Examiner les chronogrammes des différentes sorties.

Quelle fonction ce système réalise-t-il (les impulsions sont envoyées sur l'horloge de la première, pour laquelle $J = K = 1$; l'horloge est active par son front descendant; on s'intéresse aux sorties Q_0 à Q_3)?

b) On désire utiliser une variable auxiliaire $C/\overline{D}$ telle que, si $C/\overline{D} = 1$, alors $H_j = Q_{j-1}$ ($1 \leqslant j \leqslant 3$) et si $C/\overline{D} = 0$, alors $H_j = \overline{Q}_{j-1}$. Comment construire la fonction demandée à l'aide d'un inverseur, de deux portes ET et d'une porte OU (pour chaque bascule)?

Quel est le rôle de $C/\overline{D}$?

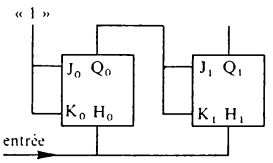
27

On se propose de déterminer la « bande passante » de l'œil, c'est-à-dire, en fait, la fréquence maximale de clignotement détectable par l'œil.

Réaliser un compteur par 2^4. On alimente l'entrée par un générateur de signaux rectangulaires à fréquence variable ($10 \leqslant f \leqslant 50$ Hz), dont la précision importe peu. On visualise entrée et sortie du compteur par des LED. On cherche la fréquence maximale de clignotement que l'œil détecte en regardant la première LED. Montrer alors que la mesure (facile) de la fréquence de commutation de la dernière bascule permet de calculer avec précision cette bande passante.

28

La figure ci-dessous représente un compteur synchrone. Partant de $Q_0 = 0$, $Q_1 = 0$, examiner son fonctionnement.



PROBLÈME

29 Étude d'un générateur de signaux en marche d'escalier.

1° *Générateur de signaux rectangulaires*

Le système comprend deux comparateurs C_1 et C_2, une bascule RS et un transistor T. Si $Q = 0$, T est saturé : il se comporte comme un court-circuit entre collecteur et émetteur; sinon, il constitue un circuit ouvert.

a) Calculer V_A et V_B, sachant que $R_1 = R_2 = R_3$.

b) En déduire l'état de T suivant les valeurs de V_C.

Remplir le tableau suivant :

0 V_B V_A V_C				
R				5 V
S				
$\overline{Q}$		→	→	
		←	←	
T		→		
		←		

c) En déduire le fonctionnement de ce système, en supposant $V_C = 0$ à $t = 0$.

d) En déduire la période de cette horloge. On a $R_4 = R_5 = 10^5\ \Omega$; $C = 100$ nF.

2° *Diviseur de fréquence*

a) Une bascule JK bascule sur les fronts montants d'horloge H. On réalise $J = K = 1$.

Tracer les chronogrammes de H et de Q.

b) On place quatre bascules de ce type en cascade, la sortie Q de l'une attaquant l'entrée H de la suivante.

Tracer les chronogrammes des quatre sorties Q_0, Q_1, Q_2, Q_3 et de l'horloge H en coïncidence des temps.

3° *Montage sommateur*

On réalise la somme des tensions Q_0, Q_1, Q_2, Q_3. On désire que l'amplitude de la tension de sortie du sommateur ne dépasse pas 10 V.

a) Proposer un montage avec un amplificateur opérationnel, dont l'impédance d'entrée soit supérieure à 10 kΩ pour ses quatre entrées.

b) Dessiner alors la forme de l'oscillogramme de la tension de sortie en fonction du temps.

4° *Application*

Ce système sert de traceur de caractéristiques de transistor bipolaire. Chaque « marche » de l'escalier correspond à l'injection d'un courant de base fixe. De quel signal (synchrone) doit-on disposer pour assurer alors la variation continue de sa tension collecteur-émetteur et décrire ainsi pour chaque palier une caractéristique $I_C(V_{CE})$?

Solution

1° ***a***) On a

$$V_A = \frac{R_3 + R_2}{R_1 + R_2 + R_3} \times 5 = \frac{2}{3} \times 5 = 3{,}33 \text{ V}.$$

De même

$$V_B = \frac{R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \times 5 = \frac{1}{3} \times 5 = 1{,}66 \text{ V}.$$

b)

0	1,66	3,33	5 V → V_C
R	0	0	1	
S	1	0	0	
$\overline{Q}$	0 → 0	0 → 1		
	0 ← 1	1 ← 1		
T	bloqué	bloqué → conducteur	conducteur	

c) $V_C = 0$ à $t = 0$. T est bloqué. C se charge jusqu'à 3,33 V; alors T change d'état. C se décharge jusqu'à 1,66 V. Le cycle recommence alors.

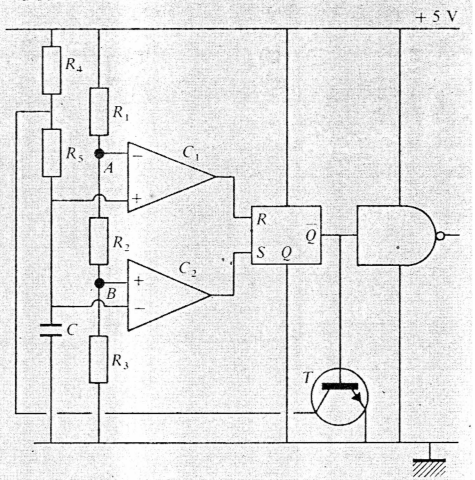
d) On calcule

$$t_1 = (R_4 + R_5)C \lg \frac{5 - 1{,}66}{5 - 3{,}33}$$

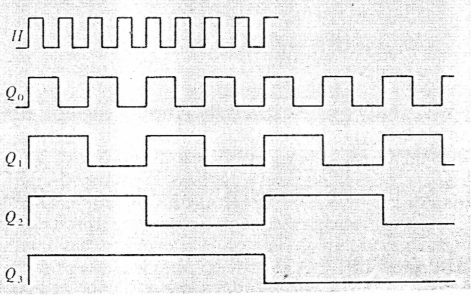
$$= 2 \times 10^{-2} \lg 2 = 1{,}4 \times 10^{-2} \text{ s},$$

$$t_2 = R_5 C \lg \frac{0 - 3{,}33}{0 - 1{,}66} = 10^{-2} \lg 2 = 7 \times 10^{-3} \text{ s},$$

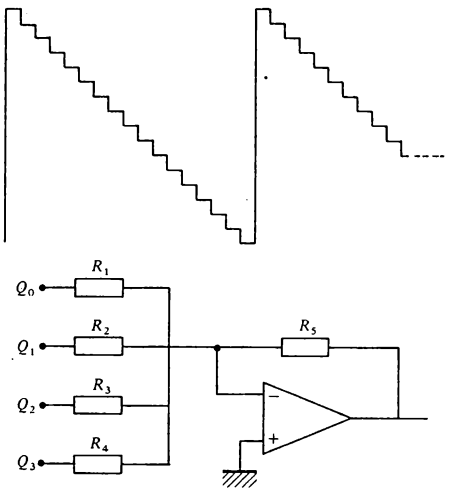
d'où $T = 21 \times 10^{-3}$ s.



2° *a*) Voir figure ci-dessous :



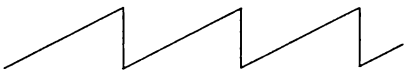
b) Voir figure ci-dessous :



3° *a*) Nous prenons $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 10\ k\Omega$. Le gain pour chaque entrée doit valoir $\frac{1}{2}$, de telle manière que

$(5 \times G + 5 \times G + 5 \times G + 5 \times G) = 10\ V \Rightarrow R_5 = 5\ k\Omega$.

b) Voir figure ci-dessous :



4° Pour chaque valeur du courant de base, il faut que la tension collecteur-émetteur varie linéairement en fonction du temps de 0 à V_{CE} maximale.

Ceci nécessite une tension en dents de scie, synchrone de Q_0.

CHAPITRE 17

APPLICATIONS LOGIQUES

Un ordinateur comprend des composants capables d'effectuer des opérations arithmétiques : additions, soustractions, multiplications et divisions.
Les deux opérations de base étant l'addition et la soustraction.
Une multiplication est une suite d'additions et la division de soustractions.

1 ADDITIONNEUR BINAIRE

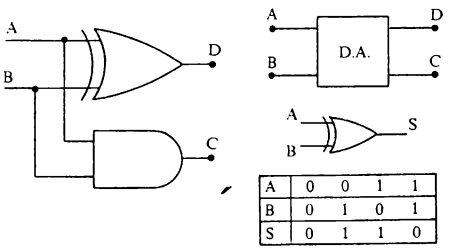
1.1 Le demi-additionneur

Dans le système binaire, tout nombre réel est sous la forme d'une suite de 0 et de 1, chacun de ces signes étant affecté d'un « poids » correspondant à son « importance » (le $n^{ième}$ bit à partir de la droite a le poids 2^{n-1}).

Pour l'addition de deux nombres A et B à un seul bit, indiquons dans un tableau les différents cas possibles :

A	B	somme	C	D
0	0	00	0	0
0	1	01	0	1
1	0	01	0	1
1	1	10	1	0

Nous constatons que le résultat CD s'exprime sur deux bits : C a le poids 2^1 et D, 2^0. C et D sont générés par deux opérations élémentaires : la fonction OU exclusif pour D ($D = A \oplus B$) et la fonction produit pour C ($C = A \cdot B$). Le demi-additionneur de la figure 17.1 réalise cette opération.



A	0	0	1	1
B	0	1	0	1
S	0	1	1	0

Fig. 17.1. **Demi-additionneur** et table de vérité du OU exclusif.

1.2 L'additionneur

Si un demi-additionneur réalise l'addition de deux nombres à 1 bit, il est insuffisant lorsque l'on veut réaliser l'addition de nombres de plusieurs bits. En effet, sauf pour les bits de poids les plus faibles (LSB), on a, en général, à additionner simultanément trois bits : les deux bits A_i et B_i de même poids i de chacun des 2 nombres et la **retenue** R_{i-1} (éventuelle) provenant de l'addition des bits du rang précédent ($i - 1$). Pour un poids donné, on emploie donc 2 demi additionneurs : le premier pour obtenir la somme D_i de A_i et de B_i, le second pour la somme de D_i et de R_{i-1}, qui constitue le résultat S_i de poids i. Qu'en est-il de la retenue

éventuelle R_i pour le rang suivant? Considérons la table de vérité du circuit recherché :

A_i	B_i	R_{i-1}	R_i	S_i	C_i	D_i	c'_i
0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	1	0	1	0
1	0	0	0	1	0	1	0
1	1	0	1	0	1	0	0
0	0	1	0	1	0	0	0
0	1	1	1	0	0	1	1
1	0	1	1	0	0	1	1
1	1	1	1	1	1	0	0
bits à ajouter			résultat à obtenir		résultats intermédiaires		

Remarquons sur ce tableau que quand R_i vaut 1, c_i **ou** c'_i valent 1, ce qui conduit à $R_i = c_i + c'_i$. La figure 17.2 montre l'additionneur complet.

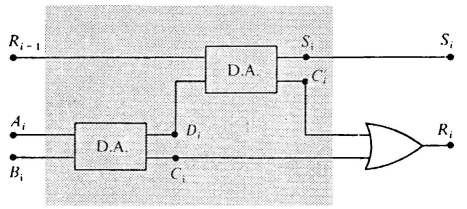


Fig. 17.2. **Additionneur complet.**

1.3 Addition de deux nombres binaires

De façon générale, un additionneur complet comporte 3 entrées et 2 sorties et permet l'addition parallèle de deux nombres binaires. On place autant d'additionneurs que les nombres à entrer comportent de bits. Cela risque de conduire à une quantité excessive de circuits si les nombres à traiter comportent beaucoup de bits.

On se ramène alors à une addition série (*fig.* 17.3) : les bits de même poids défilent de façon séquentielle aux entrées de l'additionneur, qui est alors unique : la retenue d'un rang est retardée d'une durée T (correspondant à la durée séparant l'arrivée des bits de poids successifs) avant d'être réinjectée dans l'entrée de retenue. Un monostable peut réaliser le circuit de retard.

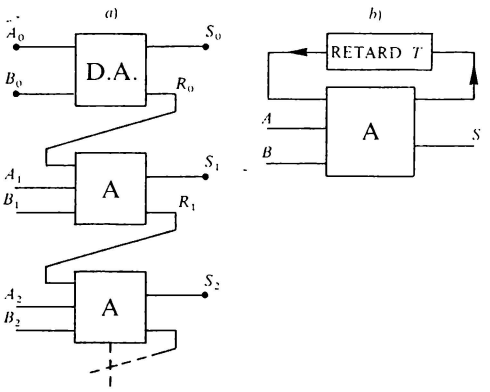


Fig. 17.3. *a)* **Addition parallèle** de deux nombres binaires.
b) **Additionneur unique complété d'un circuit retardateur.** L'ensemble effectue les additions série.

1.4 Soustraction de deux nombres binaires

Une soustraction se ramène facilement à une addition. Étant donné deux nombres binaires B et A, en supposant $B > A$, on cherche $D = B - A$. Complémentons le nombre A (les **1** sont remplacés par des **0** et les **0** par des **1**), soit $\overline{A}$ ce nouveau nombre et calculons $B + \overline{A}$ (*fig.* 17.4), on constate qu'en ajoutant 1 au résultat, on obtient D, et ceci se montre dans le cas général.

$$\begin{array}{l} B = 10101 \\ A = 01011 \\ \hline D = \quad ? \end{array} \qquad \begin{array}{l} + \; B = \quad 10101 \\ \overline{A} = \quad 10100 \\ \hline = 101001 \\ + \; 1 = 000001 \\ \hline = 1\,01010 \\ D = \end{array}$$

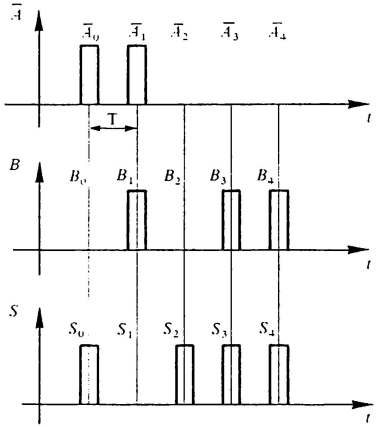


Fig. 17.4. **Soustracteur binaire.**

2 COMPARAISON DE DEUX NOMBRES BINAIRES

Lorsqu'un compteur est en fonctionnement, on détecte le passage à une valeur déterminée en effectuant la comparaison de ses sorties à un nombre binaire donné. Ceci permet de réaliser des temporisations dont la durée est imposée par le choix de ce nombre, facilement modifiable.

2.1 Comparaison de deux bits

Soient deux bits a et b, dont on veut connaître les valeurs relatives. Il y a trois possibilités : soit $a = b$ (0 ou 1), soit $a > b$ (alors $a = 1$ et $b = 0$), soit $a < b$ (alors $a = 0$ et $b = 1$).

Un comparateur dispose donc de trois variables de sortie : $S = 1$, si $a > b$, $E = 1$, si $a = b$, $I = 1$, si $a < b$. Établissons la table de vérité relative à ces trois variables :

a	b	S	E	I
0	0	0	1	0
1	0	1	0	0
0	1	0	0	1
1	1	0	1	0

Nous reconnaissons la fonction OU exclusif pour E : $\overline{E} = a \oplus b$. D'autre part, $S = 1$ seulement si $a = 1$ et $b = 0$, d'où $S = a \cdot \overline{b}$; de même $I = 1$ seulement si $a = 0$ et $b = 1$, alors $I = \overline{a} \cdot b$. On a obtenu un comparateur 1 bit (*fig.* 17.5).

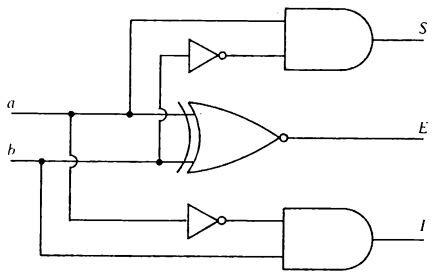


Fig. 17.5. **Comparateur un bit.** Il comprend un OU exclusif, deux inverseurs et deux portes ET.

2.2 Comparaison de deux nombres binaires

• *Comment comparer deux nombres binaires de trois bits?* Une méthode analogue à la précédente conduit au résultat. Remarquons au préalable qu'il est inutile de gérer trois variables S, E, I : en effet, la connaissance de deux d'entre elles entraîne celle de la troisième ($S = 1$ ou $E = 1$ entraîne $I = 0$) (*fig.* 17.6).

• *Étudions E;* l'égalité de $A = a_2a_1a_0$ et de $B = b_2b_1b_0$ ne se produit que si $b_2 = a_2$, $b_1 = a_1$ et $b_0 = a_0$. Les sorties des trois comparateurs 1 bit fourniront trois 1, quand ces éventualités se produiront, nous pourront alors détecter leur simultanéité à l'aide du circuit ET.

• *Étudions S :* $S = 1$, si $A > B$. Ceci suppose que $a_2 > b_2$ ou $a_2 = b_2$ et $a_1 b_1$, ou encore $a_2 = b_2$ et $a_1 = b_1$ et $a_0 > b_0$ (*fig.* 17.6). En disposant toujours des variables E_2, E_1, E_0 issues des comparateurs 1 bit, S s'écrit :

$$S = a_2\overline{b}_2 + E_2 \cdot a_1 \cdot \overline{b}_1 + E_2 \cdot E_1 \cdot a_0 \cdot b_0.$$

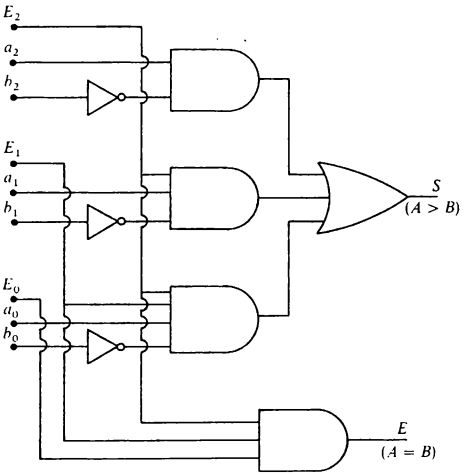


Fig. 17.6. **Comparateur trois bits.** Il comporte trois comparateurs un bit et un réseau logique.

• Pour obtenir I ($A < B$), on se souviendra que I se déduit facilement de S et de E par $I = \overline{S + E}$.

Un tel circuit existe en tant que composant intégré. Cependant il possède des entrées supplémentaires, afin de pouvoir disposer en cascade plusieurs de ces comparateurs en vue de traiter des nombres plus grands. Il est alors nécessaire que chaque boîtier renseigne le suivant sur le résultat de sa comparaison (voir *exercice* 14).

3 FONCTIONS COMPLEXES ET MICROPROCESSEUR

Les fonctions logiques de base (portes ET, OU, NON, ...) sont associées pour réaliser des fonctions plus complexes (addition, comparaison) disponibles en circuits intégrés. Mais chaque boîtier ne réalise ainsi qu'une seule fonction, ne résolvant qu'un problème. Grâce aux progrès technologiques, les circuits logiques ont atteint progressivement des performances de plus en plus grandes. Ils sont devenus capables de prendre des décisions lorsqu'ils sont placés devant une alternative déterminée à la manière d'un cerveau humain.

Les constructeurs proposent actuellement un composant universel destiné à prendre en charge toutes les fonctions logiques et arithmétiques souhaitables : c'est le **microprocesseur.** Aux problèmes de câblage *(hardware)* se substituent des problèmes de logiciel *(software)* que nous allons esquisser.

Le microprocesseur EF 6800 (Thomson)

• Intéressons-nous aux *fonctions de ce microprocesseur* par l'intermédiaire de la liste des instructions fournie par le constructeur. En simplifiant, le microprocesseur travaille sur deux registres *A* et *B*, comportant chacun 8 bits (= 1 octet). Une instruction, en provenance d'une mémoire externe, est un ensemble d'un, deux ou trois octets.

Le microprocesseur exécute l'instruction correspondant à ce code.

– **L'instruction** notée symboliquement **LDAA,** de code 86 *nn* (notation hexadécimale) impose au microprocesseur de charger l'octet *nn* dans l'accumulateur *A*.

– **L'instruction ABA,** de code 1*B*, a pour but l'addition (binaire) de *A* et *B*, le résultat étant placé en *A* (*fig.* 17.7).

Le microprocesseur travaille également sur les nombres stockés dans une mémoire externe; l'emplacement de ces nombres est défini par leur adresse, exprimée sur 2 octets (16 bits).

– **L'instruction ORAA,** de code *BA xx yy* réalise une fonction OU entre chaque bit du nombre stocké à l'adresse *xx yy* et l'accumulateur *A*; le résultat apparaît en *A*.

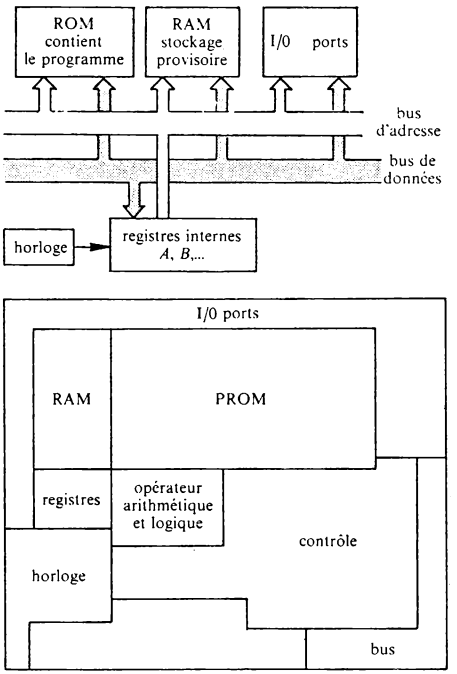


Fig. 17.7. **Anatomie d'un micro-ordinateur.**

Le microordinateur 8748 Intel (surface 37 mm²) comporte un microprocesseur, une mémoire morte programmable (PROM) (capacité 8 192 bits), une mémoire vive RAM et des accès aux périphériques : clavier, moniteur TV... (In/Out ports).
L'unité « contrôle » contient la logique et les instructions nécessaires pour utiliser le programme.

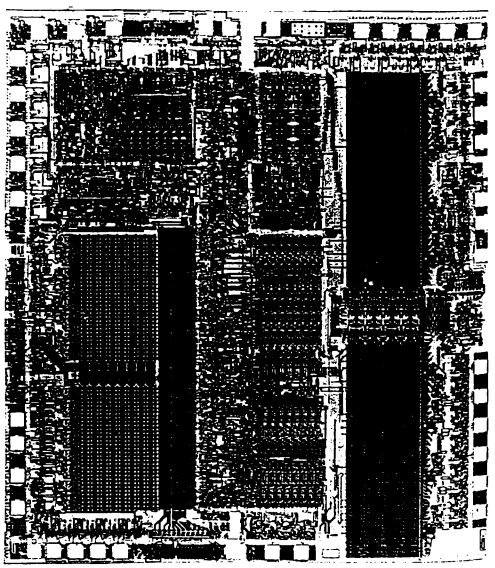
– **L'instruction ANDA,** de code *B4 xx yy* réalise une fonction ET entre les bits du nombre d'adresse *xx yy* et l'accumulateur *A*; le résultat se trouve en *A*.

• D'autre part, *après l'exécution de chaque instruction,* le microprocesseur sait prendre une décision. En effet, grâce à un registre spécial, il connaît les principales propriétés du résultat qu'il a obtenu : il décide, en fonction de ces propriétés, des prochaines instructions à exécuter.

• **Le même microprocesseur** est capable de **piloter** un lave-linge, lave-vaisselle, tout comme un ordinateur de bord de véhicule. Ce qui distingue les deux systèmes, c'est le contenu du programme, c'est-à-dire la suite des instructions imposées. Des capteurs de grandeurs physiques (température, niveau d'eau dans un cas, vitesse, débit de carburant dans l'autre), associés à des convertisseurs A/N fournissent les indications nécessaires au déroulement du programme. La succession des décisions assurant le bon fonctionnement de l'appareil piloté est gérée par le microprocesseur.

Un programme est une suite d'instructions destinée à résoudre un problème donné et que le microprocesseur fait défiler au rythme de son horloge, en les exécutant les unes après les autres.

Les programmes sont stockés dans les mémoires externes (*fig.* 17.7).



Aspect du microordinateur 8479 Intel – technologie MMOS-E. Capacité de la ROM : 2 kilooctets, de la RAM : 128 octets. Un tel circuit est capable de réaliser environ 400 000 additions de contenus de registre par seconde.

LABORATOIRE

Cette étude est fondée sur l'emploi de kits du type MEK D2 ou MEK D5, avec le microprocesseur SFF 96 800.

Ces kits permettent :

– de concevoir des programmes, rangés en mémoire vide (RAM) à partir de l'adresse (hexa) 0000;

– d'examiner le contenu des registres internes du microprocesseur.

La succession des manipulations est la suivante :

1. Charger le programme

(sauf indication contraire, les nombres sont exprimés en hexadécimal).

adresse	mnémorique	instruction	opération effectuée
0000	LDAA 12	86	charger A
0001		12	avec 12
0002	LDAB 18	C6	charger B
0003		18	avec 18
0004	ABA	1B	(A) + (B) dans A
0005	STAA 0020	B7	stocker A à
0006		00	l'adresse 0020
0007		20	
0008	CLRA	4F	mettre 00 dans A
0009	CLRB	5F	mettre 00 dans B
000A	SWi	3F	fin de programme

Constater que certaines instructions s'expriment sur un octet (ABA, ...); d'autres nécessitent deux (LDAA, ...) ou trois (STAA) octets.

2. Lancer le programme

Le kit affiche 000A. Le programme s'est déroulé : examiner le contenu de la mémoire 0020 : qu'y a-t-il ...? Est-ce normal? Vérifier.

3. Modifier le programme précédent

Afin qu'il fournisse l'addition des nombres 8B et 2A. Le résultat est stocké en 0030. Lancer et vérifier.

4. Placer en 0004 l'instruction SBA (code 10)

Elle assure la soustraction : $(A) - (B) \rightarrow A$. Soustraire 12 à 27. Lancer et vérifier.

5. Examiner le fonctionnement des instructions INCA (code 4C), DECA (code 4A)

Elles ont pour but d'augmenter ou de diminuer d'une unité le contenu de *A*.

6. Examiner le fonctionnement des instructions logiques

OU exclusif bit à bit	EORA *nn*	88 *nn*
Complément de A	COMA *nn*	43 *nn*
OU logique	ORAA *nn*	8A *nn*
ET logique	ANDA *nn*	84 *nn*

Le résultat de l'opération entre le nombre *nn* et l'accumulateur *A* est disponible en *A*.

DOCUMENTAIRE

Robots

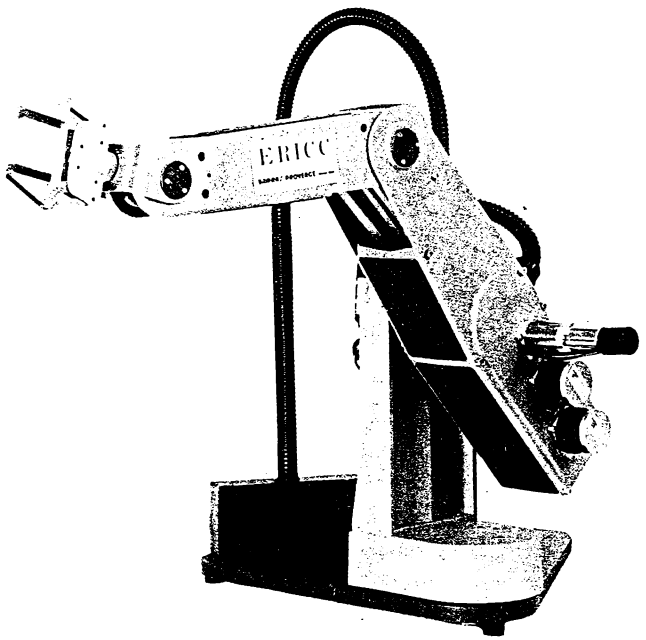
Depuis l'Antiquité, les hommes se sont intéressés aux automates reproduisant les mouvements des êtres vivants suivant un programme fixe (actionnés par des mouvements d'horlogerie et des cames). La chaîne de réaction asservissant les machines n'est apparue que récemment, et timidement (cuve à niveau constant, régulateur à boules de Watt datant de deux siècles seulement). C'est la dernière guerre mondiale qui a accéléré l'étude mathématique de la réaction et son application aux machines complexes; la finesse de la réaction s'est beaucoup accrue grâce aux ordinateurs.

Une application spécifique des machines automatiques est la soudure par points sur carrosserie automobile. La chaîne traditionnelle était formée de machines spécialisées dans un type unique de carrosserie, alors que les robots actuels déplacent leur outil, et surtout savent s'adapter à une nouvelle conception de carrosserie par simple changement de programme. Ceci apporte une grande souplesse de travail et une augmentation de la productivité.

Un moniteur a répété la succession des gestes avec le robot qui les mémorise. Le robot contrôle ensuite (réaction) si ses positions correspondent à celles mémorisées, ce qui nécessite toutefois l'obligation de positionner avec grande exactitude les pièces à usiner.

Des robots plus évolués font donc intervenir des réactions avec le milieu extérieur et acceptent les pièces mal positionnées. Des détecteurs de pression et de proximité (mesurant l'intensité d'un faisceau infrarouge réfléchi ou la durée de propagation d'un faisceau laser) sont les capteurs d'information.

Ces robots fournissent un travail précis, un allègement des investissements, une économie de matière première. Ils peuvent travailler en milieu hostile (irradié, au fond des mers, dans l'espace ...).



Bras manipulateur de robot expérimental comprenant en outre un coffret de contrôle, un terminal de programmation et un boîtier de commande.

(*Photo* Barras Provence.)

ENTRAINEMENT ET RECHERCHE

QUESTIONS RAPIDES

1

Comment est constitué un semi-conducteur?

2

Pourquoi un demi-additionneur est-il insuffisant pour réaliser l'addition de deux nombres binaires?

3

Combien un additionneur comporte-t-il d'entrées, de sorties?

4

Montrer qu'un additionneur peut effectuer toutes les opérations arithmétiques.

5

Quel intérêt y a-t-il à comparer deux nombres binaires?

6

Connaissez-vous des circuits intégrés logiques réalisant des fonctions complexes (consulter un catalogue)?

7

Quelle différence principale y a-t-il entre un additionneur 8 bits et un microprocesseur?

8

Que doit comprendre, à votre avis, un système « minimal » à microprocesseur?

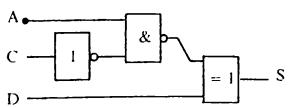
9

Sachant que l'horloge d'un microprocesseur fonctionne à 1 MHz et que chaque instruction demande environ 5 µs pour être effectuée, dire combien d'instructions sont traitées en une seconde.

EXERCICES

10

Le circuit suivant a deux lignes de contrôle C et D et une entrée A; donner sa table de vérité. Pour quelles combinaisons de C et D a-t-on $S = A$; $S = \overline{A}$?

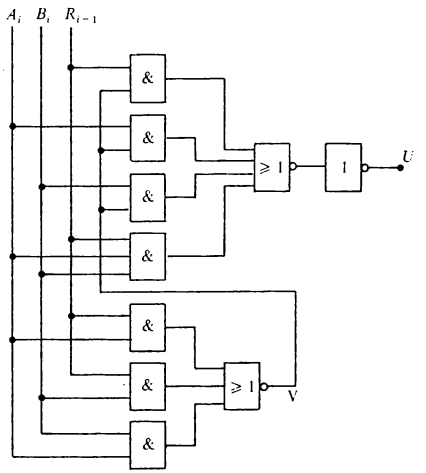


11

Un boîtier de circuit intégré contient un additionneur binaire 4 bits. De combien de broches dispose-t-il?

12

Le circuit suivant est un additionneur en circuits intégrés. (Il est alors plutôt conçu comme un transcodeur.) Établir sa table de vérité. Que représentent U et V?



13

La soustraction (en binaire) de 7 à 21 donnait un résultat positif, ce qui se signalait par un sixième bit (à gauche) valant 1. La règle applicable était alors $D = B + \overline{A} + 1$. Que devient cette règle si le résultat doit être négatif?

14

On veut comparer deux nombres de 6 bits, à l'aide de deux comparateurs identiques à celui qui a été étudié au paragraphe 2. Quelles connexions supplémentaires faut-il ajouter à celui qui traite les bits les plus significatifs pour tenir compte du résultat de la comparaison sur les bits les moins significatifs?

15

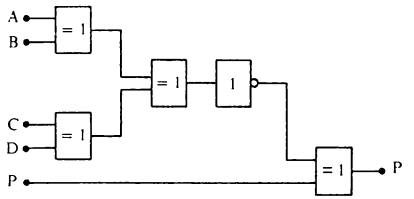
On pratique souvent des contrôles pour s'assurer que la transmission des nombres binaires s'est faite sans erreurs. Le contrôle le plus simple consiste à générer la parité de la somme des bits du nombre transmis, puis de vérifier à l'arrivée que cette parité est restée la même.

a) Cette méthode est-elle fiable?

b) Écrire la table de vérité pour un circuit fournissant **0**, si la somme des bits d'un nombre binaire (exprimé sur 2 bits) est paire ou nulle, et **1**, si elle est impaire. Quel est le circuit qui réalise cette fonction?

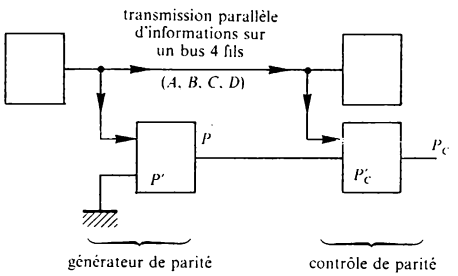
16

Un « arbre » de parité, sur 4 bits, a le schéma suivant :



a) Que vaut P si la somme des bits A, B, C, D est paire; impaire? (supposer $P' = 0$).

b) On dispose de deux sous-ensembles identiques à celui de la question *a*) selon le schéma ci-dessous :



Montrer que $P_C = 1$ indique qu'il y a eu une erreur de transmission.

17

Réaliser un circuit, constitué d'additionneurs, qui compte le nombre de **1** présents dans quinze variables logiques et fournit un résultat sur 4 bits.

18

Un microprocesseur dispose des instructions suivantes :

nom	code hexadécimal	opération effectuée
LDAA	86 *nn*	charger A avec le nombre *nn*
LDAB	C6 *nn*	charger B avec le nombre *nn*
ABA	1B	additionner A et B et placer le résultat en A.
STAA	B7 *xxyy*	stocker le nombre contenu dans A dans la mémoire d'adresse *xxyy* (16 bits)
ANDA	84 *nn*	réaliser un ET logique bit à bit entre l'octet *nn* et l'accumulateur A. Résultat en A.
SBA	10	soustraire B et A ($A - B$), résultat en A.

- On veut additionner les nombres binaires $8F$ et $4C$ (écrits en hexadécimal).

a) Que vaut leur somme?

b) Quel est le programme correspondant? Le résultat doit être placé à l'adresse 0000.

- On veut effectuer la soustraction : $8F - 4C$.

a) Quel en est le résultat?

b) Quel est le programme correspondant?

- On a besoin de tester le bit b_5 d'un nombre binaire N exprimé sur 8 bits. Le résultat de ce test doit être un nombre différent de 0 si $b_5 = 1$ et 0 si $b_5 = 0$. Montrer que l'instruction 84 10 convient, si N a été placé en A.

PROBLÈME

19. Simulateur de fonctions logiques

Principe

On veut réaliser quatre fonctions logiques U, V, W et X, fonctions des variables logiques A, B, C et D, répondant à la table de vérité suivante :

Ordre de la séquence	A	B	C	D	U	V	W	X
0	0	0	0	0	1	0	1	0
1	1	0	0	0	1	0	1	0
2	0	1	0	0	1	0	1	0
3	1	1	0	0	1	0	1	0
4	0	0	1	0	1	0	1	0
5	1	0	1	0	1	0	1	0
6	0	1	1	0	0	0	1	0
7	1	1	1	0	0	0	1	0
8	0	0	0	1	0	1	0	0
9	1	0	0	1	0	1	0	0
10	0	1	0	1	0	1	1	0
11	1	1	0	1	0	0	1	0
12	0	0	1	1	0	0	1	1
13	1	0	1	1	0	0	1	1
14	0	1	1	1	0	0	1	1
15	1	1	1	1	0	0	1	1

Travail demandé

1° A partir de la table de vérité précédente écrire les équations logiques des fonctions U, V, W et X. Simplifier algébriquement ces expressions. (Remarquer qu'il est plus simple dans certains cas de calculer le complément d'une fonction (on parle alors de développement par les 0) que la fonction elle-même.)

2° Réaliser chacune des fonctions U, V, W et X ainsi simplifiée avec le minimum d'opérateurs NAND uniquement à partir des variables A, B, C et D.

3° On veut créer, puis vérifier dans le temps ces fonctions U, V, W et X.

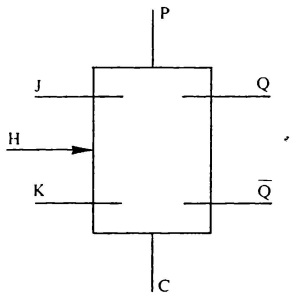
Pour cela on réalise un simulateur logique comprenant

a) une horloge base de temps;

b) un compteur binaire naturel *asynchrone* utilisant trois bascules maître-esclave JK dont on rappelle les caractéristiques fondamentales.

Tension d'alimentation : + 6 V; *logique positive :* (**1** = + 6 V; **0** = 0 V);
table de vérité :

t_n			$t_n + 1$
J	K	Q	Q
1	1	0	1
0	1	0	0
1	0	0	1
0	0	0	0
1	1	1	0
0	1	1	0
1	0	1	1
0	0	1	1



C : entrée prioritaire de remise à 0.

P : entrée prioritaire de remise à 1.

Rappel : En structure asynchrone on satisfait

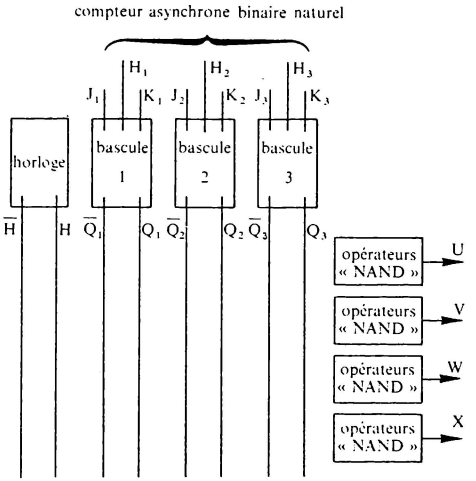
$$J = K = 1.$$

Réaliser un montage simple de l'horloge et des bascules JK permettant d'obtenir la représentation des variables :

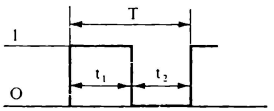
$$A \cdot \overline{A};\quad B\overline{B};\quad C\overline{C};\quad D\overline{D}$$

et d'obtenir ainsi seize séquences en fonction du temps, représentant les diverses combinaisons logiques possibles de ces quatre variables (voir synoptique).

4° En ajoutant des blocs opérateurs NAND en déduire le schéma complet du simulateur logique permettant d'obtenir les fonctions U, V, W, X (voir synoptique).



Caractéristiques de l'horloge : période $T = 2$ ms; **1** correspond à 6 V et **0** à 0 V.



• Représenter sur une feuille le simulateur logique complet en utilisant la disposition générale du synoptique.

5° Représenter les oscillogrammes H, Q_1, Q_2, Q_3 et U, V, W, X en fonction du temps.
1 cm représente 3 V échelle des tensions.
1 cm représente 1 mS échelle des temps.

Solution :

Simulateur de fonctions logiques :

1° *Fonction U :* Développement par les 1 :

$$U = \underbrace{\bar{a}b\bar{c}\bar{d} + a\bar{b}\bar{c}\bar{d}}_{\bar{b}\bar{c}\bar{d}} + \underbrace{\bar{a}b\bar{c}\bar{d} + abc\bar{d}}_{b\bar{c}\bar{d}} + \underbrace{\bar{a}\bar{b}cd + a\bar{b}cd}_{\bar{b}cd}$$

$$U = \bar{b}\bar{c}\bar{d} + b\bar{c}\bar{d} + \bar{b}cd$$

$$U = \bar{c}\bar{d} + \bar{b}cd = \bar{d}(\bar{c} + c\bar{b})$$

$$\boldsymbol{U = \bar{d}(\bar{c} + \bar{b}).}$$

Fonction V : Développement par les 1 :

$$V = \underbrace{\bar{a}b\bar{c}d + a\bar{b}\bar{c}d} + \bar{a}b\bar{c}d$$

$$V = b\bar{c}d + \bar{a}b\bar{c}d = \bar{c}d(\bar{b} + \bar{a}b)$$

$$\boldsymbol{V = \bar{c}d(\bar{b} + \bar{a}).}$$

Fonction W : Développement par les 0 :

$$\overline{W} = \bar{a}\bar{b}\bar{c}d + a\bar{b}cd = \bar{b}\bar{c}d$$

$$\boldsymbol{W = b + c + \bar{d}.}$$

Fonction X : Développement par les 1 :

$X = \underbrace{\bar{a}\bar{b}cd + a\bar{b}cd}_{\bar{b}cd} + \underbrace{\bar{a}bcd + abcd}_{bcd}$

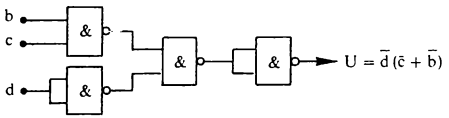
$X = cd.$

2° La fonction Naud réalisant $\overline{a \cdot b \cdot c \cdot d}$, on va faire apparaître des compléments de produit dans les expressions de *U V W X*.

Fonction U :

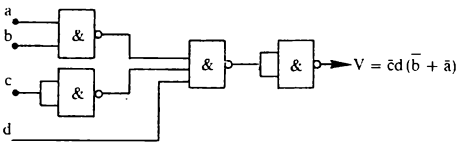
$U = \bar{d}(\bar{c} + \bar{b}) = \overline{\overline{\bar{d} \cdot \overline{b \cdot c}}}$

d'où le schéma utilisant 4 « Nand » :



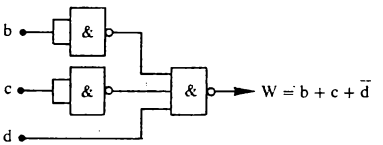
Fonction V :

$V = \bar{c}d(\bar{b} + \bar{a}) = \overline{\overline{\bar{c}d \cdot \bar{b} \cdot a}}$



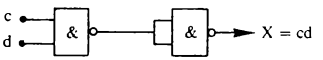
Fonction W :

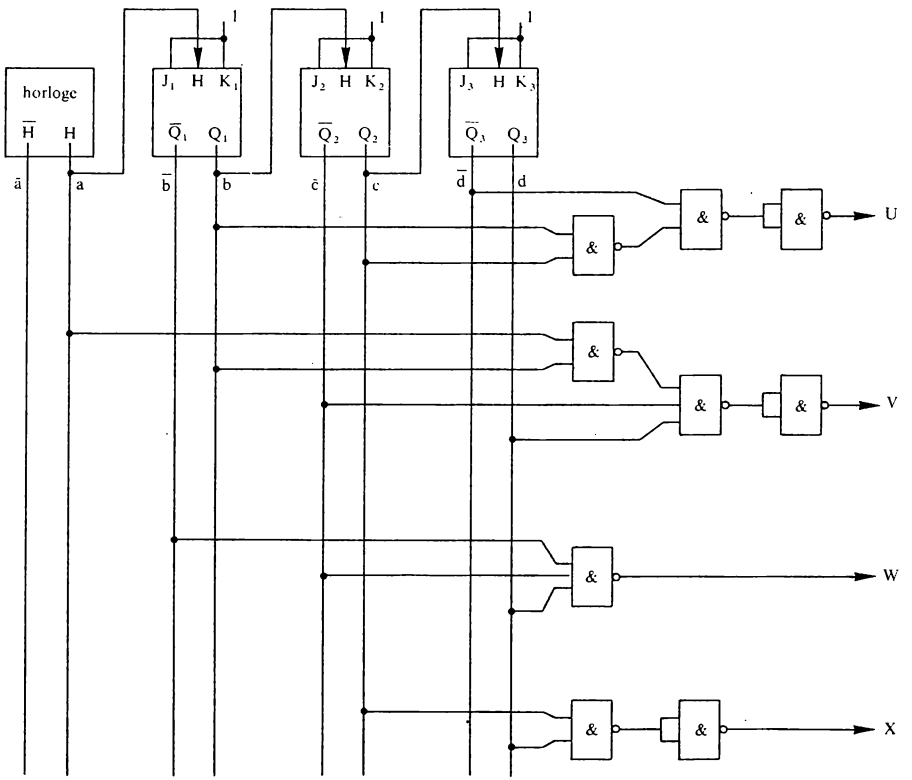
$W = b + c + \bar{d} = \overline{\overline{b \cdot \bar{c} \cdot d}}$



Fonction X :

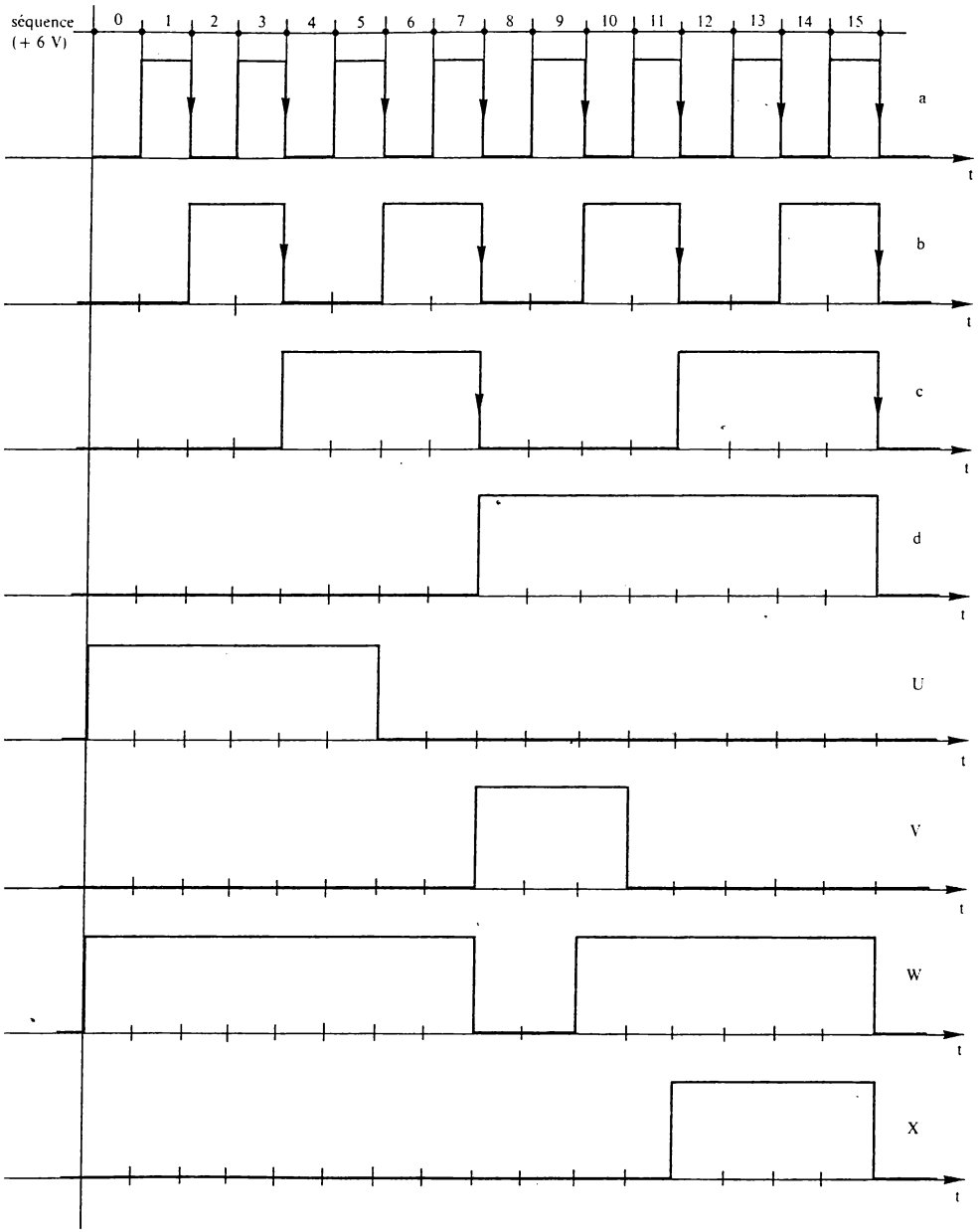
$X = cd = \overline{\overline{cd}}$





Remarque : On économise des « Nand » par rapport à la question précédente car on dispose des variables complémentaires en sortie du compteur.

Oscillogrammes



CHAPITRE 18

ACQUISITION ET CONVERSION D'UNE GRANDEUR PHYSIQUE

Le but de ce chapitre est de montrer comment on traite numériquement les grandeurs physiques.

La chaîne d'acquisition débute par un capteur qui transforme en signal électrique la grandeur analogique d'entrée. Ce signal est ensuite échantillonné, converti en quantité numérique, traité sous cette forme, puis soit exploité tel quel (affichage numérique par exemple) soit retransformé en une grandeur analogique de sortie.

1 ACQUISITION D'UNE GRANDEUR ANALOGIQUE

• *Une grandeur analogique varie, par nature, de façon continue.* Comme le processus de conversion analogique/digital n'est pas instantané (il dure parfois jusqu'à 100 millisecondes), il est nécessaire lors de cette opération, de maintenir constante la grandeur à convertir pendant toute la durée de cette conversion, même si elle varie. **On est donc amené à prendre des échantillons de $v_e(t)$ aux instants t_1, t_2, t_3, ..., les intervalles de temps $t_2 - t_1$, $t_3 - t_2$, ... correspondant à la durée de la conversion.**

Cette opération (*fig.* 18.1), on le voit, introduit nécessairement une différence entre le signal effectivement traité ($v_s(t)$) et le signal d'entrée ($v_e(t)$) du système. Cette différence est d'autant plus faible que le nombre d'échantillons pour une durée donnée est plus grand.

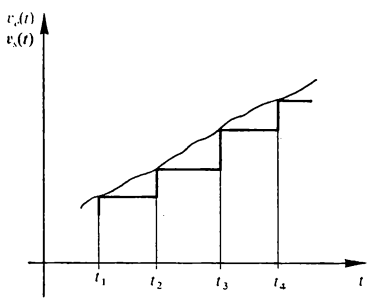


Fig. 18.1. **Traitement d'une grandeur analogique.** On prélève des échantillons de cette grandeur à intervalles de temps réguliers.

Imaginons un système adapté à cette opération : il se compose d'un interrupteur commandé K, d'une capacité C et d'un amplificateur A.

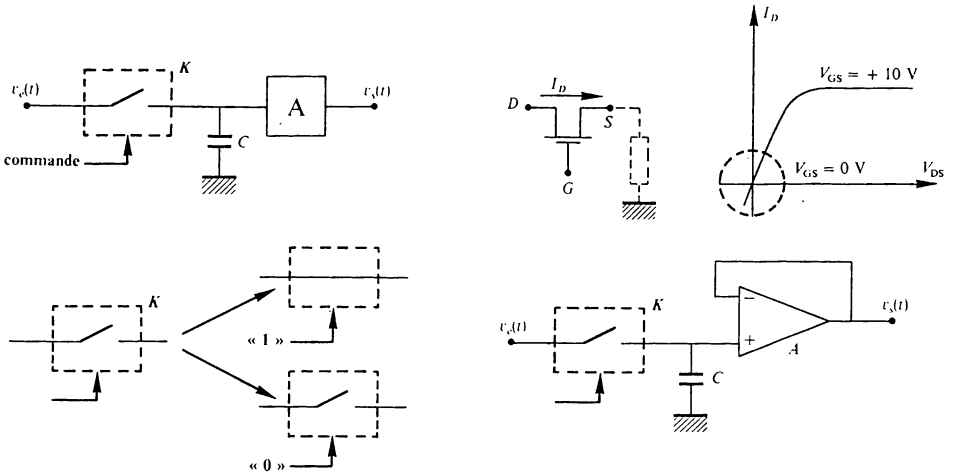


Fig. 18.2. **Échantillonnage d'une grandeur analogique.** Il est effectué à l'aide d'un interrupteur analogique, d'un condensateur et d'un amplificateur à grande impédance d'entrée.

• *L'interrupteur commandé K* est soit un relais (si la fréquence d'échantillonnage est faible), soit un transistor à effet de champ MOS (voir cours de Première F). En effet, ces derniers, quand ils sont de type à enrichissement canal *N*, sont conducteurs pour une valeur $V_{GS} > 0$ (si V_{DS} est faible, une résistance ohmique existe entre leurs bornes *D* et *S*, de valeur comprise entre 10 et 100 Ω) et bloqués pour $V_{GS} \leqslant 0$: montés en interrupteurs, on les appelle des **commutateurs analogiques.**

Ils sont alors équipés d'une *logique de commande* qui est telle que, lors de l'application d'un **1**, l'interrupteur est fermé (*prise d'échantillon*), et ouvert (*phase de maintien de l'échantillon*) pour un **0** (*fig.* 18.2).

• Le condensateur de capacité *C* est chargé de conserver en mémoire l'échantillon pendant toute la durée de la phase de conversion. Il est supposé être de bonne qualité, et avoir un courant de fuite très faible.

• *L'amplificateur A* fournit l'échantillon au circuit de conversion. Sa résistance de sortie est très faible, en général, mais la caractéristique la plus importante est qu'il ait une impédance d'entrée très grande (et, le cas échéant, un courant de polarisation très petit), de manière à ne pas décharger *C* durant les phases de maintien. C'est en général, un amplificateur opérationnel de bonne qualité, à entrées sur transistors à effet de champ, monté en gain unité.

Le dispositif est appelé échantillonneur-bloqueur :

Un échantillonneur-bloqueur est un système qui est chargé, sous la commande d'un signal logique, de prélever des échantillons d'un signal analogique et de les mémoriser.

Comment choisir la fréquence d'échantillonnage? Elle doit être assez faible pour faciliter le traitement correct du signal, assez élevée pour suivre le signal d'entrée.

SHANNON* a montré qu'elle doit être au moins double de celle du signal pour que celui-ci soit correctement représenté.

* Claude E. SHANNON, mathématicien américain né en 1916.

2 CONVERSION NUMÉRIQUE/ANALOGIQUE

Le but des convertisseurs numériques/analogiques (CNA) est de générer une tension électrique proportionnelle au nombre fourni au convertisseur. Ce nombre se présente en général sous forme d'un binaire naturel.

2.1 Échelle de résistances pondérées

Étant donné un nombre binaire *N* sur *n* bits représentés par des tensions stables, on cherche un sommateur de ces *n* tensions, chacune d'entre elles étant affectée d'un coefficient correspondant à son poids dans le nombre binaire.

Exemple (*fig.* 18.3) :

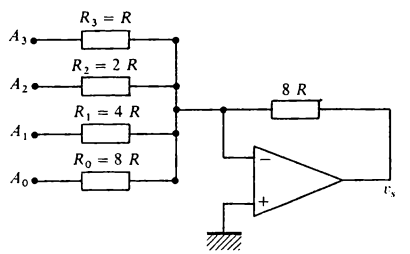


Fig. 18.3. **CNA à échelle de résistances pondérées.** C'est un sommateur dans lequel le gain pour chaque entrée est le poids du bit dans le nombre à convertir.

$$v_s = -(8A_3 + 4A_2 + 2A_1 + 1A_0),$$

A_3 est le MSB, A_0 le LSB.

Les tensions associées aux bits correspondant ont une valeur particulière (par exemple, 1 V pour le niveau **1** et 0 V pour **0**). La source doit avoir une résistance interne très faible devant les résistances R_3 à R_0.

Pour un tel convertisseur, la tension de sortie évolue de 0 V (pour $N = 0000$) à -15 V (pour $N = 1111$).

Cette méthode devient difficilement applicable quand on tente d'augmenter la résolution, c'est-à-dire n, car l'écart entre les résistances R devient très faible et demande une trop grande précision dans leur réalisation.

Pratiquement on se limite à $n = 4$ ou 5.

2.2 Échelle R-2R

Évaluons les tensions V_2, V_1, V_0 dans le montage de la figure 18.4.

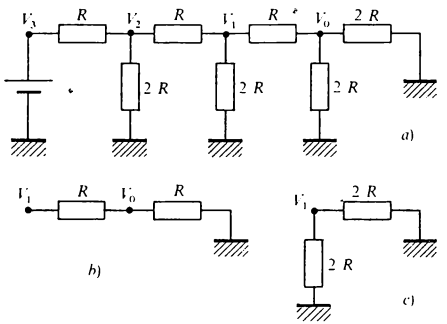


Fig. 18.4. **Échelle R.2R.** Elle fournit des tensions en progression géométrique. V_3 est un générateur de tension parfait.

• Partant de V_0, les deux résistances $2R$ en parallèle équivalent à $R(b)$, d'où $V_0 = \frac{V_1}{2}$.

• Passons à $V_1(c)$, $2R$ en parallèle avec $R + R$ entraînent $V_1 = \frac{V_2}{2}$, ...

• Toutes les résistances situées à droite d'un nœud ont pour valeur équivalente $2R$, d'où $V_i = \frac{V_{i+1}}{2}$. On dispose d'une gamme de tensions pondérées V_3, $\frac{V_3}{2} = V_2$, $\frac{V_3}{4} = V_1$, $\frac{V_3}{8} = V_0$ au moyen de deux valeurs seulement de résistances (R et $2R$).

• L'amplificateur opérationnel étant muni d'une contre-réaction, son entrée négative est pratiquement à 0 V et il ne change rien aux potentiels précédents si bien que

$$v_s = -\frac{R'}{2R}\left(V_3 + \frac{V_3}{2} + \frac{V_3}{4} + \frac{V_3}{8}\right).$$

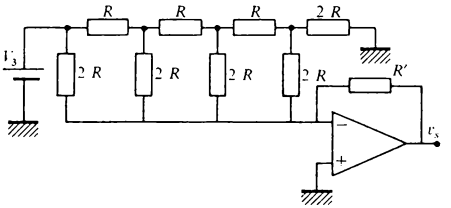


Fig. 18.5. **Somme de tensions pondérées.** Elle s'obtient à l'aide de l'échelle R.2R.

• En déconnectant des résistances $2R$ on fait disparaître le terme correspondant dans la somme.

Pour réaliser un convertisseur numérique/analogique, on forme un « aiguillage » des résistances 2R, commandé par les bits du nombre à convertir, ce qui agit sur les tensions pondérées correspondantes (fig. 18.6).

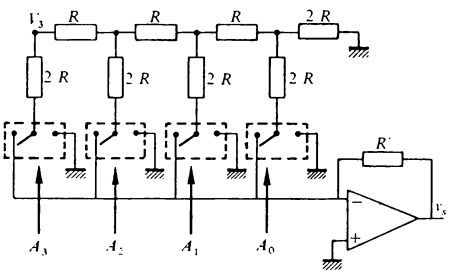


Fig. 18.6. **Somme de tensions pondérées.** Suivant les valeurs de A_3, A_2, A_1, A_0, le terme correspondant dans la somme des tensions pondérées apparaîtra ou n'apparaîtra pas.

Remarques :

• v_s est proportionnelle à V_3, il y a donc multiplication entre N et V_3.

• Si $R' = 2R$ (pour simplifier), la valeur maximale de v_s est $V_3 + \frac{V_3}{2} + \frac{V_3}{4} + \frac{V_3}{8}$, soit $2V_3\left(1 - \frac{1}{8}\right)$.

Si $U_{Max} = 2V_3$, v_s ne pourra pas dépasser $U_{Max}\left(1 - \frac{1}{2^n}\right)$. U_{Max} s'appelle la *pleine échelle* du convertisseur.

• Les commutateurs de la figure 18.6 sont bien sûr constitués par des commutateurs analogiques.

2.3 Caractéristiques des CNA

La résolution est le nombre de bits que le convertisseur est susceptible de traiter.

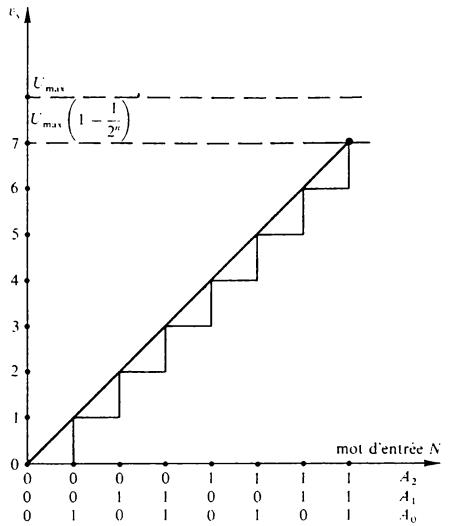


Fig. 18.7. **Caractéristique de transfert idéale d'un CNA 3 bits.** La tension de sortie ne prend que 8 valeurs seulement.

Ainsi un convertisseur 8 bits est capable de fournir 256 niveaux de tension différents en sortie.

La figure 18.7 présente la caractéristique de transfert idéal d'un convertisseur 3 bits. La tension de sortie maximale est de 7 V, la plus petite variation de v_s est de 1 V, ce qui correspond à une variation d'un LSB du mot d'entrée : sa résolution est donc de 1 V.

Lors d'une variation du mot d'entrée, si tous les bits n'agissent pas *simultanément*, il y a apparitions de codes incorrects, donc de v_s erronnées. Ceci est un défaut gênant.

• La **précision** du convertisseur est l'écart maximal entre les caractéristiques réelles et théoriques (*fig.* 18.8).

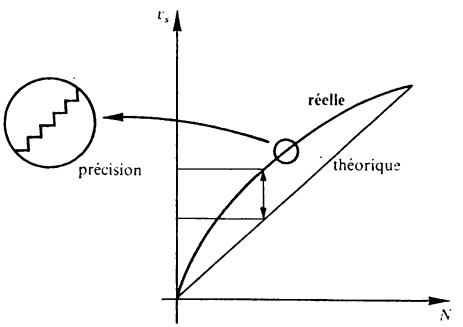


Fig. 18.8. **Précision d'un CNA.** C'est l'écart entre caractéristique réelle de transfert et caractéristique idéale. Il s'exprime en volts.

• La **non-linéarité différentielle** est l'écart maximal entre le saut de v_s (pour une variation d'une unité du LSB) et $\frac{U_{Max}}{2^n}$ (*fig.* 18.9) Les constructeurs indiquent également la *sensibilité* à la température et le *temps d'établissement* de v_s lors du passage de 0 à 1 de tous les bits d'entrée (de l'ordre de la microseconde).

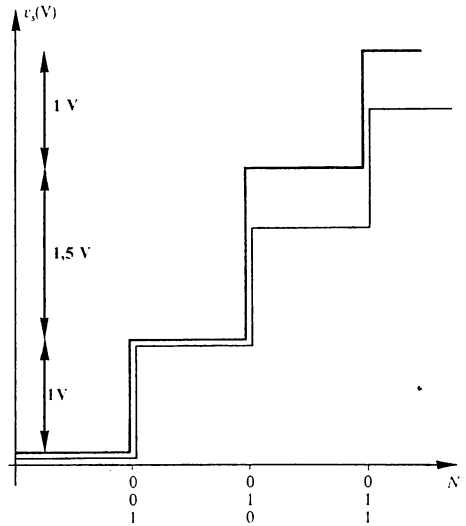


Fig. 18.9. **Hauteur d'une marche.** Chaque marche de l'escalier devrait avoir une hauteur d'un volt. Ici, l'une d'entre elles a une hauteur valant 1,5 V : la non-linéarité différentielle est de 0,5 V.

3 CONVERSION ANALOGIQUE/NUMÉRIQUE

Disposant d'une tension analogique, comment la convertir en un nombre qui puisse être traité par un calculateur?

Considérons un condensateur C que nous chargeons à courant constant I_0. A $t = 0$, $v_s = 0$. La tension aux bornes du condensateur croît linéairement en fonction du temps, d'où $v_c = \frac{I_0 \cdot t}{C}$ (*fig.* 18.10). Détectons le passage de v_c (avec un comparateur, par exemple) par la valeur de la tension analogique v_e : à l'instant $t = t_1$, la tension v_c devient égale à la tension v_e :

$$\frac{I_0 \cdot t_1}{C} = v_e, \quad \text{soit} \quad t_1 = \frac{Cv_e}{I_0}.$$

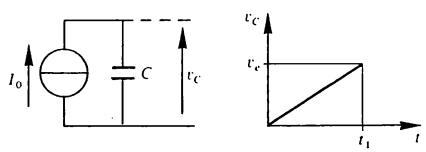


Fig. 18.10. **Principe du convertisseur AIN simple rampe.** Il se ramène à la mesure de la durée de charge du condensateur à courant constant.

I_0 et C sont constantes, **la mesure de v_e se ramène à celle de t_1.** En disposant de plus d'une horloge fournissant des signaux de période T, il suffit de compter ces signaux durant le défilement du temps t_1 pour obtenir un nombre N proportionnel à v_e.

En effet, $NT = t_1 = \dfrac{Cv_e}{I_0}$, soit $N = \dfrac{C}{I_0 \cdot t} \cdot v_e$.

Exemple numérique :
$I_0 = 1$ mA; $C = 1$ µF; si $v_e = 1$ V, alors $t_1 = 1$ ms; si $T = 10$ µs, $N = 100$. Un tel convertisseur fournit l'indication 100 pour chaque volt de v_e.

3.1 Convertisseur simple rampe

Il est fondé sur le principe que nous venons d'exposer. Il se compose (*fig.* 18.11) du générateur de courant I_0, du condensateur C et du comparateur. Un tel système existe en circuit intégré, auquel cas seule la capacité est externe. Le boîtier dispose alors d'une borne de commande RS qui, combinée avec l'interrupteur RAZ (commutateur analogique), déclenche le départ de la rampe et simultanément l'ouverture d'un compteur externe.

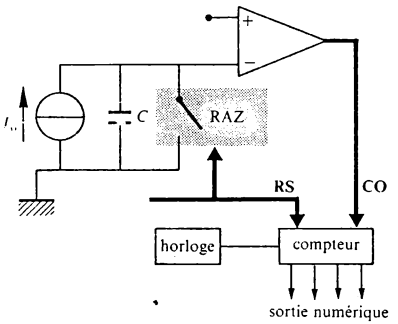


Fig. 18.11. **Fonctionnement d'un CAN à rampe.** Il résulte du comptage d'impulsions effectué durant la charge d'une capacité.

Une borne de contrôle, CO, indique le passage de la tension v_c par la valeur v_e et donc la fin de rampe, permettant de stopper l'arrivée des impulsions d'horloge sur le compteur. Remarquons que la durée de la mesure est directement proportionnelle à la valeur de la tension à convertir. Si v_e vaut 10 V, la durée s'écoulant entre deux mesures ne peut pas être inférieure à 10 ms.

En pratique, il existe d'autres possibilités fondées sur le même principe. Par exemple, on charge la capacité C sous la tension v_e à $t = 0$, et l'on mesure la durée que met un courant d'intensité constante I_0 à la décharger. L'équation de fonctionnement reste la même.

3.2 Convertisseur double rampe

Le convertisseur décrit précédemment est simple à mettre en œuvre, mais sa précision dépend de la capacité C et de la stabilité de la fréquence d'horloge. Pour éliminer ces inconvénients, on lui fait subir les modifications suivantes (*fig.* 18.12) :

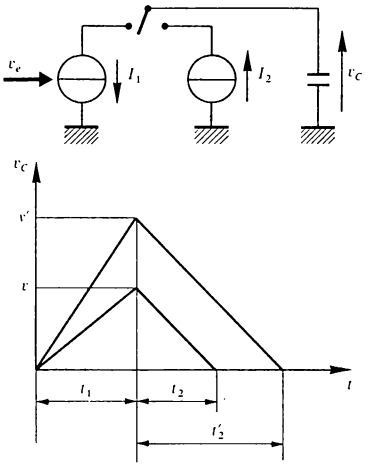


Fig. 18.12. **Convertisseur AN double rampe.** La charge de C s'effectue à courant d'intensité constante I_1 (fonction de v_e); il y a ensuite décharge à courant constant d'intensité I_2.

– pendant une durée déterminée t_1, le condensateur C est chargé à courant d'intensité constante I_1, proportionnelle à v_e. Soit v la tension atteinte par v_c;

– puis le condensateur déchargé à l'aide d'un courant d'intensité constante I_2, indépendante de v_e, jusqu'à $v_c = 0$; soit t_2 la durée de cette phase. On peut écrire :

$$I_1 \cdot t_1 = Cv \quad \text{et} \quad I_2 \cdot t_2 = Cv,$$

d'où $I_2 t_2 = I_1 t_1$ et $t_2 = t_1 \dfrac{I_1}{I_2}$.

Or t_1 est constante, I_2 aussi; seule I_1 dépend de v_e. Si N_1 et N_2 sont respectivement les nombres d'impulsions d'horloge comptés durant les durées t_1 et t_2, on a

$$I_1 = I_2 \frac{N_2}{N_1}.$$

Nous constatons, en particulier, que la mesure de I_1, donc de v_e, ne dépend plus de la valeur de C.

C'est ce type de convertisseur qui est le plus courant dans les systèmes d'affichage numérique (voltmètre, ...).
Le défaut de ces convertisseurs est d'être relativement lents (même remarque qu'au paragraphe précédent), ce n'est pas gênant ici. En effet, pour éviter un clignotement désagréable, ces appareils ne fournissent leur résultat que toutes les secondes ou toutes les deux secondes.

3.3 Convertisseur à approximations successives

• *Expliquons par une analogie* (*fig.* 18.13) le fonctionnement de ce type de convertisseur. Soit une masse M à mesurer que l'on dispose sur le plateau d'une balance. La boîte de masses marquées est de type binaire : 64 g, 32 g, ..., 1 g. Plaçons sur le second plateau la masse de 64 g. L'équilibre n'est pas atteint. Ajoutons 32 g. L'équilibre est dépassé. Nous enlevons ces 32 g et disposons 16 g à la place. L'équilibre ne

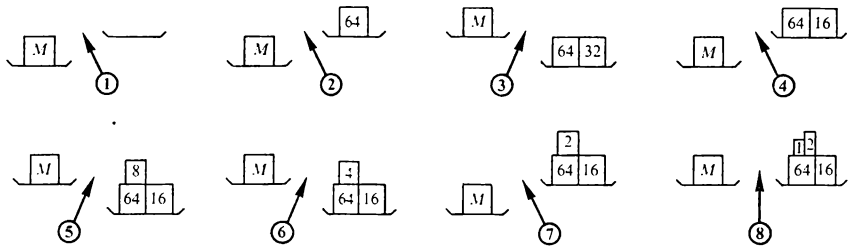


Fig. 18.13. **Principe de la conversion à approximations successives.** Il est comparable à la mesure d'une masse inconnue M.

change pas. Rajoutons 8 g... et ainsi de suite jusqu'à l'équilibre final.

Nous constatons que quelle que soit la masse M, il faut toujours le même nombre de manipulations, égal au nombre de masses marquées disponibles. La précision de la mesure est 1 g, si cette masse est la plus petite de la boîte. Cette méthode est plus rapide que celle qui consiste à ajouter l'une après l'autre des masses marquées de 1 g jusqu'à ce que l'équilibre soit atteint (principe des convertisseurs à rampe) : il faudrait 83 manipulations pour une masse de 83 g au lieu de 7, soit dans ce cas, 12 fois plus de temps. D'autre part, à chaque instant, nous disposons d'un résultat approximatif (dès l'étape 3, nous savions que M était comprise entre 96 g et 80 g, alors que dans la seconde méthode nous aurions, au même instant, seulement déposé trois masses de 1 g dans l'autre plateau!) une telle méthode s'appelle « par approximations successives ».

• Le fonctionnement d'un convertisseur A/N fondé sur ce principe est le suivant :

Il comprend un comparateur K, un convertisseur N/A, un registre et une logique de commande (*fig.* 18.14). Au départ $A_6 = 1$, les autres bits sont à 0. Si $v_s < v_e$, C agit de telle façon que $A_6 = 1$, $A_5 = 0$, les autres bits sont à 0 : c'est la première pesée.

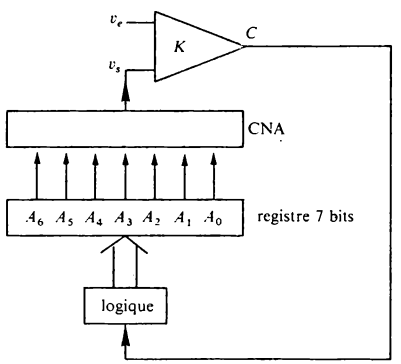


Fig. 18.14. **Réalisation d'un convertisseur à approximations successives.** Il nécessite l'emploi d'un CNA.

A l'étape suivante, C vient modifier ou non A_5 et positionne A_4 à 1. La figure 18.15 montre l'évolution de la tension de sortie.

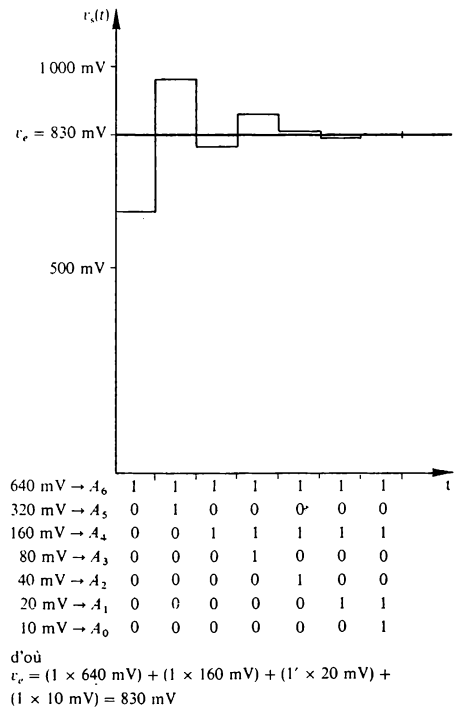


Fig. 18.15. **Évolution de la tension de sortie v_s d'un CAN à approximations successives.** On y a adjoint les résultats numériques de la conversion.

• La fonction de transfert d'un tel convertisseur est donné figure 18.16. Chaque palier de la courbe correspond à une valeur numérique de sortie. A chaque valeur de sortie est associée une gamme de valeurs de tension (*exemple :* 011 correspond à une tension comprise entre 2,5 V et 3,5 V).

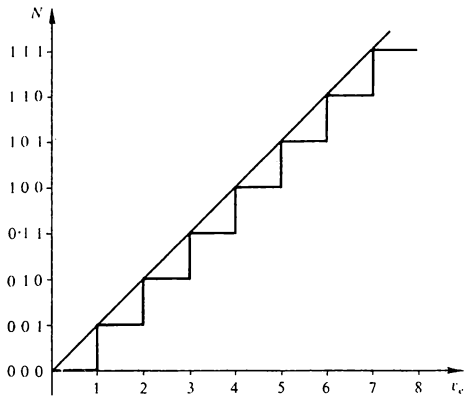


Fig. 18.16. **Caractéristique idéale d'un convertisseur A/N.** Elle est en marche d'escalier.

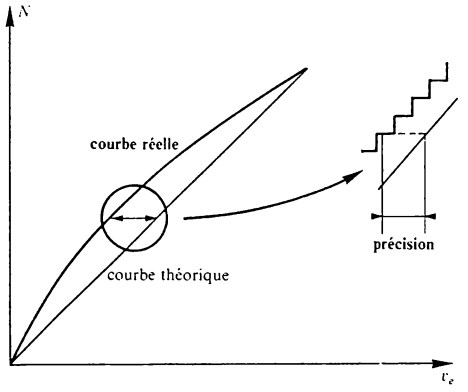


Fig. 18.17. **Précision.** C'est l'écart maximal entre courbes réelle et théorique.

La résolution de ce convertisseur est de 1 V, puisqu'il faut une variation d'au moins 1 V de la tension d'entrée pour modifier la sortie. Elle est égale à la pleine échelle divisée par 2^n soit ici 12,5 %.

Certains convertisseurs donnent une valeur en *BCD*, la résolution s'exprimant alors en *digit*.

• A propos de la courbe de transfert, on définit la **précision** (écart maximal entre le milieu d'un palier et la courbe théorique (*fig.* 18.17)), la **non-linéarité différentielle** (écart maximal entre la largeur d'un palier et $\frac{U_{Max}}{2^n}$), la **pente de conversion** (il y a un écart éventuel entre les pentes réelles et théoriques), **l'erreur de zéro** (valeur donnée pour une tension d'entrée nulle). Ces deux derniers défauts sont faciles à corriger.

Enfin, on cite le **temps de conversion,** qui est d'autant plus grand que la résolution demandée est fine. Il peut atteindre la dizaine de millisecondes pour un convertisseur à rampe, la microseconde pour un convertisseur à approximations successives.

LABORATOIRE

1. Principe du MC 14447 : Convertisseur simple rampe

Comme nous l'avons vu, un condensateur C (= 27 nF) est chargé sous la tension que l'on veut convertir.

Un signal de départ de rampe RS (état actif = front montant) commande la décharge à courant constant (I_R = 25 µA). Au passage par un seuil (V_{seuil}), le convertisseur délivre le signal de fin de rampe CO (état actif = front descendant) (*fig.* 18.18).

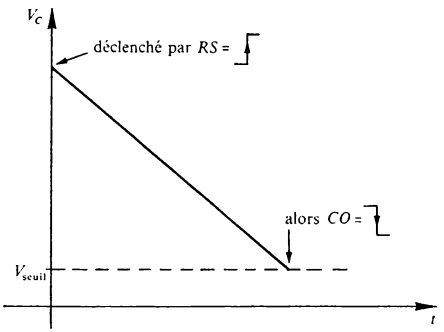


Fig. 18.18. **Convertisseur simple rampe.**

2. Présentation de la maquette d'essais (*fig.* 18.19)

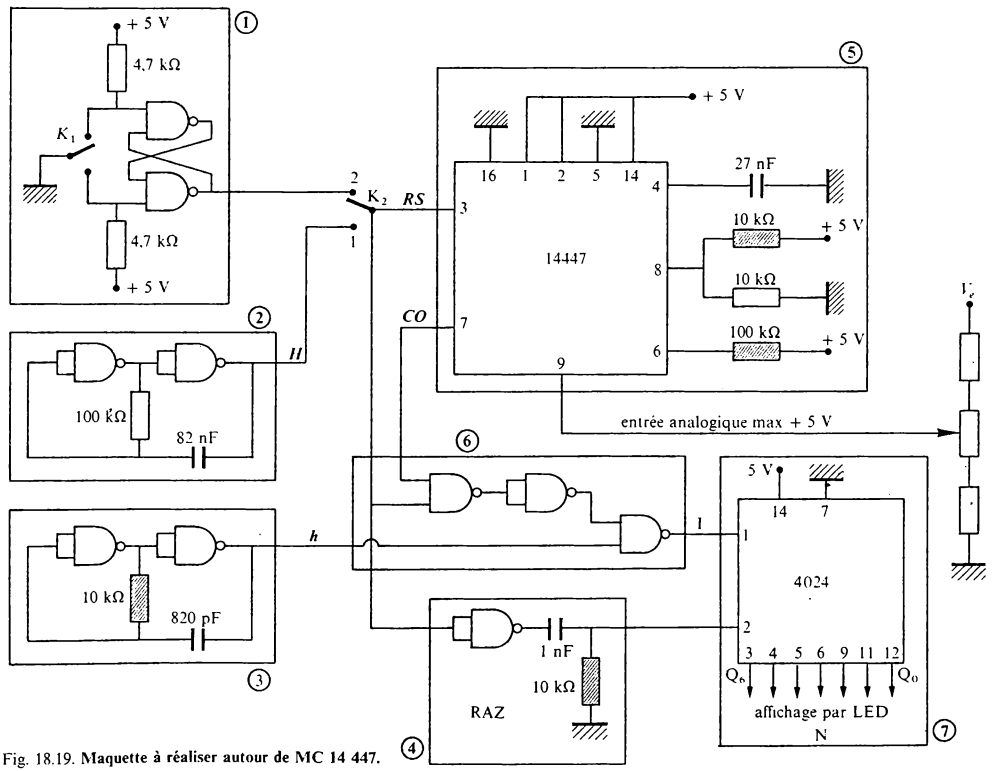
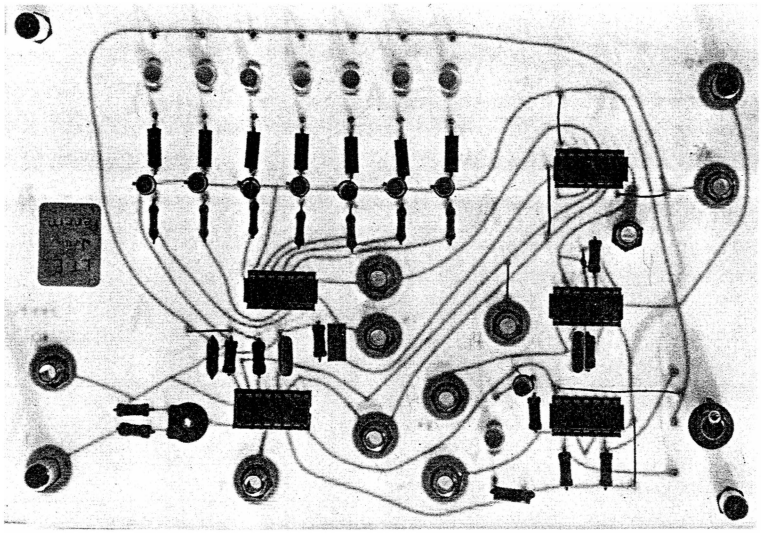


Fig. 18.19. **Maquette à réaliser autour de MC 14 447.**



Un certain nombre de fonctions élémentaires déjà étudiées sont mises en œuvre :

– *sous-ensembles* ① *et* ② : le commutateur K_2 sert à choisir entre un fonctionnement au coup par coup (sous-ensemble ①, interrupteur K_1, bascule antirebonds) et un fonctionnement à l'aide d'une horloge H (sous-ensemble ②) ;

– *sous-ensemble* ③ : il s'agit d'une horloge h, de fréquence beaucoup plus grande, destinée à fournir les impulsions à compter ;

– *sous-ensemble* ④ : il se sert du front descendant de RS, inactif pour le convertisseur, dans le but de remettre à 0 le compteur. Il le prépositionne ainsi pour le prochain comptage ;

– *sous-ensemble* ⑤ : c'est un convertisseur qui reçoit RS de K_2 et qui délivre CO ;

– *sous-ensemble* ⑥ : c'est une « fenêtre », destinée à laisser passer vers le compteur les impulsions de h entre le front montant de RS et le front descendant de CO ;

– *sous-ensemble* ⑦ : c'est un compteur binaire naturel 7 bits (résultats jusqu'à 127), dont on visualise les sorties par des LED.

3. Manipulation

• *En fonctionnement dynamique :* K_2 est en 1.

– A l'aide des points de test prévus, mesurer les périodes de H et h. En déduire leur fréquence.

– Relever en coïncidence de temps les chronogrammes suivants : V_{RS}, V_{CO}, V_H, V_{RAZ}, V_C, V_I (on a $V_e = 10$ V).

– On veut obtenir un résultat numérique de 100 (décimal) pour $V_e = 10$ V. Relever N_0 correspondant à $V_e = 0$ V. On doit alors relever $N = 100 + N_0$ pour $V_e = 10$ V. Régler P en conséquence.

– Vérifier que la période de H, la période de h et le résultat numérique pour $V_e = 10$ V sont compatibles.

• *En fonctionnement statique :* K_2 est en 2.

– Tracer la courbe $N = f(V_e)$. Donner la pente de conversion.

– Pour quelques valeurs de V_e, estimer la précision du convertisseur.

– Que se passe-t-il si V_e est tel que $N > 127$?

DOCUMENTAIRE

Appareil photographique à exposition rapide

Depuis l'apparition du CANON AE1, vers 1975, tous les constructeurs d'appareils photographiques ont introduit dans les boîtiers des circuits logiques de plus en plus performants, remplaçant ainsi les dispositifs analogiques employés jusque-là. L'information primaire, dans le cas de la photographie est la luminosité de la scène à enregistrer. L'appareil doit préparer tous les réglages nécessaires, agir sur le diaphragme ou sur la vitesse, en fonction de la sensibilité du film employé. L'information de base est analogique. Dans un premier temps, elle est convertie, dans les appareils de cette nouvelle génération, en une quantité numérique. Cette grandeur est ensuite traitée par un microprocesseur : celui-ci calcule les valeurs optimales de l'ouverture du diaphragme ou du temps d'exposition, en tenant compte d'un certain nombre de paramètres. Ceux-ci sont l'ouverture réelle de l'objectif employé (la luminosité est en effet enregistrée à travers lui), le choix préalable de la vitesse ou du diaphragme par l'opérateur, la sensibilité du film, les corrections éventuelles souhaitées. Il arrive (automatisme programmé) que l'appareil décide seul, ne laissant ainsi aucune initiative au preneur de vues. Le résultat du traitement se traduit par une action sur des électro-aimants, chargés de prépositionner le diaphragme ou bien sûr les rideaux de l'obturateur, cette action intervenant au moment précis où le déclencheur est actionné.

L'information de l'utilisateur dans le viseur n'est pas oubliée : elle se présente sous forme analogique (CANON AE1), par l'intermédiaire d'une échelle pour la gamme des diaphragmes devant laquelle se déplace une aiguille (galvanomètre). Plus récemment, les appareils haut de gamme (CANON A1 et NIKON F3) vont jusqu'à fournir les mêmes indications sous forme numérique (LED ou cristaux liquides).

ENTRAINEMENT ET RECHERCHE

QUESTIONS RAPIDES

1

Quelle est la fonction d'un échantillonneur bloqueur?

2

Quels sont les trois composants qui permettent de réaliser un échantillonneur bloqueur?

3

Quelle caractéristique essentielle demande-t-on à un échantillonneur bloqueur?

4

Expliquer le principe de la conversion analogique digitale.

5

Qu'appelle-t-on résolution d'un convertisseur A/N?

6

Décrire brièvement le fonctionnement d'un convertisseur N/A simple rampe.

7

Quelle amélioration apporte le principe de la double rampe?

8

Décrire une pesée par « approximations successives ».

9

De tous les convertisseurs A/N que l'on connaît quels sont les plus lents; les plus rapides?

10

Donner un ordre de grandeur des durées de conversion pour les convertisseurs A/N.

EXERCICES

11

La capacité C d'un échantillonneur-bloqueur est chargée sous $V = 10$ V (*fig.* 18.2). On a $C = 10$ nF. Le courant d'entrée (de polarisation) de l'amplificateur opérationnel monté en suiveur est supposé constant, d'intensité $I_0 = 5$ µA.

Au bout de combien de temps la tension aux bornes de C a-t-elle diminuée de 1 %?

Si l'on néglige la durée de la phase d'échantillonnage et si l'on admet cette perte de tension pendant la phase de maintien, quelle doit-être la fréquence minimale d'échantillonnage? Que devient celle-ci si $I_0 = 1$ nA?

12

Considérer le convertisseur A/N dont la courbe de transfert est donnée figure 18.16. Tracer la caractéristique d'erreur, c'est-à-dire l'erreur sur la mesure numérique en fonction de v_e.

13

On considère un convertisseur A/N dont on désire que les chiffres significatifs du résultat numérique soient les mêmes que ceux de la tension à mesurer (1111 1111 correspond à 2,55 V). S'il est du type simple rampe, avec $C = 10$ nF, $I_0 = 25$ µA, quelle doit être la fréquence de l'horloge?

14

On considère un convertisseur A/N double rampe pour lequel $I_1 = \frac{v_e}{R}$, avec $R = 10$ kΩ, $C = 10$ nF, $I_2 = 10$ µA, $t_1 = 1$ ms. Quelle est la durée de la conversion pour $v_e = 1$ V?

15

On donne un convertisseur N/A dont la pleine échelle est 10,24 V, travaillant sur 10 bits. Quelle est la résolution? On constate que, pour $N = 511$ (décimal), on a $v_s = 5{,}115$ V. Que vaut sa précision en ce point? Quanf N passe de 328 à 329 (décimal), v_s passe de 3,28 V à 3,30 V. Quelle est sa non-linéarité différentielle en ce point?

16

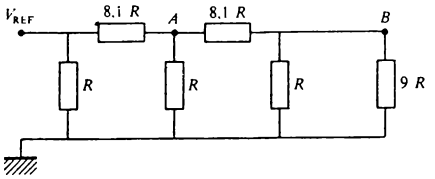
On cherche à construire un convertisseur A/N, 8 bits fondé sur le principe vu dans l'exercice 6. Combien de comparateurs sont nécessaires? Qu'en pensez-vous?

17

Imaginer un système destiné à l'intégrateur de la figure 18.10, ce système incluant un amplificateur opérationnel.

18

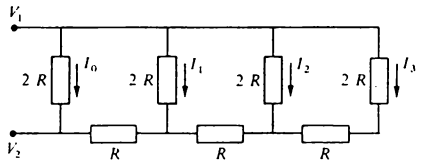
Que valent les potentiels des points A et B, d'après l'échelle représentée? En déduire la réalisation d'un convertisseur N/A en BCD (3 × 4 entrées).



19

Dans le réseau suivant, on suppose $V_1 > V_2$:

Calculer I_2 en fonction de I_3, puis I_1 en fonction de I_2, enfin I_0 en fonction de I_1. Quelle conclusion peut-on faire?

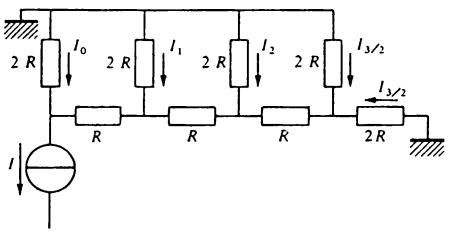


20

Pour le réseau suivant :

a) Calculer I_2 en fonction de I_3, puis I_1 en fonction de I_2, enfin I_0 en fonction de I_1.

b) A l'aide de quatre commutateurs analogiques et d'un amplificateur opérationnel, construire un convertisseur N/A avec ce réseau.



21

Un oscillographe cathodique est commuté en XY. On veut afficher sur un écran un point défini par ses coordonnées X et Y données en notation binaire. Comment réaliser le système? Si l'on retient pour cela deux convertisseurs 8 bits, quelle sera la « définition » de l'écran (nombre de points que l'on peut afficher)?

22

De manière générale, la tension aux bornes d'un condensateur est donnée par $v_e = \frac{1}{C}\int i\,dt$.

a) En déduire que sur un intervalle de temps T, tout se passe comme si le courant d'intensité i avait été constant, d'intensité moyenne : I_{moyen}.

b) On a $i = I_0 + I_M \sin \omega t$.

Montrer qu'il y a une condition pour que

$$v_e = \int_0^T \frac{i}{C}\,dt,$$

soit indépendante de I_M.

c) Sachant qu'une source de bruit gênante en pratique est le secteur 50 Hz, montrer qu'un convertisseur A/N à double rampe assure l'élimination de son influence sur la mesure d'une tension constante (cela s'appelle la réjection série). En est-il de même pour un convertisseur à approximations successives?

PROBLÈMES

23

1° Un convertisseur numérique analogique a une tension pleine échelle de − 10,24 V. Sachant qu'il convertit des mots de 9 bits, quelle est sa résolution en millivolts?

2° Un additionneur-inverseur est réalisé à l'aide d'un amplificateur opérationnel et de trois résistances $R = 10$ kΩ. Les tensions d'entrées s'appellent V_X et V_N.

a) Proposer un montage possible. On veut $V_S = -(V_X + V_N)$.

b) On prend ce montage pour additionner une tension V_X et la tension V_N issue du convertisseur. Pour quel nombre N d'entrée du convertisseur a-t-on $V_S = 0$, si $V_X = +3{,}88$ V?

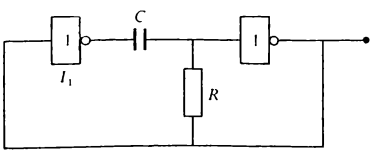
c) Pour $V_X = +3{,}88$ V, quelles sont les valeurs de V_N qui conduisent à $V_S < 0$?

3° On fait suivre cet amplificateur d'un comparateur ; 0 V. Il est branché de telle façon que sa sortie V'_S est le niveau logique haut si sa tension d'entrée est positive et V'_S est le niveau logique bas dans le cas inverse.

Comment faut-il le brancher pour avoir $V'_S = 1$, quand $V_X < |V_N|$ et 0 si $V_X < |V_N|$?

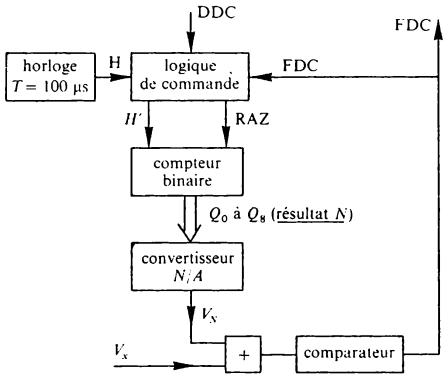
4° Pour réaliser un compteur binaire naturel 9 bits, on dispose de neuf bascules JK, pour lesquelles on prend $J = K = 1$. Des impulsions sont appliquées sur l'entrée d'horloge de la première. Ces bascules commutent sur les fronts positifs (montants) d'horloge. Construire le compteur.

5° On veut réaliser une horloge dont les caractéristiques sont les suivantes : niveaux compatibles CMOS, période de 100 µs. On propose pour cela le montage suivant :



Expliquer le fonctionnement de cet oscillateur. En déduire la valeur de C, si $R = 100$ kΩ.

6° On associe les différentes fonctions étudiées précédemment pour réaliser un convertisseur analogique-numérique.



a) H' est l'horloge du compteur linéaire. Si l'on y applique les impulsions issues de l'horloge H, après une remise à zéro, quelle est la forme de la tension V_N en fonction du temps?

b) Que se passe-t-il alors quand $|V_N| \geqslant V_X$?

c) En déduire le fonctionnement du convertisseur complet et le rôle des signaux logiques : DDC, FDC, H'.

d) Les impulsions issues de H doivent accéder en H' quand DDC passe à 1, et si FDC = 0. D'autre part, on utilise le front descendant de DDC pour assurer la remise à zéro du compteur.

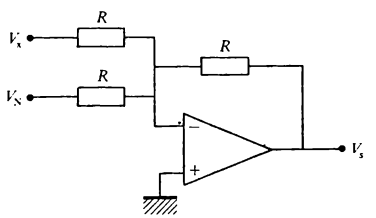
Donner l'équation logique de H' en fonction de H, de DDC et de FDC et celle de RAZ en fonction de DDC. (Toutes les variables agissent par des niveaux 1.) Construire alors le bloc logique.

e) Combien de temps la conversion dure-t-elle pour une tension V_X de 3,88 V?

Solution

1° Un tel convertisseur a $(2^9 - 1)$ niveaux possibles. − 10,24 V correspondent donc à 2^9 fois la résolution; celle-ci vaut donc $\frac{10{,}24}{2^9} = \frac{10{,}24}{512} = 0{,}02$ V = 20 mV.

2° *a*)



b) Si $V_S = 0$, alors $V_X + V_N = 0$,

donc $V_N = -V_X = -3{,}88$ V. On a donc

$N = \dfrac{\text{tension}}{\text{résolution}}$, soit $N = \dfrac{3{,}88}{0{,}02} = 194$.

c) $V_S = -(V_X + V_N) = -(3{,}88 + V_N) < 0$,

d'où $-V_N < 3{,}88$ V et $V_N > -3{,}88$ V, soit, en pratique : V_N doit être comprise entre 0 et $-3{,}88$ V.

3° Si $V_X > |V_N|$, alors $V_S < 0$. Il faut alors avoir V'_S = « 1 », donc V_S doit être branchée sur la borne négative du comparateur. $(0 - (-V_S))$ est alors une quantité positive.

4° Chaque sortie $\overline{Q}$ doit être connectée à l'entrée d'horloge de la bascule suivante. En effet, la première change d'état sur le front montant de son horloge. Q passe à 1. Mais, à la seconde impulsion d'horloge Q passe à 0 et $\overline{Q}$ passe à 1 : son front montant déclenche la bascule suivante.

5° Cet oscillateur a déjà été étudié. Rappelons que $T = 2{,}2\tau = 100$ µs, d'où $C = 0{,}45$ nF.

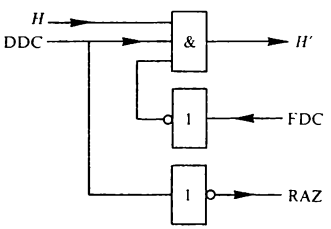
6° *a*) Le compteur délivre une suite de nombres binaires croissants. Le CNA produit donc une teneur ayant la forme d'une rampe (en marches d'escalier de hauteur 20 mV).

b) Si $|V_N| \geqslant V_X$, la tension de sortie de l'additionneur change de signe; le comparateur change d'état et va stopper, par l'intermédiaire de la logique de commande, l'arrivée des impulsions sur le compteur.

c) DDC est le signal de départ de conversion et FDC celui de fin de conversion. H est l'horloge transmise en H' pendant la conversion.

d) On a $H' = H + A + \overline{FDC}$ et RAZ $= \overline{A}$.

On peut construire le bloc logique :



e) 3,88 V correspond à $N = 194$ (deuxième question). 194 impulsions de largeur 100 µs doivent arriver en H' pendant la conversion. Au total, il faut

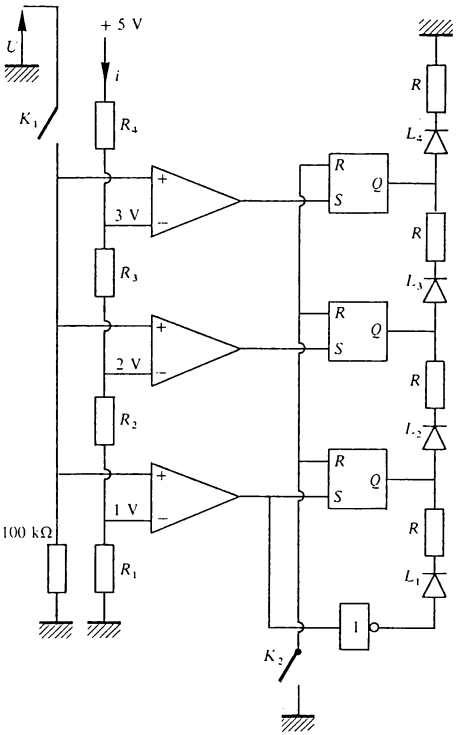
$$t = 194 \times T = 19{,}4 \text{ ms}.$$

24

On considère le montage de la figure ci-après qui utilise :

– des circuits logiques (inverseurs et bascules) TTL, alimentés en 0 V et 5 V (une entrée « en l'air » équivaut à un **1** logique) (on suppose R sortie = 0);

– des amplificateurs opérationnels parfaits alimentés entre 0 V et 5 V;



– des LED (L_1 L_2, L_3, L_4) de seuil 1,5 V, de résistance dynamique nulle (caractéristique verticale) quand elles conduisent;

– on a indiqué les potentiels des entrées des amplificateurs opérationnels.

1° Analyse du fonctionnement

A chaque étape indiquer les potentiels à la sortie des amplificateurs opérationnels, à la sortie des bascules et les LED allumées :

* K_1 ouvert, K_2 ouvert,
* K_1 ouvert, K_2 fermé (K_2 fermé jusqu'à la dernière étape),
* K_1 fermé, $U = 0{,}5$ V (K_1 *reste fermé jusqu'à l'avant dernière étape*),
* $U = 1{,}5$ V,
* $U = 2{,}5$ V,
* $U = 3{,}5$ V,
* $U = 1{,}5$ V,
* K_1 ouvert,
* K_2 ouvert.

Quel fonction l'appareil réalise-t-il?

2° Réalisation

a) Calculer R pour qu'une LED soit parcourue par 30 mA lorsqu'elle est passante.

b) Calculer R_1, R_2, R_3 et R_4 pour que $i = 1$ mA.

CHAPITRE 19

SYSTÈMES

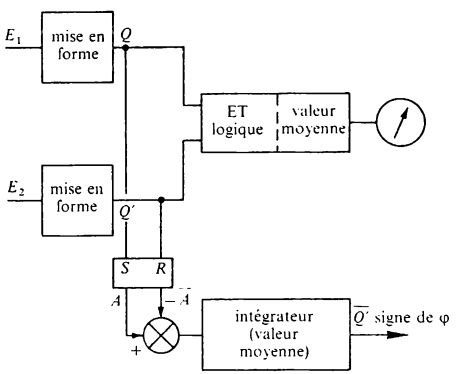
Les fonctions étudiées en cours d'année sont associées pour la réalisation d'appareils électroniques de plus en plus complexes.
Nous en présentons quelques-uns dans ce chapitre.

On constate au fil des ans une présence de plus en plus marquée des circuits logiques (et par conséquent une baisse du prix de revient des composants correspondants), ainsi qu'une importance de plus en plus grande des logiciels, c'est-à-dire de l'exploitation des possibilités de ces systèmes.

1 PRINCIPE D'UN PHASEMÈTRE

Le phasemètre est un appareil très courant dans nos laboratoires d'électronique (*fig.* 4.10). Il mesure les déphasages entre signaux sinusoïdaux (de même fréquence).

L'appareil génère lui-même deux signaux carrés Q et Q' synchrones des signaux à étudier, puis un opérateur logique ET réalise la fonction $Q \cdot \overline{Q'}$, le signal de sortie, de hauteur constante, a une largeur égale à la durée qui sépare les passages par zéro (dans le même sens) des deux fonctions sinusoïdales. La valeur moyenne du signal de sortie est donc proportionnelle au déphasage.



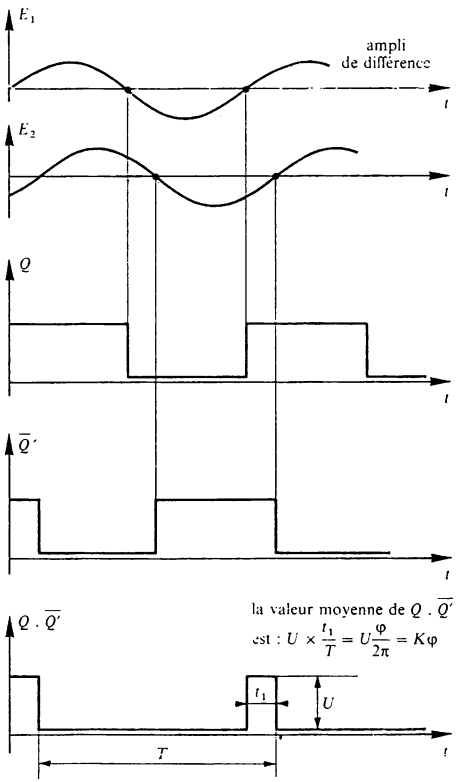


Fig. 19.1. **Principe d'un phasemètre.** Les fonctions mises en jeu sont simples : comparateur, ET, intégrateur, bascule RS.

Pour connaître le signe on fait appel à la différence $A - \overline{A}$ dont le signe de la valeur moyenne est liée à celui du déphasage : A et $\overline{A}$ sont les deux sorties d'une bascule RS commandée par Q et $\overline{Q}'$ (*fig.* 19.2).

2 AFFICHEUR NUMÉRIQUE DE TABLEAU

C'est un système dit « universel » dans la mesure où il comporte une logique complète de commande et un dispositif d'affichage. Un minimum de composants externes le rend apte à n'importe quelle mesure. Dans son principe, il mesure la longueur d'un intervalle de temps et l'affiche.

Trois entrées nous intéressent particulièrement :

- H : reçoit les impulsions à compter,
- $\overline{RAZ}$ signale à l'extérieur qu'une mesure est possible,
- K déclenche le comptage pendant son niveau bas.

Considérons l'emploi de ce système en *périodemètre*. La tension sinusoïdale à étudier attaque un comparateur, puis un dérivateur-écrêteur. Les passages par 0 de la sinusoïde se manifestent par l'apparition d'impulsions

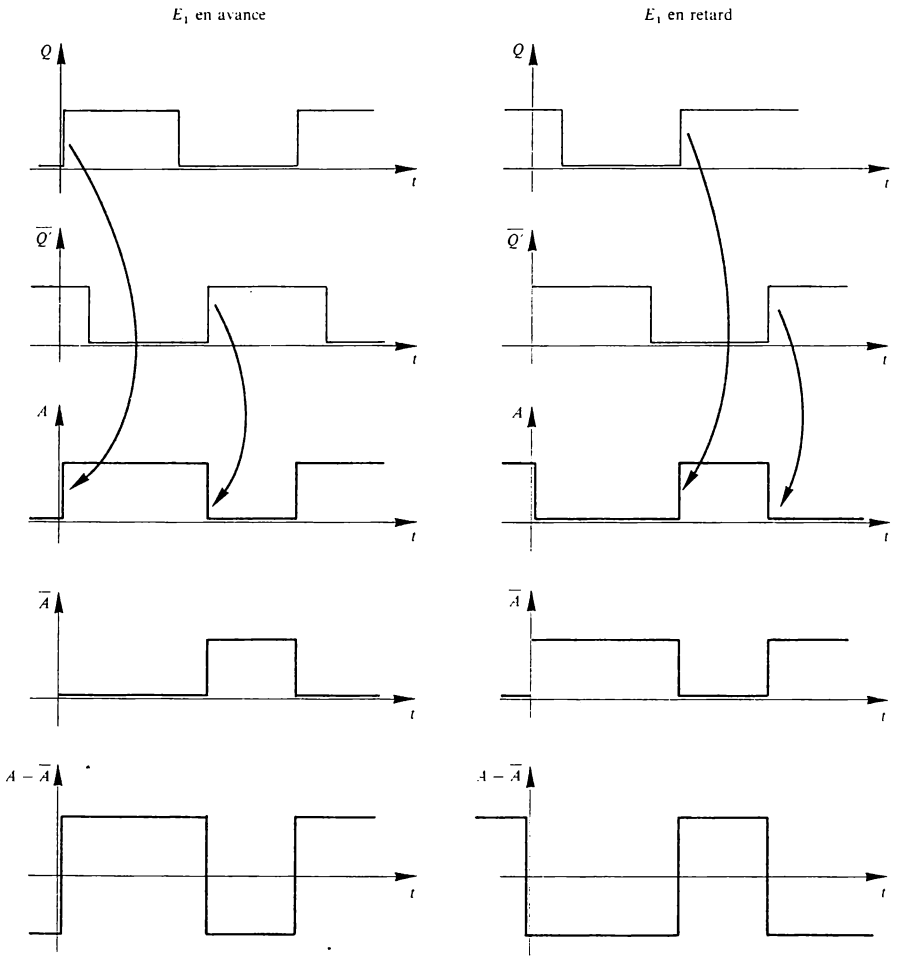


Fig. 19.2. **Phasemètre. La bascule RS.** Elle sert à générer les signaux A et $\overline{A}$ nécessaires pour l'élaboration de l'indicateur de signe de la phase.

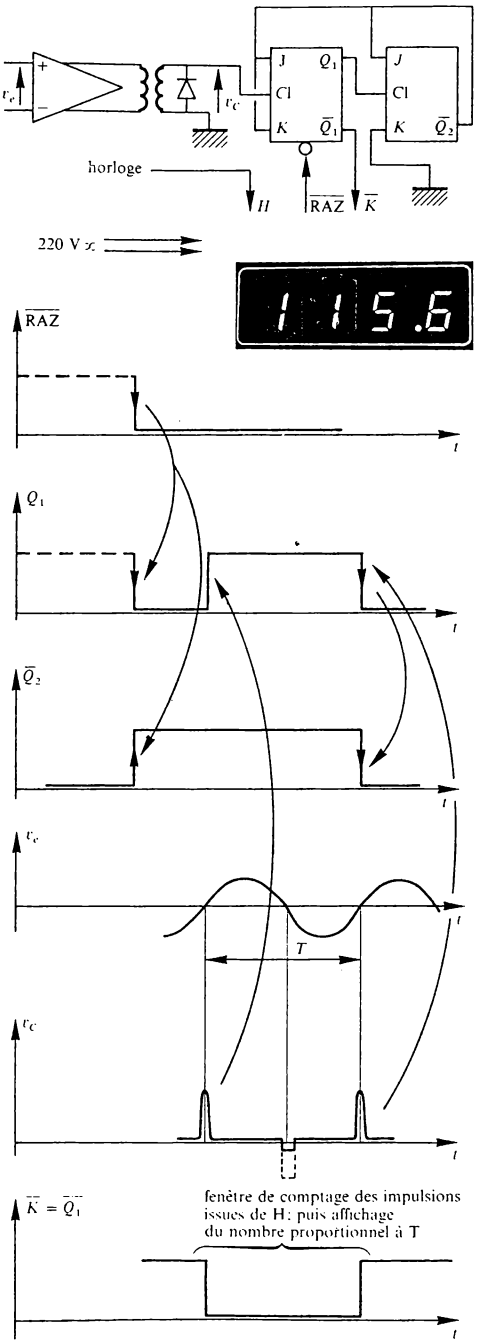


Fig. 19.3. **L'indicateur numérique de tableau** (en anglais Digital Panel Meter : DPM). Il sert à convertir la mesure d'une grandeur en mesure de temps.

positives. Celles-ci commandent l'entrée d'horloge Cl d'une *JK*. Le rôle des deux bascules est de générer une seule fois $\overline{K} = 0$ entre ces deux impulsions (successives naturellement) dès que $\overline{RAZ}$ est apparu.

On vérifie, sur les chronogrammes, le fonctionnement du système.

3 ÉTUDES DES CARACTÉRISTIQUES D'UN MICRO-ORDINATEUR

Commentons la fiche technique de cet ensemble maintenant largement répandu :

Microprocesseur : 6502A

Clavier standard de 57 touches mécaniques. Jeux de caractères reconfigurables.

Mémoire vive (64 Ko (dont 48 Ko utilisateur).

*La **capacité mémoire** (RAM) s'exprime en Ko (kilooctets); sachant que 1 Ko = 2^{10} octets = 1 024 octets, on calcule aisément le nombre de lignes d'adresses du microprocesseur.*

Mémoire morte : 16 Ko, Basic Microsoft étendu et graphique.

Entrées-sorties :

Magnétophone 300-2 400 bands

Sachant que 1 band = 1 bit/s, on peut calculer la durée nécessaire pour vider la RAM.

Télécommande pour magnétophone, sortie sonore, sortie imprimante centronics, sortie Peritel, sortie Pal.

Affichage :
28 lignes de 40 caractères. Caractères ASCII.

Le code ASCII d'un caractère s'exprime par 8 bits. On en déduit la capacité de la mémoire texte (en Ko).

Majuscules et minuscules, 80 caractères programmables.

Son :
Haut-parleur et amplificateur intégrés.

Circuit spécialisé 8912, 3 voies + 1 voie de bruit blanc mixables.

Possibilité de faire varier tous les paramètres, y compris l'enveloppe.

Couleurs :
8 couleurs de fond × 8 couleurs de caractères inversion vidéo et clignotement

Résolution :
200 × 240 points et 3 lignes de 40 caractères.

Cette indication fournit la capacité de la mémoire graphique (en Ko).

L'écran reçoit 25 images par seconde. En supposant celles-ci monochromes, on en déduit la bande passante de l'étage vidéo.

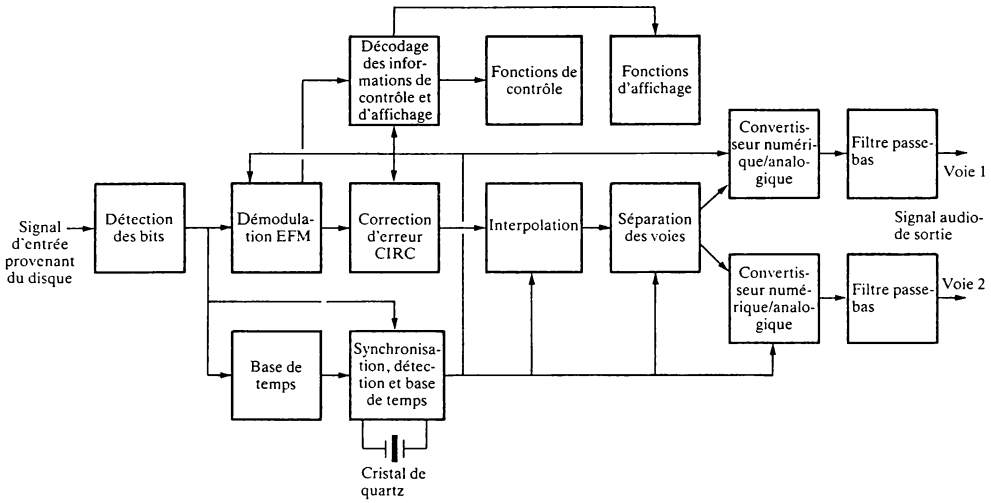


Fig. 19.4. **Disque numérique.** Il est basé sur le principe du codage numérique.

4 DISQUE NUMÉRIQUE

Devant les progrès de la technologie, le disque sous sa forme classique (33 tours, 45 tours), s'est révélé être un support de qualité insuffisante : la dynamique, en particulier, qu'il restitue est assez faible, soit 50 dB, alors qu'un orchestre atteint fréquemment 100 dB dans les fortissimo. D'autre part, la fragilité et la brève durée de vie d'un disque pressé (environ 30 passages) sont un handicap certain.

La société Philips a développé ses recherches en vue d'associer la facilité d'emploi du disque aux techniques modernes numériques. Le principe du disque numérique est le résultat de ces recherches. L'information est échantillonnée à 44,1 kHz, en vue de la reproduction de signaux sonores dont les fréquences atteignent 20 kHz. Pour chaque échantillon, il y a 32 informations binaires (16 pour chaque voie) stockées sur les sillons sous la forme de trous et de bosses. La dynamique admissible est de 2^{16}, soit 96 dB. Le flux d'informations se produit au rythme de $32 \times 44{,}1 \times 10^3 = 1{,}41 \times 10^6$ bits/seconde.

Il faut ajouter au signal lui-même un certain nombre de grandeurs numériques :

- celles destinées à assurer la régulation de la vitesse du moteur d'entraînement,
- celles destinées à corriger d'éventuelles erreurs de lecture,
- celles destinées à fournir des messages à l'auditeur : nom du morceau joué, numéro de la plage lue, ...

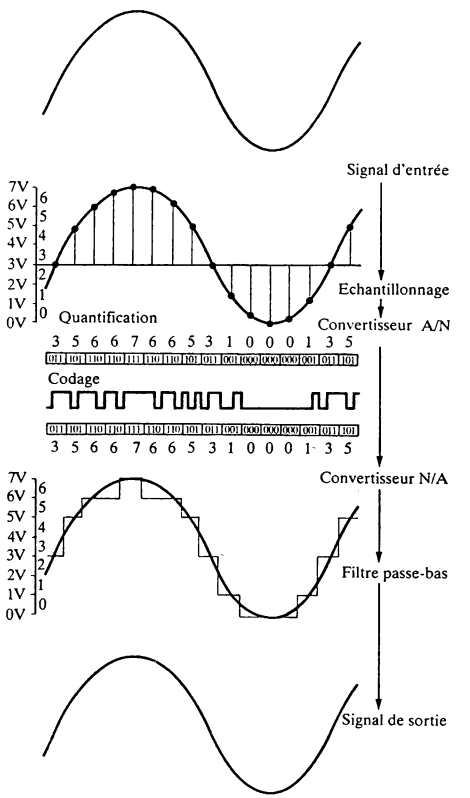


Fig. 19.5. **Système de décodage d'un lecteur de disques numériques.**

La réflexion d'un faisceau laser sur les sillons du disque reconstitue les différents échantillons. Quand on examine le spectre de Fourier du signal, on s'aperçoit que les premiers harmoniques d'échantillonnage débutent à 44,1 − 20 = 24,1 kHz, ce qui est gênant pour l'amplificateur de puissance, car un filtre *classique* serait difficile à réaliser dans ces conditions (bande passante : 0 − 20 kHz, atténuation de 50 dB à 24,1 kHz, constance de la durée de propagation pour ne pas déformer les transitoires). Ces difficultés sont résolues par l'emploi d'un circuit à double fonction : ① augmentation de la fréquence d'échantillonnage (× 4), ② filtrage numérique des harmoniques indésirables. Ce dernier circuit est une sorte de registre à décalage de 96 places (chacune de 16 bits par voie) commandé à la fréquence de 176,4 kHz. A chaque instant une place sur quatre contient une donnée digitale issue du capteur. Cette donnée parvient à la fréquence de 44,1 kHz. Les autres contiennent des zéros.

Une somme pondérée des cases du registre effectuée toutes les 5,76 µs$\left(=\frac{1}{176{,}4\times10^{3}}\right)$ fournit une valeur *moyenne* des informations d'entrée sur vingt quatre échantillons successifs. Il y a bien multiplication par quatre de la fréquence d'échantillonnage initiale et, simultanément, filtrage numérique :

les signaux à 44,1, 88,2 et 132,3 kHz sont ainsi éliminés car la valeur moyenne d'une fonction sinusoïdale sur un nombre entier de périodes est nulle.

Le signal obtenu commande un convertisseur numérique-analogique, puis enfin un filtre de Bessel d'ordre 3, destiné à éliminer les harmoniques produits par la nouvelle fréquence d'échantillonnage.

DOCUMENTAIRE

La synthèse de la parole

Comment formons-nous les sons? On pourrait dire très simplement qu'ils sont créés par une source acoustique (cordes vocales et expulsion d'air par les poumons) et filtrés par la résonance des cavités buccales ou nasales.

Une décomposition en série de Fourier met en évidence cette genèse : il y a un spectre discontinu, contenant un fondamental et ses harmoniques, leur amplitude étant modulée par ces résonances : on distingue un certain nombre de maximums (trois en général) dans le spectre, appelés formants; cette observation est fondamentale pour le processus inverse de la reconstitution des sons).

Dans les synthétiseurs à canaux, deux générateurs, l'un d'impulsions, l'autre de bruits, commutés suivant le son à reproduire, sont mis en forme par une série de filtres passe-bande.

Dans les synthétiseurs à formants, ces filtres sont remplacés par des simulateurs du canal vocal et du canal nasal.

Déjà, est apparue la synthèse par codage prédictif, sous forme de traductrices ou d'appareils destinés à l'apprentissage de la lecture.

Pour cela, une source d'impulsions est suivie d'un filtre numérique, tous deux programmables. Ce système est capable de générer trente-trois phonèmes, ou sons élémentaires, mais le rendu de la voix est alors hâché, l'appareil anonne à la manière d'un enfant. Il est préférable de réaliser des diphonèmes ou association de deux phonèmes. Il y en a théoriquement 33 × 33 = 1 089, mais par suite de ressemblances, on peut n'en considérer que 400. Ils s'assemblent par la suite comme des dominos. Le son rendu est alors plus proche de son modèle naturel.

ENTRAINEMENT ET RECHERCHE

PROBLÈME DE RÉVISION

Les établissements RACIA réalisent un appareil, d'aspect voisin de celui d'un oscillographe, pour l'étude des potentiels évoqués (voir documentaire chapitre 2). Étudions le générateur de *clics* sonores de cet appareil : ces clics ont l'allure de la figure 2. On peut les considérer comme le résultat du produit d'une fonction sinusoïdale comprenant cinq périodes complètes et d'une fonction « hexagonale ».

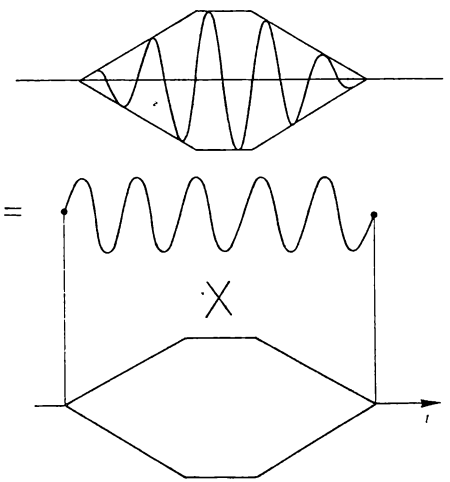


Fig. 19.6. **Chronogramme du « clic filtré ».**

La fonction sinusoïdale s'obtient à partir d'une mémoire morte contenant les valeurs de $\sin \frac{\pi}{2} \times \frac{X}{31}$, X étant un nombre compris entre 0 et 31. La mémoire possède 8 sorties et génère 0000 0000 (soit 0) pour $X = 0$ et 1111 1111 (soit FF en héxadécimal, ou 255 en décimal) pour $X = 31$ (décimal). Elle est de ce fait capable de construire un quart de sinusoïde.

Les huit sorties attaquent un convertisseur digital analogique CNA 1 du type multiplieur, débitant un courant d'intensité I_S proportionnelle au produit d'un courant de référence I_0 et du nombre d'entrée N. La période de cette fonction sinusoïdale doit être de 8 kHz.

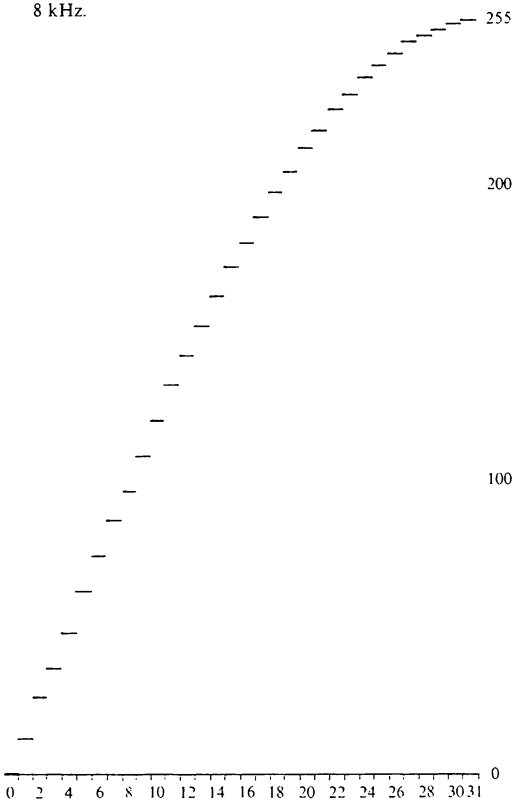


Fig. 19.7. La mémoire morte contient un quart de sinusoïde.

Adresse	MSB Contenu LSB	Equiv. décim.	Adresse	MSB Contenu LSB	Equiv. décim.	Adresse	MSB Contenu LSB	Equiv. décim.
0	0 0 0 0 0 0 0 0	0	12	1 0 0 0 1 1 1 0	142	22	1 1 1 0 0 0 0 1	225
1	0 0 0 0 1 1 0 0	12	13	1 0 0 1 1 0 0 0	152	23	1 1 1 0 0 1 1 1	231
2	0 0 0 1 1 0 0 1	25	14	1 0 1 0 0 0 1 0	162	24	1 1 1 0 1 1 0 0	236
3	0 0 1 0 0 1 0 1	37	15	1 0 1 0 1 0 1 1	171	25	1 1 1 1 0 0 0 1	241
4	0 0 1 1 0 0 0 1	49	16	1 0 1 1 0 1 0 1	181	26	1 1 1 1 0 1 0 0	244
5	0 0 1 1 1 1 1 0	62	17	1 0 1 1 1 1 0 1	189	27	1 1 1 1 1 0 0 0	248
6	0 1 0 0 1 0 1 0	74	18	1 1 0 0 0 0 1 0 1	197	28	1 1 1 1 1 0 1 1	251
7	0 1 0 1 0 1 1 0	86	19	1 1 0 0 1 1 0 1	205	29	1 1 1 1 1 1 0 1	253
8	0 1 1 0 0 0 0 1	97	20	1 1 0 1 0 1 0 0	212	30	1 1 1 1 1 1 1 0	254
9	0 1 1 0 1 1 0 1	109	21	1 1 0 1 1 0 1 1	219	31	1 1 1 1 1 1 1 1	255
10	0 1 1 1 1 0 0 0	120						
11	1 0 0 0 0 0 1 1	131						

Simultanément, un second compteur 8 bits génère par l'intermédiaire d'un autre convertisseur DAC 2 l'enveloppe hexagonale du signal. Celle-ci attaque l'entrée I_0 du précédent.

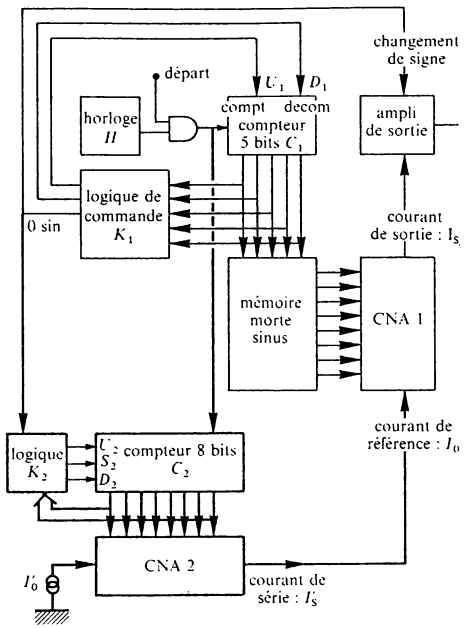


Fig. 19.8. Schéma de principe de l'appareil réalisant le « clic filtré ».

1° Étude de la partie logique

a) Fonction sinusoïde

• C'est un compteur binaire 5 bits C_1 qui attaque les entrées d'adresse de la ROM SINUS. Une période de sinusoïde a pour durée 0,125 ms. Quelle doit être la fréquence de l'horloge H, sachant que, pendant le comptage ($U_1 = 1$) de 0 à 31, un quart de sinusoïde est généré?

• Les signaux U_1 et D_1 commandent le comptage ($U_1 = 1, D_1 = 0$) et le décomptage ($U_1 = 0, D_1 = 1$) des impulsions issues de H. Que doivent être U_1 et D_1 au départ?

• Quel est le chronogramme représentant la sinusoïde et les valeurs successives de U_1 et D_1?

• Comment pourrait-on assurer la RAZ des compteurs au départ?

• La ROM SINUS génère 109 (décimal) pour le nombre d'entrée 9 (décimal). Cette valeur est-elle correcte?

b) Fonction enveloppe

• Un second compteur 8 bits est attaqué par la même horloge. Il génère dans un premier temps la rampe *montante*.

Au bout de combien d'impulsions n_1 de H celle-ci est-elle terminée? Quel état détecte-t-on? Que valent alors U_2 et D_2?

• Il faut alors figer le compteur (entrée S_2) pour générer le palier de l'enveloppe.

Combien d'impulsions d'horloge n_2 dure cet état? Peut-on utiliser la sortie 0SIN (= 1 lors d'un passage à 0 de la sinusoïde) pour avoir cet état?

• Former la table de vérité de la logique de commande K_2. Celle-ci reçoit 0SIN et les huit sorties du compteur (sont-elles toutes nécessaires?).

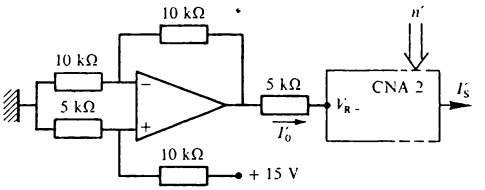
Elle commande le comptage (U_2), le décomptage (D_2) ou l'arrêt (S_2) de C_2. Faire les chronogrammes correspondants.

• La sortie 0SIN commande le signe de l'amplificateur de sortie. A chaque passage de 0SIN à 1, celui-ci doit changer. Réaliser le circuit correspondant.

2° Partie analogique

a) CNA 2 : fonction enveloppe

• En supposant $V_{R+} = 0$ V, que vaut I'_0?



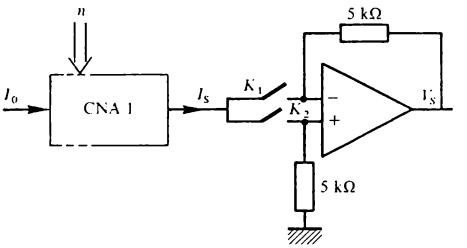


Fig. 19.9. Partie analogique de l'appareil.

• Que vaut l'intensité I'_S de son courant de sortie pour $n = 248$ (décimal)?

• Quelle doit être la stabilité du + 15 V qui alimente l'amplificateur opérationnel (on voit une précision de $\frac{1}{2}$ LSB en sortie du convertisseur)?

b) CNA 1 : fonction sinusoïde

• Que vaut l'intensité I_S de son courant de sortie pour un mot d'entrée égal à 255, sachant que $I_0 = 2$ mA?

• Que vaut alors V_S si K_1 est fermé, K_2 ouvert?

• Que vaut V_S si K_2 est fermé, K_1 ouvert?

• Comment K_1 et K_2 sont-ils réalisés?

CHAPITRE 20

LES MOTEURS ÉLECTRIQUES

1 LES CONVERTISSEURS ROTATIFS

Un moteur électrique convertit de l'énergie électrique en énergie mécanique. Une génératrice électrique effectue la conversion inverse.

On appelle machine réversible une machine qui présente ces deux types de fonctionnement.

– *La machine à courant continu est réversible;* elle peut être moteur ou génératrice; son couple électromagnétique est respectivement moteur ou résistant.

– *La machine synchrone est réversible* quand elle est « accrochée » à un réseau alternatif; le changement de signe de la puissance active s'obtient en imposant, ou en demandant un couple sur l'arbre; la puissance réactive est réglable par le courant d'excitation.

On fonctionne soit en alternateur, soit en moteur synchrone.

– *La machine asynchrone* est réversible en puissance active, mais pas en puissance réactive.

Pour changer la nature de l'énergie électrique, il faut associer deux machines tournantes.

Prenons deux exemples :

• Un moteur asynchrone entraîne une génératrice à courant continu. La f.é.m. de celle-ci est réglable par son courant d'excitation. On convertit ainsi de l'énergie provenant d'une source alternative (le réseau) en une énergie fournit par une source de courant continu, dont on peut régler la tension de sortie.

• Un moteur à courant continu entraîne un alternateur débitant dans trois impédances identiques. La vitesse du groupe est réglable par l'excitation du moteur. On obtient un générateur alternatif triphasé V/f constant!

Les montages d'électronique de puissance, qui sont des convertisseurs statiques (dans le chapitre suivant), sont supérieurs à ces associations de machines en ce qui concerne l'encombrement, l'entretien, et surtout le rendement global. Ils utilisent des composants à semi-conducteur dont la fiabilité est en progrès constant.

Les constructeurs d'installations complexes garantissent un M.T.B.F. (*mean time between failure* = intervalle moyen entre deux pannes).

Nous allons maintenant exposer le fonctionnement et les propriétés de deux machines très répandues : le moteur à courant continu, et le moteur asynchrone.

2 MOTEUR À COURANT CONTINU À EXCITATION SÉPARÉE

2.1 Constitution. Principe

Les moteurs électriques comportent obligatoirement un circuit magnétique : le *rotor* transmet une puissance mécanique, le *stator* assure la fermeture des lignes d'induction canalisées par l'*armature* d'induit et la *culasse* du stator, et qui empruntent l'entrefer.

L'induction magnétique est créée par un ensemble de *bobinages inducteurs* judicieusement associés pour réaliser la *polarité* de la machine, par succession de pôles Nord et Sud.

On note $2p$ le nombre de pôles inducteurs. Par raison de symétrie chaque pôle possède un *axe* magnétique et géométrique. L'écart angulaire entre les axes de deux pôles voisins vaut $\frac{2\pi}{2p}$: c'est le *pas polaire* (*fig.* 20.1).

A mi-distance angulaire des axes des pôles se trouvent les *lignes neutres*, suivant lesquelles l'induction magnétique dans l'entrefer est nulle.

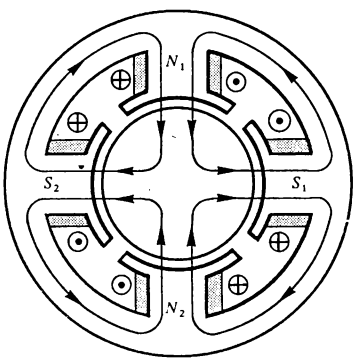


Fig. 20.1 Inducteur tétrapolaire à pôles saillants.
Bien remarquer le sens de parcours des enroulements inducteurs.
En grisé : le rotor.

• **L'inducteur**

Par raison de symétrie, chaque enroulement contient le même nombre de spires et est parcouru par le même courant d'excitation; les enroulements inducteurs sont placés électriquement en série.

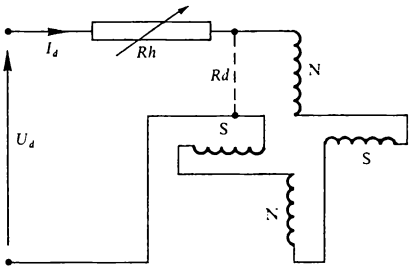


Fig. 20.2. Les enroulements inducteurs y sont placés en série. L'intensité est réglée par action sur le rhéostat de champ.

Dans la machine à excitation indépendante, on dispose déjà d'une source continue de faible puissance qui alimente le système inducteur, lequel est placé en série avec une résistance de réglage appelée *rhéostat de champ* (*fig.* 20.2).

Remarque

Pour les petites machines l'inducteur est à aimant permanent.

C'est le cas des dynamos tachymétriques qui servent de capteur de vitesse dans certains asservissements.

• **Le collecteur**

Il est formé de lames de cuivre isolées entre elles, reliées au bobinage du rotor. Sur ces lames frottent les balais qui amènent le courant au rotor. Le collecteur réalise un changement automatique du sens du courant dans chaque brin du rotor quand il quitte un pôle pour venir près d'un pôle de nom contraire. Ainsi quel que soit le nom du pôle, la force de Laplace exercée sur ce brin tend à faire tourner le rotor toujours dans le même sens.

• **L'induit**

Il comporte un bobinage fermé sur lui-même. Par le nombre, le positionnement et la largeur des balais il est séparé en un nombre pair $2a$ de voies d'enroulement, qui sont autant de générateurs identiques en parallèle.

La disposition la plus simple correspond à $2p = 2$ pôles inducteurs et $2a = 2$ voies par l'induit.

On adopte $p > 1$ pour les machines à forte tension nominale (à vitesse d'entraînement donnée).

On adopte $a > 1$ par les machines à forte intensité nominale, chaque brin actif est parcouru par $I_n/2a$.

• **Force électromotrice**

Appelons

Φ le flux utile par pôle inducteur,

n la vitesse du rotor (en tr/s), soit Ω (rd/s),

N_c le nombre total de brins actifs.

On démontre que la force électromotrice développée par la machine vaut

$$E = \frac{p}{a} N_c n \Phi.$$

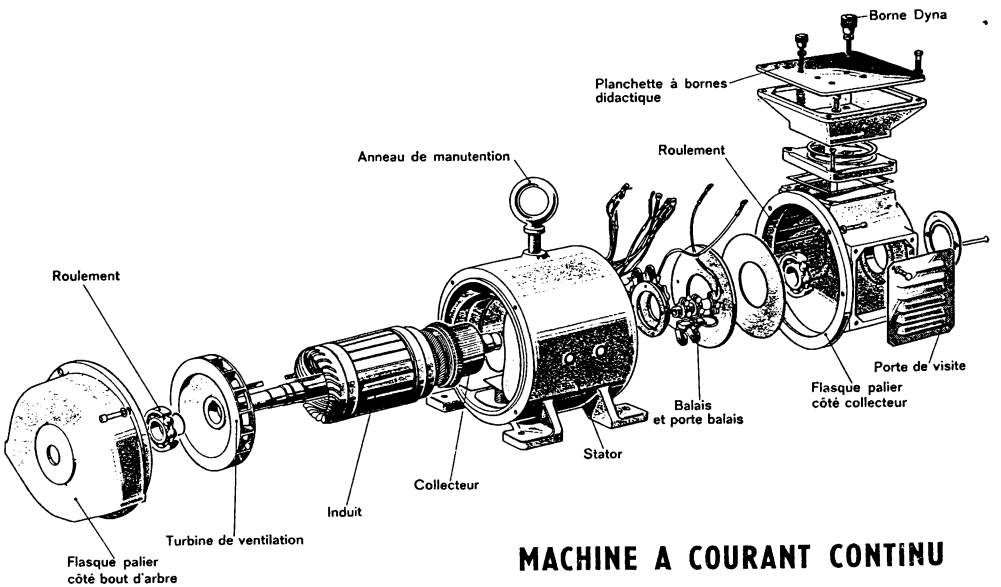
Remarques

1. Ce résultat provient de l'application de la loi de Lenz, ou encore de la relation $e = B \cdot l \cdot v$ (cours de Première).

2. Si l'on néglige le phénomène de réaction magnétique d'induit (modification du champ dans l'entrefer quand la machine est parcourue par un courant d'induit) E est aussi bien la f.é.m. à vide qu'en charge.

3. En regroupant les données de construction p, a, N_c, il vient

$$E = k n \Phi.$$



MACHINE A COURANT CONTINU

La f.é.m. à vide d'une machine à courant continu est fonction,

- ***de la vitesse du rotor, et lui est proportionnelle***
- ***du courant d'excitation (de façon monotone croissante en général et proportionnellement quand le circuit magnétique est non saturé).***

2.2 Équations fondamentales

Si l'on choisit une valeur du courant d'excitation, nous avons un moteur **à flux constant,** d'où une simplification de la formule de la f.é.m.

La transformation de la puissance électromagnétique en puissance mécanique sur l'arbre s'écrit :

$$E_{ch} I_a = T_{em}\Omega,$$

où T_{em} est le couple électromagnétique (ensemble des moments des forces de Laplace agissant sur les brins de l'induit).

Le couple utile T_u s'obtient en lui retranchant le couple de pertes T_p.

$E_v = E_{ch} = U - RI_a$: ***convention récepteur.***

$$E_v = k\Omega\Phi = K\Omega \Rightarrow \Omega = \Omega_0\left(1 - \frac{RI_a}{U}\right).$$

$$T_{em} = kI_a\Phi = KI_a \Rightarrow T_{em} = \frac{K(U - K\Omega)}{R},$$

$$T_u = T_{em} - T_p.$$

Les coefficients k et K coïncident dans les expressions de E_v et T_{em} uniquement si la vitesse Ω est donnée en radians par seconde.

2.3 Courbes caractéristiques (*fig.* 20.3)

Les relations précédentes admettent des graphes linéaires.

La courbe $N = f(I)$ est la caractéristique de vitesse;

la courbe $T_u = f(I)$ est la caractéristique électromécanique;

la courbe $T_u = f(N)$ est la caractéristique mécanique.

Pour rechercher le fonctionnement, en régime permanent, d'un groupe moteur-récepteur mécanique il faut raisonner dans le plan (T, N).

On y trace les caractéristiques de couple moteur de la machine, et de couple résistant de la charge entraînée. Le point d'intersection de ces deux courbes fournit le couple développé sur l'arbre, et la vitesse d'ensemble.

2.4 Réversibilité de la machine à courant continu

Comparons les fonctionnements en génératrice et en moteur, en montrant que les trois variables ci-dessous sont liées pour un mode donné :

- sens du courant inducteur, donc de l'induction dans l'entrefer,
- sens du courant induit,
- sens de rotation du rotor.

• *Marche en génératrice :* la machine d'entraînement impose par son couple moteur le sens de rotation; le couple électromagnétique est résistant, il s'oppose à la rotation et équilibre le couple moteur quand la vitesse d'entraînement est constante :

$$T_m - T_r = T - T_e = J\frac{d\theta}{dt} = 0.$$

Le sens du courant induit, dans les brins actifs, obéit à la convention générateur : il est dirigé vers les potentiels croissants, c'est-à-dire dans le sens du résultat du produit vectoriel $\vec{v} \wedge \vec{B}$. On vérifie que le sens de la force de Laplace $\vec{Il} \wedge \vec{B}$ est le sens contraire de $\vec{v}$ (*fig.* 20.4).

• *Marche en moteur :* l'enroulement d'induit est sous tension imposée. Le sens du courant obéit à la convention récepteur, et suit les potentiels décroissants à l'intérieur du bobinage.

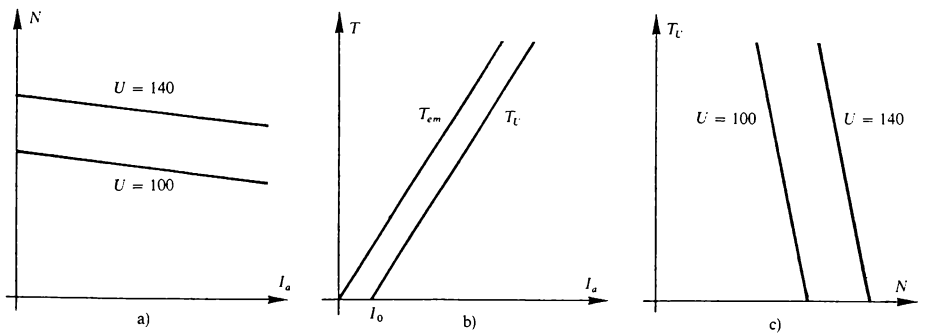


Fig. 20.3. Réseaux de caractéristiques d'un moteur à excitation séparée.

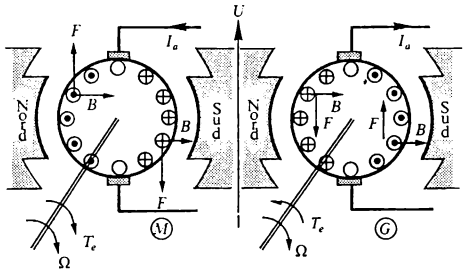


Fig. 20.4. **Le couple électromagnétique.**
C'est le moment résultant des forces de Laplace agissant sur l'induit. Il impose le sens de rotation pour un moteur.
Il s'y oppose pour une génératrice.

Comme ce sont les forces de Laplace qui maintenant provoquent le mouvement, le couple électromagnétique est devenu le couple moteur; c'est la machine entraînée (récepteur mécanique) qui oppose un couple résistant.

• *Comparaison :* $\vec{v}$ est changé de sens quand le produit $\vec{I}l \wedge \vec{B}$ est conservé. Plus généralement, c'est le *règle des trois variables* qui s'applique.

Quand on passe du fonctionnement moteur au fonctionnement générateur, il y a un nombre impair de changements parmi les trois grandeurs : vitesse, sens du courant d'excitation, sens du courant d'induit.

Remarque :
La conservation du signe de la tension d'induit (mêmes balais + et −) revient au changement du sens du courant d'induit.

2.5 Bilan des puissances

Il est donné par le schéma synoptique de la figure 20.5.

Quand on passe du fonctionnement moteur au fonctionnement générateur, la puissance principale change de nature physique (électrique, électromagnétique, mécanique) et de sens de circulation. Les pertes sont une dégradation de la puissance, finalement sous forme calorifique par échauffement du circuit magnétique, des conducteurs, des paliers...

Les pertes sont communes aux deux fonctionnements.

Remarque :
L'existence d'un champ magnétique étant nécessaire, l'alimentation du système inducteur est à la fois un apport de puissance indispensable, et appartient à une autre catégorie de pertes, celles par effet Joule. Les pertes p_{ex} dans l'inducteur occupent une place particulière dans les formules du rendement.

2.6 Utilisation. Fonctionnement industriel

Comment inverser le sens de rotation?

On inverse le sens de rotation en changeant le sens du courant dans l'inducteur ou dans l'induit.

Comment régler la vitesse (fig. 20.6)?

On règle la vitesse en modifiant la tension aux bornes de l'induit (préférentiellement de 0 à N_n pour conserver le couple nominal), ou en agissant sur le courant inducteur (de N_n à $1{,}5N_n$, à cause des pertes et de la fiabilité du collecteur).

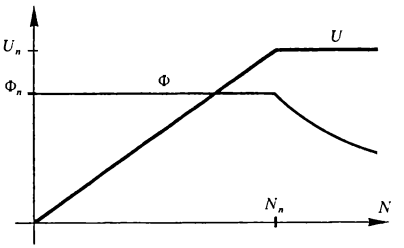


Fig. 20.6. **Plages de réglage** par action sur l'induit et l'inducteur.

Comment démarrer le moteur?

On démarre le moteur des montages d'électronique de puissance, il suffit d'élever la tension moyenne aux bornes de l'induit (le circuit inducteur étant au *préalable* parcouru à intensité nominale) :

• utilisation d'un auto-transformateur associé à un montage redresseur à diodes,

• réglage de l'angle de retard à l'amorçage si l'alimentation s'effectue par redressement commandé à thyristors,

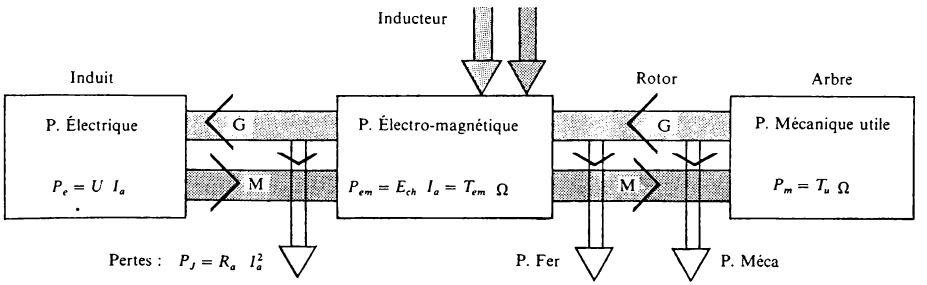


Fig. 20.5. **Bilan des puissances** pour une machine à courant continu.
La réversibilité se traduit par un changement possible de l'évolution de la puissance principale.

• variation du rapport cyclique dans le cas de l'utilisation d'un hacheur.

Classiquement on utilise un rhéostat à plots.

Comment arrêter le moteur?

On arrête le moteur en agissant sur le contacteur général, ou bien en coupant le circuit d'induit *avant* celui de l'inducteur.

Quelles sont les protections du moteur?

Sur le circuit d'induit on place des fusibles « accompagnement moteur » à réponse lente, qui se laissent traverser par la pointe de courant au démarrage.

Il faut détecter une baisse (ou une annulation!) de courant inducteur par un disjoncteur à minimum d'intensité qui fera couper l'alimentation de l'induit. En effet, une suppression du flux se traduit par un emballement du moteur dont les conséquences sont dangereuses (explosion du collecteur...).

Où rencontre-t-on ce type de moteur?

On rencontre ce type de moteur :

• dans l'industrie pour certaines machines-outils qui doivent tourner à vitesse sensiblement constante et réglable (laminoirs),

> Le **moteur shunt,** dont l'inducteur est en parallèle avec l'induit, se comporte comme un moteur à excitation indépendante.
>
> Le **moteur série,** au contraire, est un moteur à flux variable. Sa caractéristique mécanique nettement décroissante en justifie l'usage essentiellement en traction (locomotive, métro, tramway).

• pour des moteurs de servo-mécanismes, où l'inducteur est souvent à aimant permanent.

Le sens de rotation peut dépendre du niveau de sortie d'un circuit T.T.L., ou d'un comparateur.

Un *codeur incrémentiel* s'utilise pour mesurer un nombre de tours.

Asservissement de vitesse.

Seul le cas d'une action sur l'induit — le moteur ayant une intensité d'excitation constante — est envisagé. La figure 20.7 montre le schéma synoptique du système bouclé.

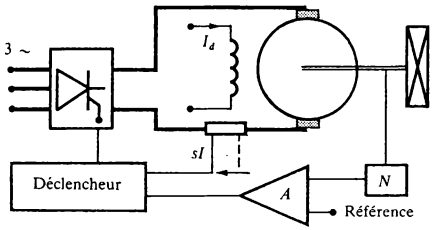


Fig. 20.7. **Principe d'un asservissement de vitesse.**

La vitesse est imposée en première approximation à la valeur moyenne de la tension d'induit, mais elle tend à subir des variations à cause de la chute ohmique elle-même variable quand le couple demandé varie.

Le montage fonctionne de la façon suivante : la vitesse est détectée par une génératrice tachymétrique, ou bien un capteur photoélectrique; l'information « vitesse » est traduite en grandeur électrique, ramenée à un niveau convenable de tension, éventuellement filtrée.

Cette tension agit sur l'un des étages de la commande du convertisseur à thyristors de façon à ce qu'il y ait régulation, ou « contre-réaction ».

En réponse à une baisse de vitesse, on doit provoquer une augmentation de tension qui vient contrarier la baisse initiale...

> Cet asservissement est à compléter par une « boucle de courant ». En cas de dépassement d'un seuil, légèrement supérieur à la valeur nominale de l'intensité d'induit, le déclencheur provoque une baisse de tension moyenne de sorte que l'intensité d'induit retrouve une valeur non dangereuse.
>
> Cette limitation de courant est un service lors de la phase de démarrage, ou en surcharge de couple; dans ce dernier cas le maintien d'un couple élevé en même temps que la vitesse prévue serait incompatible avec la puissance de la machine.

3 MOTEUR ASYNCHRONE TRIPHASÉ

3.1 Constitution - Principe

Ce moteur comporte un stator bobiné soumis à des tensions alternatives; les enroulements statoriques (formant un bobinage à $2p$ pôles) sont régulièrement décalés $\left(\text{leurs axes sont placés tous les } \frac{2\pi}{3p} \text{ radians}\right)$ et sont parcourus par des courants triphasés équilibrés.

En vertu du théorème de **Ferraris** il existe alors dans l'entrefer, un champ magnétique tournant imposé à la fois en vitesse et en amplitude par le réseau.

La vitesse de synchronisme est donnée (en rd/s) par $\Omega s = \frac{\omega}{p} = \frac{2\pi f}{p}$: elle ne dépend que de la fréquence.

Le flux maximal dans une spire est donné par la formule de **Boucherot** (voir transformateur); il est imposé par la valeur efficace V des tensions d'enroulement

$$V = 2{,}22 K n f \Phi_M,$$

avec $K \approx 1$: coefficient de bobinage
et n : nombre de spires d'un enroulement.

On dit qu'il s'agit d'une machine à flux forcé.

Le rotor comporte un ensemble de bobinages de même polarité (rotor bobiné, le plus souvent triphasé) ou bien un ensemble de conducteurs en court-circuit sur eux-mêmes [rotor à cage (*fig.* 20.8)].

Lorsque le rotor est en mouvement relatif par rapport au champ tournant, il apparaît dans les conducteurs rotoriques des forces électromotrices induites et par conséquent des courants induits puisque ces bobinages sont fermés.

L'action du champ tournant sur les courants rotoriques détermine un couple moteur. La loi de **Lenz** explique que le rotor se mette à tourner dans le sens du champ appliqué, sans toutefois parvenir à égaler exactement la vitesse de synchronisme.

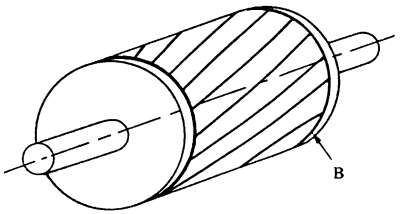


Fig. 20.8. **Rotor en court-circuit;** B : bagues en cuivre ou en aluminium.

Un paramètre très important pour l'étude du fonctionnement est le glissement :

par définition, *le glissement* est **l'écart relatif** de la vitesse de rotation par rapport à la vitesse dite de synchronisme du champ tournant.

Notons Ω, la vitesse angulaire de rotation en radians par seconde.

Le glissement g est donné par la relation

$$g = \frac{\Omega_s - \Omega}{\Omega_s} = \frac{n_s - n}{n_s},$$

n et n_s représentent les mêmes vitesses, avec une autre unité.

Examinons les différents cas possibles :

- $g = 0$ pour $n = n_s$, il n'y a pas de couple;
- $g < 0$ pour $n > n_s$, la machine fonctionne en génératrice asynchrone;
- $g > 0$ pour $n < n_s$ la machine fonctionne en moteur;
- $g = 1$ pour $n = 0$, le moteur est à l'arrêt, ou à l'instant du début du démarrage;
- $g > 1$ pour $n < 0$, la vitesse de rotation est inverse de celle du champ tournant; le moteur fonctionne en freinage.

La machine est appelée asynchrone, car, dans la pratique elle ne tourne jamais à la vitesse de synchronisme du champ tournant.

3.2 Bilan des puissances

D'un point de vue formel le moteur asynchrone se comporte comme un transformateur changeur de fréquence; en effet les grandeurs électriques sont à la fréquence f au stator, et à la fréquence gf au rotor. Le schéma équivalent du moteur comporte donc (*fig.* 20.9) une partie « transformateur parfait »,

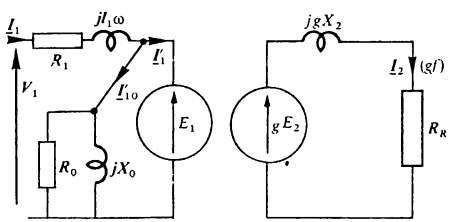


Fig. 20.9. **Schéma équivalent du moteur à rotor bobiné en rotation.**

une partie « impédance série » formée de la résistance et de la réactance de férites de chaque enroulement.

Pour une interprétation simple du fonctionnement, on néglige l'impédance au primaire (*fig.* 20.10).

Voyons maintenant le schéma équivalent ramené à un enroulement statorique. On a fait la transformation suivante, en appelant m le rapport des tensions rotor et stator à l'arrêt :

les f.é.m. rotoriques sont divisées par gm,
les courants rotoriques sont multipliés par m,
les impédances apparentes sont donc divisées par gm^2.

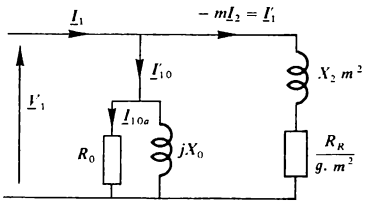


Fig. 20.10. **Schéma équivalent du moteur asynchrone ramené au stator.**

Remarque :

L'impédance parallèle « $R_0 - X_0$ » est le schéma équivalent du moteur à vide, par enroulement.

R_0 est une résistance fictive, consommant autant de puissance active qu'il y a de pertes fer.

X_0 est la réactance propre d'un enroulement statorique; elle met en jeu de la puissance réactive (magnétisante).

Voyons la signification physique de la résistance $\frac{R_R}{gm^2}$, elle traduit la puissance active (électromagnétique) traversant l'entrefer.

Celle-ci se sépare en

pertes Joule rotor : g % de la puissance transmise au rotor,
et *puissance mécanique :* $(1 - g)$ %.

D'une manière générale, la puissance consommée ou évacuée par les bobinages rotoriques, est égale à $g \cdot P_e$, ***où*** P_e ***est la puissance électromagnétique, c'est-à-dire la puissance transmise du stator vers le rotor.***

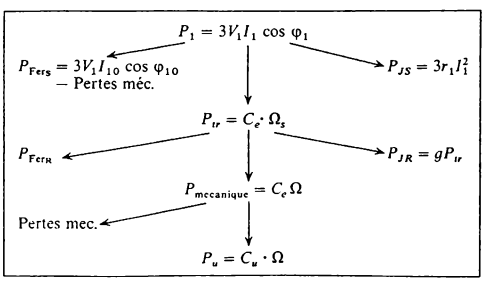


Fig. 20.11. **Bilan des pertes dans le moteur asynchrone** (les bobinages stator et rotor sont montés en étoile).

Il y a **d'autres pertes au rotor** qui sont

– les pertes fer (très faibles) : d'autant plus faibles que g est faible,

– les pertes mécaniques.

Il en résulte la présentation de la figure 20.11..

3.3 Caractéristiques

Calculons la relation couple-glissement d'après le schéma simplifié. Il suffit d'identifier la puissance électromagnétique $C_e\Omega_s$ à trois fois la puissance active dans la résistance ramenée. On obtient le résultat :

$$C_e = \frac{3m^2V_1^2}{\Omega_s} \cdot \frac{\dfrac{R_R}{g}}{\left(\dfrac{R_R}{g}\right)^2 + X_2^2}$$

Le couple du moteur asynchrone ne dépend, à tension et fréquence du stator fixées, que de la variable $\dfrac{R_R}{g}$.

L'allure des courbes $C_e = f(\Omega)$ est donnée sur la figure 20.12.

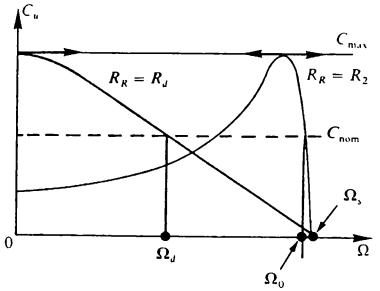


Fig. 20.12. **Caractéristiques mécaniques du moteur asynchrone pour deux valeurs de la résistance rotorique.**

• **Analysons quelques propriétés mathématiques** de la courbe $C_e = f\left(\dfrac{R_R}{g}\right)$.

– Le maximum de la courbe a lieu pour $g = g_0$, tel que

$$\frac{R_R}{g} = X_2.$$

La valeur C_{max} du couple est donnée par l'expression

$$C_{max} = \frac{3m^2V_1^2}{2X_2 \cdot \Omega_s}.$$

Elle est indépendante de R_R et de g.

Le couple maximal est proportionnel à $\left(\dfrac{V_1}{f}\right)^2$. Cette formule est intéressante au moment de l'étude du moteur alimenté par un onduleur autonome.

– Examinons le cas où $\dfrac{R_R}{g} \gg X_2$. Ceci se produit en particulier, quand $g \ll 1$: marche industrielle.

La formule du couple se simplifie alors pour devenir

$$C_e \approx \frac{3m^2V_1^2}{\Omega_s} \cdot \frac{g}{R_R} = K\frac{g}{R_R}.$$

Les autres caractéristiques du moteur asynchrone en charge dans les conditions normales (V = Cte; f = Cte; $R_R = R_2$) sont :

– le couple utile et l'intensité du courant de ligne, en fonction de la puissance utile du moteur 20.13,

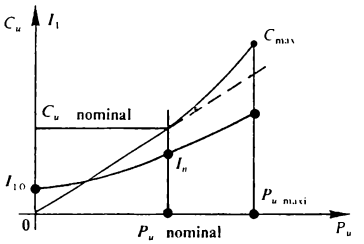


Fig. 20.13. **Caractéristique couple utile et courant stator en fonction de la puissance utile du moteur.**

– la courbe de rendement et celle du facteur de puissance en fonction de la puissance utile (fig. 20.14) :

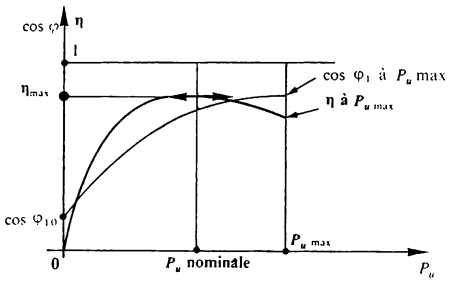


Fig. 20.14. **Allure des courbes de rendement et du facteur de puissance en fonction de la puissance utile.**

3.4 Démarrage. Variation de vitesse

Le démarrage des moteurs à rotor à cage ne peut s'effectuer que par action sur le stator,

– démarrage par élimination d'impédance-série,

– démarrage étoile-triangle,

– démarrage par auto-transformateur.

Les moteurs à rotor bobiné se démarrent avec un rhéostat triphasé (*fig.* 20.15) :

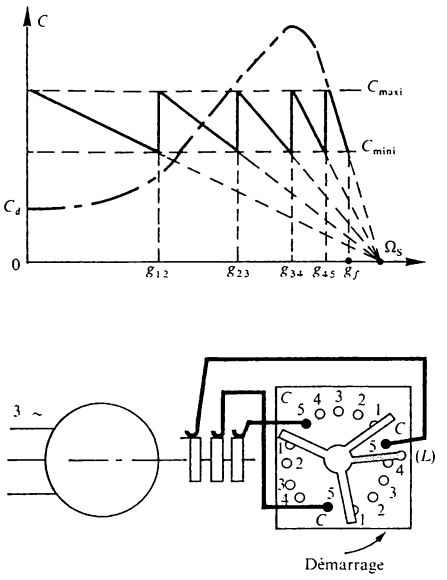


Fig. 20.15. **Démarrage par rhéostat à plots d'un moteur à rotor bobiné;** C : position de court-circuit; L : levier de manœuvre du rhéostat.

Le réglage de la vitesse s'obtient par des procédés classiques :

- rhéostat de glissement,
- changement de polarité des enroulements,
- variation de la tension d'alimentation,

ou mieux, en faisant appel à l'électronique de puissance :

- gradateurs triphasés,
- onduleurs à $\frac{V}{f}$ constant,
- hacheur rotorique,
- cascade hyposynchrone.

3.5 Utilisation

Le moteur asynchrone triphasé est couramment utilisé dans l'industrie, car il ne demande pas beaucoup d'entretien, démarre assez facilement, et tolère des surcharges momentanées importantes (facteur de sécurité 1,8 environ).

Exemples : ascenseurs, ponts-roulants, machines-outils.

Le moteur monophasé se rencontre en électroménager. Il comporte un bobinage auxiliaire en série avec un condensateur; ce bobinage est mis hors circuit par un contacteur centrifuge dès que le démarrage est terminé.

Exemples : machines à laver, réfrigérateur, pompes.

Le moteur diphasé est utilisé dans des servomécanismes analogiques. L'un des enroulements est soumis à une tension alternative invariable; l'autre est soumis à une tension de contrôle; on peut faire varier le couple moteur en grandeur et sens en privilégiant le champ tournant direct ou inverse.

Asservissement de position, de radar et plus général en aéronautique à $f = 400$ Hz.

DOCUMENTAIRE

Introduction aux moteurs pas à pas

Par opposition au moteur classique, où le fonctionnement « stable » correspond à une rotation à vitesse constante, (les tensions et les courants, ayant des valeurs moyennes ou efficaces bien définies), le moteur pas à pas n'est vraiment stable qu'à vitesse nulle, sur l'une de ses positions d'équilibre ou « pas ».

Néanmoins, une commande électronique bien conçue réalise une excellente stabilité de fonctionnement en rotation, pour une large gamme de vitesse.

En régime de « survitesse » on retrouve même pour certains moteurs, le fonctionnement du **moteur synchrone** : la vitesse est directement proportionnelle à la fréquence de l'alimentation.

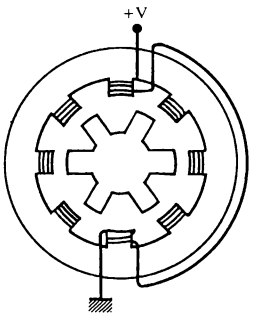
On distingue deux principaux types de moteurs pas à pas :

- les moteurs à reluctance variable,
- les moteurs à aimant(s) permanent(s).

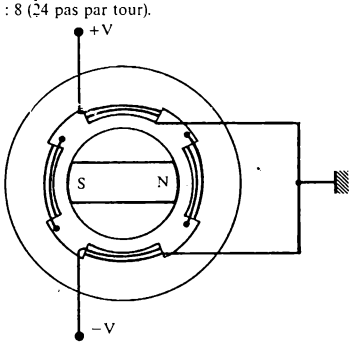
Seul le stator est bobiné (voir figures). L'alimentation est à tension continue positive pour les moteurs à réluctance variable, positive et négative pour les moteurs à aimant permanent.

Le principe physique qui est à l'origine du couple moteur est **« la règle du flux maximal »**. Le rotor tourne pour s'immobiliser sur un « pas », de manière à ce que le flux résultant à travers un ou plusieurs bobinages statoriques soit maximal.

En alimentant successivement les bobinages, et selon le nombre de pôles au stator et au rotor, on définit un certain nombre de « pas » par tour. Ainsi on utilise surtout des moteurs ayant 24, 48 ou 200 pas/tr, ce qui correspond à des angles de rotation de 15°; 7,5° ou 1,8°. Les vitesses de rotation vont de quelques centaines à quelques milliers de tours par minute et le couple maximal du moteur de quelques millinewtons-mètres à quelques dizaines de newtons-mètres selon les fabrications.



Moteur pas à pas à réluctance variable. Nombre de dents au rotor 6, au stator : 8 (24 pas par tour).



Moteur pas à pas bipolaire à aimant permanent (4 à 8 pas par tour).

La difficulté réside dans la réalisation d'une commande automatique (par microprocesseur par exemple) qui, à partir d'un nombre imposé de pas à parcourir, fait exécuter la rotation le plus rapidement possible, et ceci, sans oscillation ni résonance mécanique du moteur.

Citons quelques applications du moteur pas à pas : imprimante d'ordinateur ou de télex; table traçante, commande de chariot de machine-outil, horlogerie, ...

ENTRAINEMENT ET RECHERCHE

EXERCICES

1. Moteur à excitation séparée

L'induit d'un moteur à courant continu est alimenté par un convertisseur électronique fournissant une tension réglable de 0 à 250 V.

On étudie le fonctionnement de ce moteur à intensité d'inducteur constante.

On donne : tension nominale d'induit $U_n = 220$ V,
intensité nominale d'induit $I_n = 30$ A,
résistance d'induit $R = 0.2\ \Omega$.
vitesse nominale de rotation
$n_n = 1\,500$ tr/min.

1° On effectue un démarrage direct du moteur. Quelle tension faut-il appliquer à l'induit pour que l'intensité initiale absorbée soit $1{,}5I_n$?

2° Pour le fonctionnement nominal, calculer :

a) la f.c.é.m. du moteur,

b) la puissance électromagnétique,

c) le moment du couple électromagnétique C_E.

3° Pour un fonctionnement particulier, l'intensité absorbée par le moteur vaut $\frac{I_n}{2}$, alors que la tension d'alimentation est $U = 220$ V.

a) Calculer la nouvelle valeur C'_E du moment du couple électromagnétique et la nouvelle vitesse de rotation n'.

b) Quelle tension doit-on appliquer à l'induit pour que la vitesse reste égale à la vitesse nominale n_n lorsque le couple électromagnétique reste égal à C'_E.

Réponses :

1° 9 V.

2° 214 V; 6420 W; 40,9 N · m;

3° 20,45 N · m; 1521 tr/min; 217 V.

2. Moteur asynchrone

Soit un moteur asynchrone triphasé $p = 3$ (hexapolaire). On a mesuré $R_R = R_2 = 0{,}18\ \Omega$ et $X_2 = 1{,}2\ \Omega$, tension $V_1 = 220$ V (stator monté en étoile).

Le rapport de transformation est $m = 0{,}4$.

Solution :

Pour $g = 0{,}05$, on demande de déterminer les valeurs des intensités **des courants I'_1 et I_2, de la puissance électromagnétique P_e, des pertes joule rotor P_{JR}, de la puissance mécanique P_M.**

D'après le schéma équivalent :

$$\frac{R_R}{gm^2} = \frac{0{,}18}{0{,}05 \times (0{,}4)^2} = 22{,}5\ \Omega.$$

$$\frac{X_2}{m^2} = 7{,}5\ \Omega.$$

L'impédance Z du circuit rotor ramenée au stator, par phase a pour expression

$$Z = \sqrt{\left(\frac{R_R}{gm^2}\right)^2 + \left(\frac{X_2}{m^2}\right)^2},$$

soit, numériquement,

$$Z = \sqrt{(22{,}5)^2 + (7{,}5)^2} = 23{,}71\ \Omega.$$

On en déduit

$$I'_1 = \frac{220}{23{,}71} = 9{,}27\ \text{A} \quad \text{et} \quad I_2 = \frac{I'_1}{m} = 23{,}2\ A.$$

La puissance électromagnétique vaut $P_e = 3\,\frac{R_R}{g}\,I_2^2$.

$$P_e = 3 \cdot \frac{0{,}18}{0{,}05} \times (23{,}2)^2 = 5\,808\ \text{W}.$$

Les pertes Joule au rotor P_{JR} se calculent par

$$P_{JR} = 3R_R I_2^2 = 3 \times 0{,}18 \times (23{,}2)^2 = 290\ \text{W} = gP_e.$$

La puissance mécanique vaut

$$P_e - P_{JR} = 5\,518\ \text{W} = (1 - g)P_e.$$

On a également mesuré :

$$I'_{10a} = 0{,}6\ \text{A} \quad \text{et} \quad I_{10r} = 2{,}73\ A.$$

Calculer R_0 et X_0. Que valent les pertes à vide P'_{10}?

$$R_0 = \frac{V_1}{I'_{10a}} = \frac{220}{0{,}6} = 367\ \Omega;$$

$$X_0 = \frac{V_1}{I_{10r}} = \frac{220}{2{,}73} = 80{,}6\ \Omega;$$

$$P'_{10} = 3V_1 \cdot I'_{10a} = 3 \times 220 \times 0{,}6 = 396\ \text{W}.$$

CHAPITRE 21

LES CONVERTISSEURS STATIQUES

1 INTRODUCTION A L'ÉLECTRONIQUE DE PUISSANCE

1.1 Présentation

Dans certaines applications industrielles, on a besoin de transformer de l'énergie électrique au moins pour l'une de ses caractéristiques (dépendance ou non en fonction du temps, valeur de la fréquence, niveau de tension, ...). Historiquement ces modifications étaient réalisées par une association de machines tournantes (voir ch. 20 § 1).

L'électronique de puissance apporte des solutions meilleures, en ce qui concerne l'encombrement (à puissance utile égale), la fiabilité, l'entretien, et surtout le rendement. En effet un convertisseur idéal possède un rendement unité car il comporte :

- des composants passifs purement réactifs : inductances et condensateurs;
- des composants actifs en commutation : transistors et thyristors qui ont un rôle d'interrupteur électronique; ils consomment une puissance négligeable à l'état bloqué et passant car les grandeurs intensité et tension, respectivement, sont voisines de zéro.

Un autre avantage essentiel de l'électronique de puissance est la possibilité de faire fonctionner des systèmes de régulation en boucle ouverte, ou en boucle fermée (asservissements) avec une faible dépense d'énergie.

En effet, l'action sur les interrupteurs commandés se fait par des ensembles électroniques de faible niveau de puissance, apportant ainsi des solutions élégantes et une grande souplesse d'emploi à des montages complexes.

L'aspect le plus spectaculaire est le rapport de la puissance commandée (1 MW) à la puissance mise en jeu sur la borne de commande des composants (3 W) influant sur les réglages.

Voici le récapitulatif des fonctions principales:

a) entre générateur et récepteur à courant alternatif :
- sans changement de fréquence : *gradateur*,
- avec diminution de fréquence : *cyclo convertisseur;*

b) entre générateur et récepteur à courant continu : *hacheur*,

c) d'un générateur à courant alternatif vers une utilisation « continue » : *redresseur* à diodes ou à thyristors,

d) d'un générateur à courant continu vers une utilisation « alternative » : *onduleur* autonome ou non autonome (assisté).

1.2 L'interrupteur électronique commandé

Un *transistor de puissance* se commande à l'ouverture et à la fermeture par sa base.

Pour saturer un transistor on envoie un « créneau » de courant base tel que la relation $I_c < \beta I_B$ soit satisfaite; alors sa tension collecteur-émetteur tend vers zéro.

Pour bloquer un transistor on supprime le courant base, ou mieux – pour améliorer les performances dynamiques – on applique une tension base-émetteur légèrement négative (par exemple – 5 V pour un transistor n.p.n.).

Un *thyristor* se commande à la fermeture par sa gâchette. Rappelons les conditions d'amorçage d'un thyristor :

– présence d'une tension anode-cathode positive,

– envoi d'une impulsion positive entre gachette et cathode (valeur typique $v_{GK} \approx 2$ V $i_{GK} \approx 50$ mA pendant 100 µs).

Le blocage d'un thyristor s'obtient par l'une des situations suivantes :

– application d'une tension anode-cathode négative pendant une durée supérieure au temps de désamorçage $t_q \approx 50$ µs,

– suppression du courant d'anode, dont l'intensité passe au-dessous de sa valeur de maintien $I_H \approx 10$ mA pour un composant de courant nominal 10 A.

Un interrupteur unidirectionnel est un système électronique, permettant, sous l'action d'une grandeur électrique, l'ouverture ou la fermeture d'un circuit électrique de puissance.

Le sens du courant est imposé par le principal composant électronique de puissance, qui réalise l'interrupteur (thyristor ou transistor).

Un interrupteur est considéré comme parfait :

– s'il est possible de commander ou de contrôler son ouverture et sa fermeture,

– si la durée de la commutation est très courte devant la période de fonctionnement du convertisseur,

– s'il ne provoque pas de perturbations dans un montage, à cause de ses caractéristiques propres,

– s'il ne consomme aucune puissance.

1.3 Le redressement

Un montage redresseur comporte une source de tension alternative, généralement le secondaire d'un transformateur, et une association de diodes ou de thyristors.

Le but étant d'obtenir une tension et un courant sensiblement constants dans le circuit de charge, on adopte de préférence pour améliorer les performances du montage (*fig.* 21.1).

– une source polyphasée : ceci permet d'obtenir une tension moyenne élevée et d'avoir une composante variable dont la fréquence fondamentale est multiple de celle du réseau,

– un montage en pont avec deux groupements de redresseurs (ou commutateurs) pour encore augmenter la tension moyenne et l'ordre de l'ondulation, ainsi que pour faciliter un filtrage éventuel.

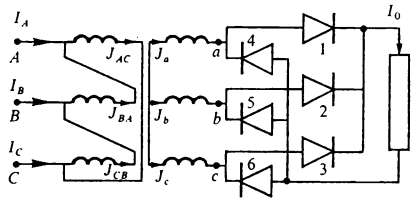


Fig. 21.1. **Montage redresseur complet.** Un transformateur D_y alimente par l'intermédiaire d'un point de Graetz un récepteur.

En général, la charge est inductive (passive ou active); ceci fait que le lissage du courant est meilleur que celui de la tension; le circuit de charge a un rôle de filtre passe-bas en ce qui concerne le courant.

Dans un groupement cathode commune (*fig.* 21.2), le composant « prioritaire » pour conduire est celui dont le potentiel d'anode est le plus positif :

– sous réserve d'amorçage, dans le cas des thyristors,

– sous réserve également que la charge ne possède pas de f.c.é.m. trop grande.

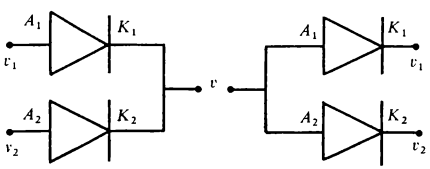


Fig. 21.2. **Groupements de redresseurs :**
à gauche : montage cathode commune,
à droite : montage anode commune.

Dans un groupement anode commune, le même raisonnement s'applique avec les potentiels de cathode.

On distingue :

– les montages à « débit continu » ou « conduction ininterrompue » pour lesquels l'intensité ne s'annule jamais dans la charge : ce cas correspond à l'utilisation optimale pour un moteur à courant continu par exemple,

– les montages à « débit discontinu » ou « conduction interrompue » pour lesquels l'intensité devient identiquement nulle pendant une fraction de la période des tensions d'entrée; l'utilisation d'une *diode de roue libre* en parallèle inverse sur la charge permet d'éviter les surtensions aux instants d'annulation du courant.

1.4 Principe de fonctionnement du hacheur

Le hacheur est un convertisseur à thyristors ou à transistors, permettant d'obtenir une tension continue, réglable à partir d'un générateur à courant continu où les grandeurs électriques sont fixes.

Ce convertisseur agit en « hachant » le courant du circuit de charge, par la commutation ouverture-fermeture, périodique d'un interrupteur unidirectionnel (fig. 21-3).

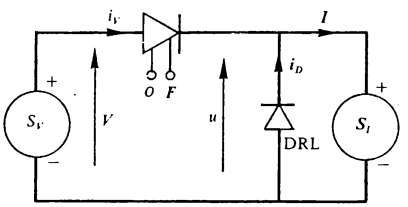


Fig. 21.3. **Hacheur-abaisseur.**
S_V : source n'admettant pas de discontinuité de tension.
S_I : branche n'admettant pas de discontinuité de courant.
O et F : symbolisation de l'ouverture et de la fermeture de l'interrupteur commandé.

Si T_F est la durée pendant laquelle l'interrupteur reste fermé et T_0 celle pendant laquelle il reste ouvert,

$$T = T_F + T_0$$

est la période entre deux fermetures ou deux ouvertures, période d'un générateur de commande, et l'on désigne par α le rapport cyclique :

$$\alpha = \frac{T_F}{T},$$

avec $0 < \alpha < 1$.

Le rapport cyclique α peut être réglé :
– par la position d'un potentiomètre,
– par la valeur d'une tension continue u_c,
– par le rapport de M par N de deux nombres dans la mémoire d'un kit microprocesseur.

Les deux dernières commandes sont plus intéressantes, car elles permettent l'automatisation complète du fonctionnement du hacheur, et son insertion dans un ensemble en boucle fermée (asservissement).

1.5 Les onduleurs

Un montage redresseur à thyristors est réversible sous certaines conditions : on peut alors renvoyer de la puissance active d'une « source continue » vers le réseau alternatif. Ce dernier impose toujours les tensions et la fréquence; on parle donc d'*onduleur assisté*. Il faut noter que l'échange de puissance réactive a toujours lieu du réseau vers la source continue; la réversibilité n'est donc pas complète.

Un *onduleur autonome* est un convertisseur, qui à partir d'une source de tension continue permet d'imposer une tension alternative aux bornes d'un circuit d'utilisation (*fig.* 21.4).

La disposition la plus simple correspond à l'onduleur de tension, monophasé, en pont. Il comporte deux paires d'interrupteurs électroniques; la commande est faite de façon synchrone sur chacune des diagonales.

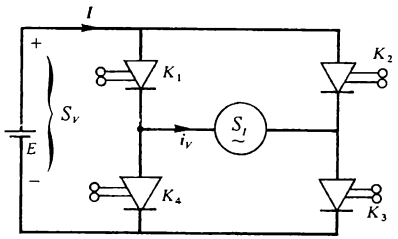


Fig. 21.4. **Onduleur de tension monophasé en pont.**
On reconnaît les quatre interrupteurs électroniques. On les réalise avec un transistor (ou un thyristor) monté avec une diode en antiparallèle.

Il existe des montages à deux interrupteurs électroniques seulement :

- source à point milieu (à diviseur capacitif),
- charge à point milieu, grâce à un transformateur.

2 LE TRANSFORMATEUR MONOPHASÉ

Nous allons maintenant décrire le **transformateur monophasé,** qui est une machine statique permettant de modifier des grandeurs électriques alternatives sans changer leur fréquence.

Les relations que nous allons obtenir ont leur « équivalent » dans l'étude du **hacheur,** qui est un convertisseur pour des grandeurs continues.

Tous deux assurent la transmission de la puissance avec un très bon rendement (entre 90 et 99 %).

La tension et le courant sont modifiés entre la sortie et l'entrée dans un rapport simple. Il faut considérer les valeurs efficaces de ces grandeurs pour le transformateur, et les valeurs moyennes pour le hacheur.

La conséquence de cette analogie est la possibilité dans un cas comme dans l'autre, de « ramener », côté générateur, un récepteur équivalent.

2.1 Constitution. Principe

Un transformateur est composé :

- d'un circuit magnétique fermé,
- d'au moins deux circuits électriques, sans liaison conductrice entre eux, enroulés autour d'un circuit magnétique (*fig.* 21.5).

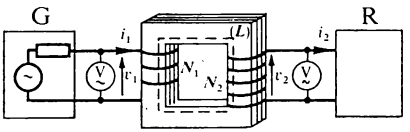


Fig. 21.5. **Branchement du transformateur monophasé.**
G : générateur; R : récepteur; (L) : ligne de champ. Les tensions et les courants sont alternatifs sinusoïdaux.

Le circuit électrique relié au générateur est appelé **primaire,** le circuit électrique relié au récepteur (ou à l'un des récepteurs) est le circuit **secondaire.** On désigne par

V_1, la valeur efficace de $v_1(t)$ au primaire,

V_2, la valeur efficace de $v_2(t)$ au secondaire.

- Si $V_2 > V_1$, le transformateur est élévateur de tension.
- Si $V_2 < V_1$, le transformateur est abaisseur.
- Si $V_2 \approx V_1$, le transformateur sert uniquement à l'isolement.

Le phénomène principal est la création d'un flux variable imposé en fréquence et en amplitude par la tension primaire; le transformateur est une machine à *flux forcé.*

En régime sinusoïdal, on peut appliquer la formule de **Boucherot** pour relier les grandeurs magnétiques à la tension appliquée :

La valeur maximale du champ magnétique dans le fer est proportionnelle au rapport $\frac{V_1}{f}$, caractérisant le générateur, et inversement proportionnelle au nombre de spires de l'enroulement primaire et à la section du circuit magnétique :

$$B_M = \frac{1}{4{,}44} \cdot \frac{1}{N_1 \cdot S} \cdot \frac{V_1}{f}$$

Ce flux variable concernant aussi l'enroulement secondaire, celui-ci va être le siège d'une force

électromotrice (loi de **Lenz**) proportionnelle à son nombre de spires N_2.

Il est compatible avec le bilan des puissances d'adopter

- la convention récepteur pour l'enroulement primaire

$$v_1(t) \approx N_1 \frac{d\Phi}{dt} = e_1(t) : \quad \text{f.c.é.m.;}$$

- la convention générateur pour l'enroulement secondaire

$$v_2(t) \approx -N_2 \frac{d\Phi}{dt} = e_2(t) : \quad \text{f.é.m.}$$

La relation entre les courants provient de l'application du théorème d'Ampère suivant une ligne de champ, de longueur l, appartenant au circuit magnétique, de réluctance $\mathcal{R}$.

Avec les Ampère-tours pris en flux additif, il vient

$$N_1 i_1 + N_2 i_2 = h(t)l = \mathcal{R}\Phi(t).$$

Comme le flux est une fonction imposée du temps, il en est de même des Ampère-tours; leur combinaison est indépendante des courants en présence!; elle est la même à vide qu'en charge

$$N_1 i_1 + N_2 i_2 = N_1 i_{10}(t).$$

2.2 Le transformateur parfait

Nous émettons les hypothèses suivantes :

- la perméabilité magnétique du circuit est infinie,
- les pertes fer sont négligeables,
- les résistances des enroulements sont nulles.

Les conséquences en sont que le courant magnétisant (à vide) est nul (aussi bien en composante réactive, qu'en composante active) et que les flux de fuite sont nuls.

Dans ces conditions toutes les chutes de tension, et les pertes de puissance n'existent pas.

- *Équations aux tensions*

$$v_1(t) = +e_1 = +N_1 \frac{d\Phi}{dt}$$

et

$$v_2(t) = +e_2 = -N_2 \frac{d\Phi}{dt},$$

ce qui permet d'en déduire le rapport

$$\boxed{\frac{v_2}{v_1} = -\frac{N_2}{N_1}} \quad \text{si} \quad \frac{d\Phi}{dt} \neq 0;$$

pour qu'il y ait « transformation », il faut que le flux soit variable en fonction du temps, soit, par exemple, un flux sinusoïdal.

On désigne par $m = \dfrac{N_2}{N_1}$, le rapport de transformation.

En régime sinusoïdal, il vient

$$\boxed{\frac{\underline{V}_2}{\underline{V}_1} = -\frac{N_2}{N_1} = -m = -\frac{j N_2 \omega \underline{\Phi}}{j N_1 \omega \underline{\Phi}}}$$

- *Équation aux intensités :*

$$N_1 i_1 + N_2 i_2 = \mathcal{R}\Phi.$$

La perméabilité magnétique μ étant infinie, la réluctance $\mathcal{R}$ est nulle. Ce qui implique $\mathcal{R}\Phi = 0$.

On obtient le résultat suivant :

$$\boxed{\frac{i_2}{i_1} = -\frac{N_1}{N_2} = -\frac{1}{m}}$$

En régime sinusoïdal,

$$\frac{\underline{I}_1}{\underline{I}_2} = -\frac{1}{m} \text{ pour les valeurs complexes,}$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{1}{m} \text{ pour les valeurs efficaces.}$$

- *Transmission intégrale des puissances*

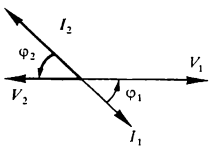


Fig. 21.6. **Diagramme de Fresnel des courants et des tensions dans un transformateur parfait.**

– puissance active, avec $\varphi_1 = \varphi_2$:

$$P_1 = V_1 \cdot I_1 \cdot \cos \varphi_1 = P_2 = V_2 \cdot I_2 \cdot \cos \varphi_2$$

– puissance réactive :

$$Q_1 = V_1 \cdot I_1 \cdot \sin \varphi_1 = Q_2 = V_2 \cdot I_2 \cdot \cos \varphi_2$$

– puissance apparente :

$$S_1 = \sqrt{P_1^2 + Q_1^2} = V_1 \cdot I_1 = S_2 = V_2 \cdot I_2$$

Dans le transformateur parfait en charge, le rapport des valeurs efficaces des intensités secondaire et primaire en régime sinusoïdal est égal au rapport inverse des valeurs efficaces des tensions respectives.

2.3 Théorèmes du transfert d'impédances

- Cherchons l'impédance apparente ramenée au primaire lorsque la charge est une impédance (*fig. 21.7 a*)

$$\underline{Z}_p = \frac{\underline{V}_1}{\underline{I}_1} = +\frac{\underline{V}_2}{m} \cdot \frac{1}{m\underline{I}_2} = \frac{1}{m^2} \times \frac{\underline{V}_2}{\underline{I}_2}$$

$$\underline{Z}_p = \frac{\underline{Z}_2}{m^2} \quad \text{puisque} \quad \underline{V}_2 = \underline{Z}_2 \underline{I}_2.$$

- Si la charge est maintenant un circuit actif (*fig. 21.7 b*).

La loi d'Ohm dans la maille secondaire s'écrit :

$$\underline{V}_2 = \underline{E}_2 + \underline{Z}_2 \underline{I}_2$$

$$\underline{V}_2 = \underline{E}_2 - \frac{\underline{Z}_2 \underline{I}_1}{m}$$

Divisons par $(-m)$ à gauche et à droite

$$\underline{V}_1 = -\frac{\underline{V}_2}{m} = -\frac{\underline{E}_2}{m} + \frac{\underline{Z}_2}{m^2}\,\underline{I}_1.$$

Conclusion : ***le récepteur $(\underline{E}_2, \underline{Z}_2)$ devient après transfert au primaire :***

$$\left(-\frac{1}{m}\cdot\underline{E}_2, \frac{1}{m^2}\cdot\underline{Z}_2\right).$$

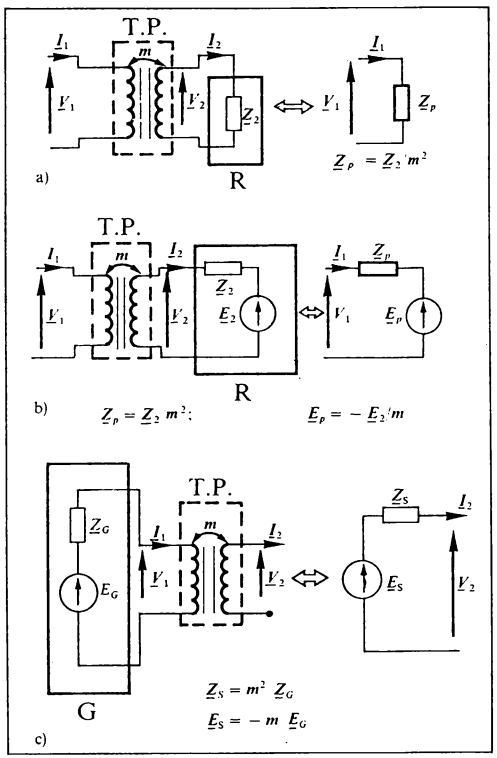


Fig. 21.7. **Transferts du transformateur parfait.**
T.P. : transformateur parfait; R : récepteur; G : générateur.

• Sur la figure 21.7 *c*), appliquons la même règle vis-à-vis du secondaire, alors qu'au primaire est branché un générateur de tension, $(\underline{E}_G, \underline{Z}_G)$:

Le transfert au secondaire donne un générateur équivalent :

$$\underline{E}_s = -m\cdot\underline{E}_G; \quad \underline{Z}_s = m^2\cdot\underline{Z}_G.$$

Le théorème du transfert d'impédances *simplifie* la résolution des circuits de telle sorte que des schémas à deux mailles indépendantes (côté générateur et côté récepteur) deviennent un schéma à une seule maille.

2.4 Le transformateur réel

Les mesures sur un transformateur à vide font apparaître une consommation de puissance active, due aux pertes fers, et de puissance réactive nécessitée par la création du flux.

On appelle schéma équivalent un circuit passif « parallèle », de nature inductive, pour lequel on fait l'identification

$$P_0 = p_{fer} = \frac{V^2}{R_F},$$

$$Q_0 = q_{mag} = \frac{V^2}{L\omega}.$$

Ce schéma doit être complété quand on passe à l'étude du transformateur en charge (*fig.* 21.8) :

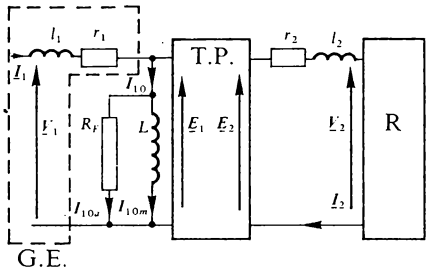


Fig. 21.8. **Schéma équivalent d'un transformateur réel.**
G.E. : générateur équivalent; T.P. : transformateur parfait; R : récepteur.

Pour le côté primaire, on a l'équation

$$\underline{V}_1 = (r_1 + j l_1\omega)\underline{I}_1 + \underline{E}_1$$

et pour le côté secondaire :

$$\underline{V}_2 = \underline{E}_2 - (r_2 + j l_2\omega)\underline{I}_2$$

r_1 et r_2 sont les résistances des enroulements primaire et secondaire.
l_1 et l_2 sont les inductances de fuites des enroulements primaire et secondaire.

La loi des courants fournit l'équation

$$N_1\cdot\underline{I}_1 + N_2\cdot\underline{I}_2 = N_1\cdot\underline{I}_{10},$$

soit encore

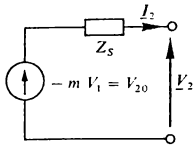
$$\underline{I}_1 = -m\underline{I}_2 + \underline{I}_{10}$$

Si le courant à vide d'intensité I_{10} est négligeable devant les valeurs nominales I_{1n} et mI_{2n} (hypothèse de Kapp), le théorème du transfert d'impédances s'applique pour permettre le regroupement des « impédances série ».

Le modèle de Thévenin d'un transformateur réel du côté secondaire est un générateur (fig. 21.9) :

• ***de f.é.m.*** $\underline{E}_s = -m\underline{V}_1$,

• ***d'impédance*** $\underline{Z}_s = (m^2 r_1 + r_1) + j\omega(m^2 l_1 + l_2)$ ***si le générateur au primaire est un générateur parfait de tension alternative.***



$\underline{Z}_{S1} = m^2 (r_1 + j\,l_1\,\omega)$: $\qquad \underline{Z}_S = \underline{Z}_{S_1} + \underline{Z}_2$

Fig. 21.9.

L'impédance $\underline{Z}_s$ est complètement déterminée par un essai en court-circuit, sous tension primaire réduite. Sa connaissance permet de calculer à l'avance la chute de tension sur un récepteur donné.

Les essais à vide et en court-circuit sont suffisants pour prédéterminer le rendement du transformateur.

2.5 Utilisation

De nombreux circuits sont alimentés par le réseau E.D.F. mais travaillent sous tension modérée :

— les circuits électroniques (ordinateurs, matériel HIFI, vidéo...),

— les moteurs (par souci de sécurité, ou pour limiter l'encombrement des isolants),

— les cuves à électrolyse de l'industrie électrochimique (exemple : par l'élaboration de l'aluminium, il faut 4,5 V continu et 100 000 A).

Les transformateurs ordinaires dont le circuit magnétique est constitué de tôles en E réunies à des tôles en I émettent un rayonnement électromagnétique à 50 Hz, qui peut créer des perturbations.

D'autres transformateurs sont à circuit torique; le rayonnement est éliminé; les chutes de tension dues au flux de fuite sont négligeables.

On réalise des transformateurs triphasés dont la puissance nominale atteint 500 MVA. Les tensions de sortie sont alors celles des lignes à très haute tension : 400 kV ou 750 kV.

De par son principe le transformateur est inutilisable en régime continu : par contre des déclencheurs pour thyristor utilisent des transformateurs d'impulsion, dont la tension d'entrée est de forme rectangulaire.

3 LE HACHEUR ABAISSEUR

3.1 Étude du fonctionnement

• **Schéma de principe :** celui de la figure 21.4.

Le générateur impose une tension qui reste sensiblement constante V. L'interrupteur unidirectionnel laisse passer le courant d'intensité i_V vers la charge, pendant la durée T_F; ensuite, il y a ouverture de l'interrupteur, et $i_V = 0$, tandis que le courant continue de circuler dans la charge, à cause de l'inductance qui est dans S_I (voir aussi figure) et de la diode de roue libre D_{RL} (continuité du courant dans l'inductance).

• Si la période de hachage T est suffisamment courte, l'intensité du courant varie peu dans la charge (voir les courbes sur la figure 21.10.

On note que U_{moy} est obtenue pour une ligne horizontale pour laquelle les aires A_1 et A_2 des rectangles hachurés sont égales, en valeur absolue.

Il est facile de démontrer que :

$$\boxed{u_{moy} = \alpha V}$$

En ce qui concerne les valeurs moyennes, le hacheur série est abaisseur de tension.

La valeur moyenne I de l'intensité du courant dans la charge dépend de la nature de cette charge (source de type S_I).

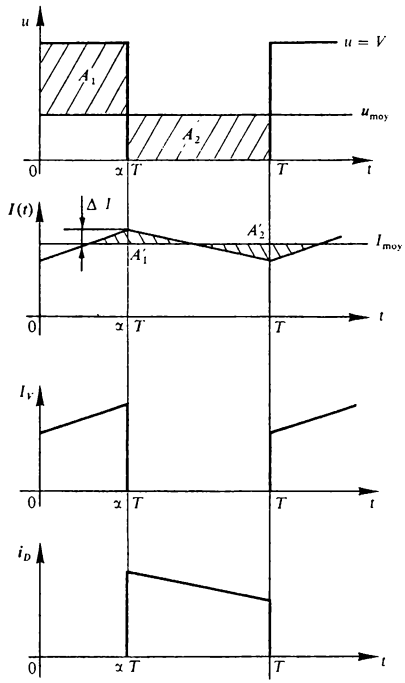


Fig. 21.10. Courbe du hacheur série.

3.2 Bilan des grandeurs moyennes

Appelons V et i_V les grandeurs relatives à la « source continue », prises en convention générateur.

Appelons U et I les grandeurs relatives à l'« utilisation continue », prises en convention récepteur.

Exprimons que le hacheur est un convertisseur parfait, donc de rendement unité.

Puissance sortant de la source

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T V i_v(t)\,dt = V \cdot i_{v\,moy} = V \cdot \alpha I.$$

Puissance absorbée par la charge (on admet un lissage parfait du courant grâce à la partie inductive) :

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T u(t) \cdot I \cdot dt = I u_{moy} = I \cdot \alpha V.$$

Le courant I dans la charge est donné par la loi d'Ohm pour les valeurs moyennes

$$I = \frac{\alpha V - E'}{R},$$

E' étant la f.c.é.m. éventuelle de la charge.

Ce courant I passe pendant α % du temps par l'interrupteur électronique, et pour $(1 - \alpha)$ % se boucle par la diode de roue libre.

Posons $u_{moy} = V_{sort}$ (en sortie); $V = V_{entr}$ (à l'entrée), d'où

$$\boxed{V_{sort} = \alpha V_{entr}}$$

$0 < \alpha < 1$, α étant le rapport de transformation; et pour les courants $I = I_{sort}$; $i_{v\,moy} = I_{entr}$, d'où

$$\boxed{I_{sort} = \frac{1}{\alpha} I_{entr}}$$

La relation entre les valeurs moyennes des courants d'entrée et de sortie du convertisseur parfait « hacheur série », est analogue à celle qu'il y a entre les valeurs efficaces des courants d'entrée et de sortie du transformateur parfait abaisseur de tension.

3.3 Charge ramenée à la source génératrice

Les propriétés du convertisseur parfait « hacheur », présentées ici sont la conséquence de l'analogie du hacheur avec le transformateur parfait.

- La charge est passive, formée d'une résistance R et d'une inductance L, le courant I est sensiblement constant :

$$U_{moy} = RI,$$

or $$u_{moy} = \alpha V \quad \text{et} \quad I = \frac{1}{\alpha} \cdot i_{v\,moy},$$

d'où la valeur de la résistance pure ramenée à la source génératrice :

$$\boxed{R_{éq} = \frac{R}{\alpha^2} = \frac{V}{i_{v\,moy}}.}$$

- La charge est active, formée d'une association série R, L, E' (f.c.é.m.)

$$U_{moy} = RI + E' = V_{sort}$$
$$U_{moy} = \alpha V \quad \text{et} \quad I_{entr} = \alpha I.$$

Cherchons une relation entre grandeurs d'entrée

$$V = \frac{U_{moy}}{\alpha} = \frac{R I_{entr}}{\alpha^2} + \frac{E}{\alpha}.$$

On reconnaît la résistance ramenée $\frac{R}{\alpha^2}$ et la source ramenée $\frac{E}{\alpha}$.

Remarque :

La résistance $R_{éq}$ ne concerne que les valeurs **moyennes** de la tension et du courant d'entrée du hacheur. L'équivalence obtenue ne s'applique pas à la puissance :

$$R_{éq} \cdot (I_{entr})^2_{eff} \neq RI^2.$$

3.4 Utilisation du hacheur série

L'exemple le plus intéressant est donné sur la figure 21.11. Le moteur est à excitation sèparée. La valeur de I dépend de la charge mécanique du moteur.

Couple moteur :

$$C_m = K\Phi I,$$

où Φ dépend du courant d'excitation i_e.

Si E' est la force électromotrice du moteur :

$$\boxed{u_{moy} = E' + (R_a + R_L)I = \alpha V,}$$

avec R_a et R_L les résistances d'induit et de l'inductance L.

Ω est la vitesse angulaire du moteur, et en négligeant les pertes fer, mécaniques, et la réaction d'induit du moteur, il vient (même constante K que pour le couple) :

$$E' = K\Phi\Omega.$$

Ce qui donne, en définitive :

$$\boxed{\Omega = \alpha\frac{V}{K\Phi} - (R_a + R_L)\frac{C_m}{(K\Phi)^2}.}$$

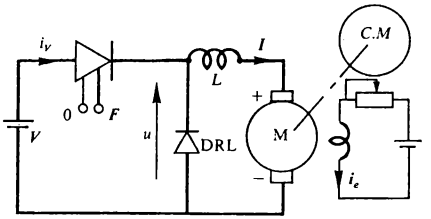


Fig. 21.11. Utilisation du hacheur série; *CM* : charge mécanique du moteur *M*.

On voit ici que si Φ et C_m restent constants, la vitesse varie linéairement avec le rapport cyclique α.

L'ondulation du courant I sur charge active (moteur) est donnée par la formule :

$$\Delta I = \frac{V \cdot T}{2L}\alpha(1 - \alpha).$$

Cette ondulation est maximale pour $\alpha = \frac{1}{2}$. Dans ce cas

$$\Delta I_{max} = \frac{1}{8} \cdot \frac{VT}{L}.$$

Exemple numérique d'application :

Réglage de la vitesse d'un moteur à courant continu par hacheur à thyristors :

$T = 5{,}0$ ms ($f = 200$ Hz); $V = 120$ volts; $L = 0{,}10$ H; $K\Phi = 0{,}60$; $R_u + R_L = 0{,}40$ ohm.

Couple utile imposé = 18 N · m (machine 3 kW).

Réglage de la vitesse angulaire (en rad/s) :

$$\Omega = 200\alpha - 20.$$

Ondulation :

$$\Delta I_{max} = \frac{120 \times 5 \times 10^{-3} \times 0{,}25}{2 \times 0{,}10} = 0{,}75 \text{ A};$$

d'où

$$I = \frac{18}{0{,}60} = 30 \text{ A}$$

LABORATOIRE

1. Hacheur à transistors (40 V-6 A)

Le schéma de montage est représenté sur la figure 21.12.

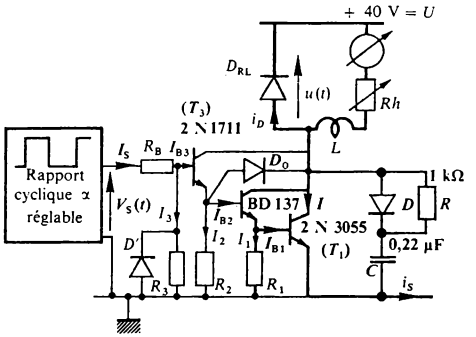


Fig. 21.12. Hacheur à transistors; $U = 40$ V; $I_{max} = 6$ A.

La diode D_0 est placée pour éviter la sursaturation des transistors de puissance.

La diode de roue libre D_{RL} doit avoir un temps de recouvrement inverse t_{rr} très court ($t_{rr} \approx 100$ ns).

La diode D alimente le circuit R-C d'aide à la commutation.

Pour simplifier, on choisit le même type de diode pour D_0, D_{RL} et D : BYX61200.

Le générateur de commande délivre une tension $V_S(t)$ rectangulaire de rapport cyclique α réglable.

Calcul des résistances R_1, R_2, R_3, R_B : On se fixe dans ce montage la valeur maximale I_{max} de l'intensité I

$$I_{max} = 6 \text{ A}.$$

On choisit : $I_{B1} = \frac{I_{max}}{10}$.

$I_1 \approx \frac{I_{B1}}{4} = 0{,}15$ A, avec $V_{BE_1} \approx 0{,}8$ V, soit

$$R_1 = \frac{0{,}8}{0{,}15} = 5{,}33\ \Omega.$$

On choisit $R_1 = 5{,}6\ \Omega$:

$$I_{B_2} = \frac{I_{B_1} + I_1}{10} = \frac{0{,}6 + 0{,}15}{10} = 0{,}075 \text{ A}.$$

$$I_2 = \frac{I_{B_2}}{4} = 18 \text{ mA}, \text{ et } R_2 = \frac{V_{BE_1} + V_{BE_2}}{I_2}.$$

soit $R_2 = \frac{1{,}4}{0{,}018} = 77\ \Omega$ ($V_{BE_2} = 0{,}6$ V).

On choisit $R_2 = 82\ \Omega$.

$$I_{B_3} = \frac{I_{B_2} + I_2}{10} = \frac{75 + 18}{10} = 9{,}3 \text{ mA}.$$

$$I_3 = \frac{I_{B_3}}{5} = 2 \text{ mA},$$

soit

$$R_3 = \frac{1{,}4 + 0{,}6}{2} = 1\text{k}\Omega = \frac{V_{BE_1} + V_{BE_2} + V_{BE_3}}{I_3}.$$

$V_S \approx +15$ V pour saturer les transistors :

$$R_B = \frac{V_{S\max} - (V_{BE_1} + V_{BE_2} + V_{BE_3})}{I_{B_3} + I_3} = \frac{13 \text{ V}}{12 \text{ mA}} = 1\text{k}\Omega$$

La diode D' sert à limiter la tension inverse base-émetteur du transistor T_3.

La fréquence de $V_S(t)$ doit être chosie entre $f = 100$ Hz et $f = 5$ kHz.

2. Sources génératrice et réceptrice du hacheur série

La source génératrice est à courant continu et à tension constante.

La source réceptrice est une charge active : moteur à courant continu à aimant permanent, à excitation séparée ou série dont on fait varier le couple de la charge pour modifier la valeur de I_{sort}.

Pendant la phase de mise en route, il est prudent de placer en série avec le moteur un rhéostat de protection Rh dont on diminue progressivement la valeur.

Dans certaines mesures la charge du hacheur est composée uniquement de Rh + inductance (charge passive).

3. Mesures et essais sur le hacheur série

On effectue trois types d'essais

- *Étude des oscillogrammes de $i_s(t)$, $i_D(t)$, $u(t)$* pour les deux hacheurs et pour trois valeurs de α : 0,25, − 0,5, − 0,75.
- *Le hacheur est, du point de vue de la charge un générateur à tension moyenne réglable.*

On trace donc à $V_{entr} = U$ constante : $V_{sort} = f(I_{sort})$ pour les trois valeurs de α précédentes.

- *Le hacheur alimente un moteur à courant continu de vitesse de rotation n :* on trace $n = f(\alpha)$ à U constante et à couple de charge constant quand la vitesse varie.

DOCUMENTAIRE

Le transformateur d'impulsions

1. Propriétés

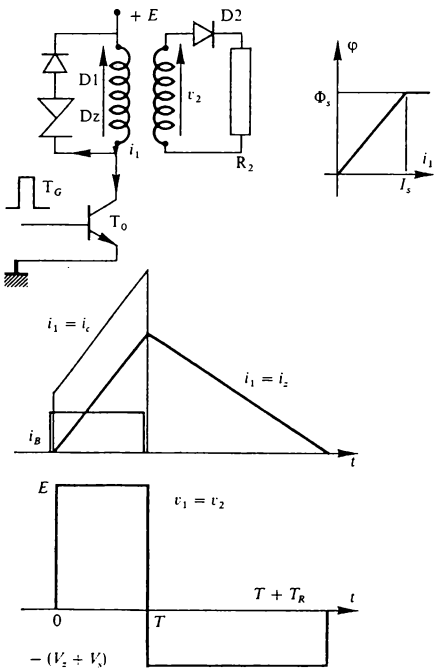
C'est un tore de ferrite, dont l'encombrement est de l'ordre du centimètre cube, et qui porte deux enroulements de nombre de spires voisins. Son utilisation dans les déclencheurs de thyristors est justifiée par l'isolement galvanique qu'il procure en sortie du déclencheur, et par sa capacité à transmettre des impulsions rectangulaires de hauteur et de durée suffisantes pour produire un amorçage fiable. Nous considérerons seulement le montage où il est associé à un transistor de moyenne puissance en commutation.

2. Fonctionnement idéal du transistor et du transformateur

Le générateur de signal, de période T_G, crée un courant base de forme rectangulaire de niveau non nul I_B.

Supposons le flux d'induction nul dans la ferrite, à chaque début de cycle; alors le primaire du transformateur se comporte comme une inductance pure, de valeur $L_1 = \dfrac{N_1 \Phi_s}{I_s}$ (voir notations sur la figure).

Le courant collecteur, égal au courant primaire, ne peut pas présenter de discontinuité; il part donc d'une valeur nulle. Le transistor est saturé, et le primaire est soumis à la tension constante de l'alimentation.



L'intensité $i_1 = i_c$ croît alors linéairement, en raison de la loi d'Ohm $E = L_1 \frac{di_1}{dt} = \text{Cte}$.

Le transformateur étant en régime de flux variable, il existe une f.é.m. dans son enroulement secondaire :

$$U_2 = \frac{N_2}{N_1} U_1 = U_1 = E.$$

Les transmissions du signal rectangulaire est donc possible à partir de l'instant de son flanc de montée $t = 0$; va-t-elle être correcte pour toute sa durée T? Il faut pour cela que :

---

le transistor reste à l'état saturé, et le transformateur en régime de flux variable.

Cela se traduit par les relations

$$I_c(T) = I_1(T) = \frac{ET}{L_1},$$

avec $I_c(T) < \beta I_B$ et $I_1(T) < I_s$.

3. Choix du transformateur d'impulsion

$$\frac{ET}{L_1} < I_s = \frac{N_1 \Phi_s}{L_1} \Rightarrow ET < N_1 \Phi_s,$$

or la quantité $N_1 \Phi_s$ est imposée par la fabrication du transformateur. C'est ce que le constructeur appelle le produit « ET » du transformateur. On trouve actuellement les valeurs 1 000, 1 500, 1 800 V × µs.

En conclusion :

---

une condition nécessaire pour qu'une impulsion rectangulaire soit transmise correctement est que son produit ET soit inférieur à celui du transformateur.

---

4. Il faut démagnétiser le transformateur.

En effet, le flux d'induction ne peut être monotone croissant, sinon, **on atteindrait la saturation du circuit magnétique, et l'annulation des effets d'induction dans le secondaire.** De plus, le primaire ne présente alors qu'une inductance dynamique faible et le transistor fonctionne en régime d'amplification.

Pour ramener assez rapidement le flux à une valeur nulle, quand le transistor est bloqué, on impose une tension négative aux bornes de l'enroulement primaire par une association de diodes.

Le courant $i_1(t)$, à l'annulation de i_c, se boucle dans les diodes sans produire de surtension, et l'énergie électromagnétique acquise peut se dissiper :

$$U_1 = -(V_z + V_s) = \text{Cte}.$$

L'intensité i_1 décroît linéairement, tant qu'elle a une valeur positive. Au bout d'une durée T_R les diodes se bloquent

$$-(V_z + V_s) = L_1 \frac{di_1}{dt} = L_1 \frac{0 - I_1(T)}{T_R},$$

comme $L_1 I_1(T) = ET$, on en déduit

$$T_R = T \cdot \frac{E}{V_z + V_s},$$

si $E = 15$ volts; $V_z = 5{,}6$; $V_s = 0{,}6$, on travaille avec $T \leqslant 100$ µs et $T_R = 2{,}4T$.

Pendant cette phase, le potentiel du collecteur de T_0 est porté à la valeur $E + (V_z + V_s)$; il faut vérifier qu'elle est inférieure à sa tension de claquage.

Pour que la transmission d'un train d'impulsions soit correcte, il faut obtenir l'annulation du flux avec une durée plus courte que la période du générateur de signal :

$$T + T_R < T_G,$$

avec les valeurs numériques ci-dessus $f_G = 4{,}1$ kHz.

3. Remarques sur le transformateur en charge

Pour obtenir une tension unidirectionnelle aux bornes de la résistance de charge, celle-ci doit être précédée par une diode.

Lors de la transmission de l'impulsion, le courant primaire est la somme du courant magnétisant, déjà étudié, et du courant « ramené » obtenu dans l'étude du transformateur en comportement habituel :

$$i_1 = \frac{E \cdot t}{L_1} + \frac{E}{R_2},$$

on obtient donc une fonction linéaire avec deux discontinuités puisqu'il n'y a plus de courant ramené pendant la démagnétisation. Avec $R_2 \approx 100\ \Omega$ (résistance apparente d'une jonction gachette-cathode) l'ordre de grandeur de i_1 est peu modifié. Il faut prévoir $i_{1\,\text{Max}} \approx 100$ mA.

Dans les montages utilisés pour « attaquer » les gâchettes de thyristors, la résistance et la diode sont placées différemment; un courant secondaire existe pendant la démagnétisation.

Le hacheur et la traction électrique

Le moteur continu série a un couple élevé à faible vitesse, ce qui assure un démarrage progressif d'un véhicule.

S'il s'agit d'une voiture électrique, l'énergie est stockée à bord à l'aide de batteries d'accumulateurs.

La commande de la vitesse du moteur s'effectue par hacheur. Les performances sont limitées par l'encombrement et le poids des batteries.

A côté des chariots de manutention électriques, voici quelques exemples :

	batterie	masse	vitesse maximale	autonomie
Jeep lunaire (1971)	54 kg	209 kg	16 km/h	92 km
Silver Eagle (1968)	92 kg	522 kg	237 km/h	
205 Peugeot (1984)	300 kg	850 kg	80 km/h	140 km

On retrouve le moteur continu série sur les locomotives. Les lignes modernes sont électrifiées en France en 25 kV, 50 Hz (haute tension, faible intensité, peu de pertes).

Toutefois les machines doivent pouvoir emprunter les anciennes lignes alimentées en 1 500 V continu.

Une rame TGV a une masse de 382 tonnes, offre 375 places assises. La vitesse commerciale est de 260 km/h.

Il y a 12 essieux moteur, 12 moteurs alimentés par 6 blocs.

Chaque bloc comporte deux circuits identiques fonctionnant avec un léger décalage. Chaque circuit se comporte en redresseur lorsque la rame est sous tension alternative, puis après quelques commutations fonctionne en hacheur sous tension continue.

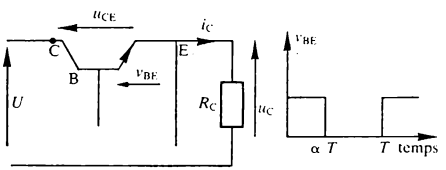
Pour la rame, on obtient 6 300 kW en alternatif, 4 400 kW en continu.

ENTRAINEMENT ET RECHERCHE

EXERCICES

Hacheur à transistor

A) Un transistor (bipolaire *NPN*) est utilisé dans le montage ci-après :



La tension d'alimentation, continue, est $U = 220$ V, le résistor R_c a une résistance de 55 Ω.

La tension de commande V_{BE} est périodique et telle que :

$0 < t < \alpha T$: V_{BE} sature le transistor ($u_{CE} = 0$),

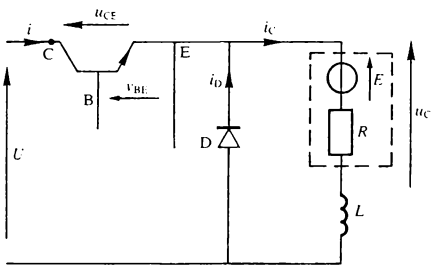
$\alpha T < t < T$: V_{BE} bloque le transistor ($i_c = 0$) avec $0 \leqslant \alpha \leqslant 1$.

Le transistor se comporte donc comme un interrupteur parfait.

1° Expliquer le fonctionnement du montage *sur une période*, tracer les graphes de u_c, u_{CE}, i_c en fonction du temps.

2° Calculer les valeurs moyenne et efficace du courant i_c, ainsi que la puissance dissipée dans le résistor en fonction de α. On fera l'application numérique pour les valeurs suivantes de α : 0; $\frac{1}{2}$; 1.

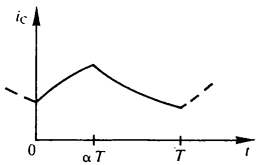
B) Ce même transistor, soumis à la même tension U qu'au A), et disposant de la même commande, alimente un moteur à courant continu, selon le schéma ci-après :



La diode D et l'inductance L sont parfaites.

Le moteur est caractérisé par sa f.é.m. E et sa résistance interne R.

1° L'allure du courant i_c est la suivante :



a) Comment visualiser ce courant?

b) Justifier l'allure de ce courant sur une période (il faudra préciser les rôles de L et D).

Quelles sont les valeurs prises par u_c?

2° On admet que ce courant est pratiquement constant pour les conditions suivantes de fonctionnement :

$$\alpha = \frac{2}{3}; \quad E = 140 \text{ V}; \quad R = 1{,}2\ \Omega.$$

Calculer l'intensité de ce courant.

Réponse :

A) 2° La valeur moyenne de i_c est donnée par :

$$I_{cmoy} = \alpha \frac{U}{R},$$

ce qui donne numériquement

$I_{cmoy} = 0$ pour $\alpha = 0$,

$I_{cmoy} = 2$ A pour $\alpha = 0{,}5$,

$I_{cmoy} = 4$ A pour $\alpha = 1$.

La valeur efficace de i_c est donnée par :

$$I_{ceff} = \sqrt{\alpha} \cdot \frac{U}{R},$$

ce qui donne numériquement

$I_{ceff} = 0$ pour $\alpha = 0$,

$I_{ceff} = 2{,}82$ A pour $\alpha = 0{,}5$,

$I_{ceff} = 4$ A pour $\alpha = 1$.

B) 1° *a*) La visualisation du courant i_c s'obtient en relevant à l'oscilloscope la tension aux bornes d'un shunt placé entre l'inductance L et la diode D.

2° $I = \dfrac{\alpha U - E}{R} = \dfrac{0{,}66 \times 220 - 140}{1{,}2}$,

soit $I = 5{,}54$ A.

INDEX

A

acquisition : 192
adaptateur : 44, 47
addition : 105, binaire : 181
admittance : 2
adresse : 172
afficheur : 175, 206
amplification : 22
amplificateur : 52
amplificateur sélectif : 85
amplificateur de différence : 106
amplificateur suiveur : 45
amplificateur inverseur : 73
amplificateur non inverseur : 65, 76
amplificateur opérationnel : 65, 73
approximation : 196
ASCII : 134
asymptote : 32
atténuateur compensé : 35, 47

B

bande passante : 31, 53, 64
Barkhausen : 95
bascule RS : 167, 205,
bascule D : 168,
bascule JK Maître-esclave : 170, 175
BCD : 133
bistable : 168
bit : 132
bobine : 11
Bode (diagramme de) : 32
Boole : 131
bouchon (circuit) : 86
bruit : 147

C

câble : 46
capteur : 13, 16, 102
caractéristiques
— de comparateur : 155
— de portes : 144
charges standard : 144
circuit LC série : 85,
— parallèle : 86
circuit RC : 32, 108
CMOS : 142
codage : 132
Colpitts : 98
commutation : 145, 146
comparateur : 154
logique : 182
compatibilité : 145
complément : 130
compteur : 173, 175, 196
condensateur : 12, 15
contre-réaction : 64, 73
conversion CNA : 193
conversion CAN : 195
correcteur RIAA : 79
cyclogramme

D

décade : 33
décibel : 23
décodage : 134
dégradation : 133
déphasage : 38
déphaseur : 76, 98
dérivation : 110
diagramme de Bode : 32
dipôle passif : 3
disque numérique : 208
distorsiomètre : 91
diviseur : 173

E

échantillonage : 193, 208
échelon : 36
EPROM 134
ET : 131

F

facteur de qualité : 10, 86
facteur de mérite : 147
famille logique : 147
filtre : 50
filtre actif : 89, 77
filtre passif : 87
filtre réjecteur : 87
filtre sélectif : 88
fonction logique : 131
Fourier : 1, 51, 52, 54, 92, 109, 209

G

gabarit : 50
gain : 24
gain différentiel : 106,
gain mode commun : 106
gamme chromatique : 7
générateur commandé : 76, 108
gyrateur : 82

H

harmonique (voir Fourier)
haut-parleur : 6
hexadécimal : 133
horloge : 156, 184, 196

I

immunité : 147
impédance : 2, 6
— *mesure* : 26
— *caractéristique* : 46
intégration : 108, 205
inverseur : 74, *logique* : 131

K

Kennely : 26

L

logarithmique : 23

M

maître-esclave : 170
matrice : 25
matrice à diodes : 133
mémoire : 134, 172
mesure de déphasage : 38,
— *de tension* : 26,
— *d'impédance* : 26, 15
microordinateur : 207
microprocesseur : 183
mode commun : 106
monostable : 158
Morgan (de) : 131
multiplication : 107

N

NAND : 131
niveau logique : 131
— TTL : 141
— CMOS : 142
non inverseur : 76
NOR : 131
numération : 132

O

octave : 7, 33
octet : 133
opérateur logique : 131
oscillateur : 95, 156
OU : 131
OU exclusif : 181

P

passe-bas : 51
période monostable : 159,
période astable : 157
phasemètre : 38, 205
photocoupleur : 54
poids (logique) : 132
pondération : 196
pont d'impédances : 12,
pont de mesure : 14,
pont de Wien : 35
produit analogique : 107,
produit logique : 131
PROM : 134, 184
puissance : 5, 44, 145

Q

quadripôle : 20, 44
qualité (facteur) : 10
quartz : 99

R

RAM : 172, 184
rampe (convertisseur) : 196
réactance : 3
réaction : 61,
réaction positive : 63, 90, 95,
réaction négative : 63, 64, 73
registre : 171, 197
réjection de mode commun : 106
résistance négative : 77, 100
résonance : 85
retard : 52, 55, 63
RIAA : 79
ROM : 134, 184

S

saturation : 96
sélectif (amplificateur) : 85
somme logique : 131
sortance : 145
slew-rate : 65, 66
soustraction : 105,
soustraction logique : 182
stabilité : 96, 67 (voir réaction)
suiveur : 44
susceptance : 4
système bouclé : 61

T

TEC : 74, 83, 96
temps de montée : 53
Thévenin : 4
timer : 161
transcodage : 134
transformation série-parallèle : 11
transistor : 25, 53, 63
transmittance : 21
triangle étoile : 26
trigger : 155
TTL : 141

V

variable logique : 130

W

Wien : 97

p 4 - 63 - 137

Imprimerie Jean-Lamour, Maxéville - 720415-8-1990 - Dépôt légal 1re édition : mars 1985 - Dépôt légal : septembre 1990 - *Imprimé en France*